

⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des pics

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des pics

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

Analyse Contraire de : « A partir d'un certain rang ».

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

Analyse Contraire de : « A partir d'un certain rang ».

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

Analyse Contraire de : « A partir d'un certain rang ».

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, strictement croissante telle que $\forall n \in \mathbb{N}$,
 $v_n = u_{\varphi(n)}$.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

Analyse Contraire de : « A partir d'un certain rang ».

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, strictement croissante telle que $\forall n \in \mathbb{N}$,
 $v_n = u_{\varphi(n)}$.

Exemple Extraction paire

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Définition et exemples

Analyse Contraire de : « A partir d'un certain rang ».

La définition a déjà été donnée, il s'agit de considérer seulement certains éléments (mais en nombre infini) de (u_n) , une suite donnée.

⇒ Exploitation de
suites extraites

Définition - Suite extraite

On dit que (v_n) est une suite extraite de (u_n) (ou une sous-suite), si

$\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, strictement croissante telle que $\forall n \in \mathbb{N}$,
 $v_n = u_{\varphi(n)}$.

Exemple Extraction paire

Attention - Double extraction

Si (w_n) est une extraction de (v_n) , elle-même une extraction de u_n ,

$\exists \psi_1, \psi_2$ tel que $\forall n \in \mathbb{N}$, $w_n = v_{\psi_2(n)}$ et $v_n = u_{\psi_1(n)}$,
et donc $\forall n \in \mathbb{N}$, $w_n = v_{\psi_2(n)} = u_{\psi_1(\psi_2(n))}$, l'extractrice est donc
 $\varphi_1 \circ \varphi_2$.

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics



Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in A i.s.$ (ou $(u_n) \in A i.o.$ (infinitely often)).

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in A i.s.$ (ou $(u_n) \in A i.o.$ (infinitely often)).

Démonstration

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Autre point de vue

On a vu également (élargi ici) :

Proposition - Sous-ensemble infini et suite extraite

Soit $A \subset \mathbb{R}$, on a les équivalences :

- i. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini
- ii. $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ n'est pas majoré
- iii. $\exists (v_n)$ extraite de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \in A$
- iv. $\exists \varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \nearrow \nearrow$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $u_{\varphi(n)} \in A$

On dit (en probabilité, en particulier) que $u_n \in A$ infiniment souvent, écris : $(u_n) \in A i.s.$ (ou $(u_n) \in A i.o.$ (infinitely often)).

Démonstration

Remarque Dans la démonstration...

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Construire l'extraction explicitement

Savoir-faire. Construire une extraction explicitement (cas 1)

Supposons que l'on ait : $\exists A \subset \mathbb{R} \mid \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \in A$ (★) Se pose la question de la construction de φ .

Essayons d'être optimaux ! En fait (★) indique que : $\forall N \in \mathbb{N}$, $\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq N \text{ et } u_n \in A\} \neq \emptyset$. Pour tout $N \in \mathbb{N}$, il existe $n_{N,A} = \min\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq N \text{ et } u_n \in A\}$.

Notons $\theta_A : N \mapsto n_{N+1,A}$. (On prend $N+1$, pour avoir $n > N$). θ_A est bien définie dans $\mathbb{N}$.

On a donc pour tout $N \in \mathbb{N}$, $u_{\theta_A(N)} \in A$ et $\theta_A(N) > N$.

Mais θ_A n'est pas la fonction φ recherchée, il n'y a aucune raison qu'elle soit strictement croissante. Mais on peut exploiter θ_A pour créer φ !

On cherche en effet : $\varphi(n)$ tel que $\varphi(n) > \varphi(n+1)$ et $u_{\varphi(n)} \in A$. Il suffit de prendre $\varphi(n) = \theta_A(\varphi(n-1)) = \underbrace{\dots \theta_A \circ \dots \circ \theta_A(0)}_{n \text{ fois}}$

⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des pics

Suite extraite (simple)

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Suite extraite

Soit (u_n) une suite numérique et $B \subset \mathbb{R}$.

Si on n'a pas : $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq N$, $u_n \in B$,

i.e. on a : $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin B$.

Alors, il existe une sous-suite (v_n) de (u_n) telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin B$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Suite extraite (simple)

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Suite extraite

Soit (u_n) une suite numérique et $B \subset \mathbb{R}$.

Si on n'a pas : $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq N$, $u_n \in B$,

i.e. on a : $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin B$.

Alors, il existe une sous-suite (v_n) de (u_n) telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin B$

Démonstration

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Suite extraite (simple)

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Suite extraite

Soit (u_n) une suite numérique et $B \subset \mathbb{R}$.

Si on n'a pas : $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq N$, $u_n \in B$,

i.e. on a : $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin B$.

Alors, il existe une sous-suite (v_n) de (u_n) telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin B$

Démonstration

Exemple Non suite nulle à partir d'un certain rang

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des pics

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Extraction - 2

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Extraction - 2

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

Analyse. Suite (u_n) non majorée $\Leftrightarrow \exists \nearrow \nearrow$ telle que

$$u_{\varphi(n)} \rightarrow +\infty.$$

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Extraction - 2

On exploite aussi des suites extraites pour étudier des suites non majorées :

Analyse. Suite (u_n) non majorée $\Leftrightarrow \exists \nearrow \nearrow$ telle que $u_{\varphi(n)} \rightarrow +\infty$.

Savoir-faire. Construire une extraction explicitement (cas 2)

Supposons que l'on ait :

$\forall m \in \mathbb{N}, (A_m \subset \mathbb{R}) \mid \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \in A_m$ (★★).

On suit la même idée, mais il n'y a plus une unique fonction θ , mais une famille de fonction (θ_m) .

En effet (★★), indique que :

$\forall m \in \mathbb{N}, \forall N \in \mathbb{N}, \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq N \text{ et } u_n \in A_m\} \neq \emptyset$.

Puisque ce dernier ensemble est inclus dans $\mathbb{N}$ et non vide, il existe $n_{N,m} = \min\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq N \text{ et } u_n \in A_m\}$.

Notons $\theta_m : N \mapsto n_{N+1,A_m}$. (On prend toujours $N+1$, pour avoir $n > N$)

$\forall m \in \mathbb{N}, \theta_m$ est bien définie dans $\mathbb{N}$.

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics



Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée
ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.
i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

$\Rightarrow$ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée
ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.
i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

Démonstration

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée
ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.
i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

Démonstration

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de
suites extraites

Théorème - Suite non majorée

(u_n) est une suite numérique non majorée
ssi il existe une suite extraite de (u_n) tendant vers l'infini.
i.e. $\exists \varphi \nearrow \nearrow$ tel que $(u_{\varphi(n)}) \rightarrow +\infty$

Démonstration

Exercice

Soit (u_n) une suite à valeurs dans $[a, b]$. Soient $\epsilon > 0$ et
 $n = \left\lfloor \frac{b-a}{\epsilon} \right\rfloor$.

1. Montrer que $[a, b]$ peut s'écrire comme une réunion de n intervalles de taille inférieur à $\epsilon > 0$
2. Montrer qu'il existe un ensemble $A \subset [a, b]$ de taille inférieur à ϵ et une suite extraite de (u_n) tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{\varphi(n)} \in A$.

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de
suites extraites

Exercice

Soit (u_n) une suite bornée. On note pour tout $k \in \mathbb{N}$,

$$a_k = \sup\{u_n, n \geq k\}.$$

1. Montrer que (a_k) est décroissante et minorée. On admet que (a_k) est donc convergente. On note $\ell = \lim(a_n)$.

2. Montrer qu'il existe $\varphi \nearrow \nearrow$ tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $|u_{\varphi(n)} - \ell| \leq \frac{1}{n}$.

Cela nous permet de dire que ℓ est une valeur d'adhérence de (u_n) (cf. partie suivante).

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de suites extraites

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

1. Problèmes

2. Exemples fondamentaux

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des pics

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de
suites extraites

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de
suites extraites

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon. . . On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Enoncé incroyable

⇒ Exploitation de
suites extraites

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon. . . On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

Démonstration

On note $N = \{n \in \mathbb{N} \mid \forall m > n, u_n \leq u_m\} \dots$

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

⇒ Exploitation de
suites extraites

Proposition - Lemme des pics

Soit E , un ensemble totalement ordonné.

Toute suite de E admet une sous-suite croissante ou une sous-suite décroissante.

C'est encore plus fin ici, car l'ensemble A n'est pas fixe, d'une certaine façon... On travaille donc sur N directement et on doit adapter la démonstration.

Démonstration

On note $N = \{n \in \mathbb{N} \mid \forall m > n, u_n \leq u_m\} \dots$

Remarque Le lemme de ERDŐS-SZEKERES

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_m)_m$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

⇒ Exploitation de
suites extraites

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$
- ▶ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

⇒ Quelques suites classiques

- ▶ Suites arithmétiques, géométriques.
- ▶ Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = qu_n + r$.
On considère ℓ tel que $\ell = q\ell + r$ et on étudie $(u_n - \ell)$
- ▶ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$
On considère les racines r_1, r_2 de $ar^2 + br + c$.
 (u_n) est une c.l. des suites (r_1^n) et (r_2^n) .

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

⇒ Exploitation de
suites extraites

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A
- ▶ Valeurs d'adhérence d'une suite.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

- ▶ Si $\{n \in \mathbb{N} \mid u_n \in A\}$ est infini ($\Leftrightarrow$ n'est pas majoré), alors il existe une sous-suite $(u_{\varphi(n)})$ d'éléments de A
- ▶ Valeurs d'adhérence d'une suite.
- ▶ Si $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N$ tel que $u_n \notin A$.
Alors il existe une suite (v_n) de (u_n) tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \notin A$.

⇒ Exploitation de
suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

⇒ Exploitation de
suites extraites

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics

Conclusion

⇒ Exploitation de
suites extraites

Objectifs

- ⇒ Quelques suites classiques
- ⇒ Exploitation de suites extraites

Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours : chapitre 18- Suites numériques
4.Limite d'une suite
- ▶ Exercices N° 362 & 363

1. Problèmes

2. Exemples
fondamentaux

3. Suites extraites

3.1. Rappels

3.2. Affinement : cas $(A_n)_n$

3.3. Application 2 : Lemme des
pics