

Leçon 32 - Construction d'ensembles numériques

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

- 2. Nombres
- algébriques
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de R et fonctions associées

1. Problèmes

2. Nombres algébriques

- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
- 2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problèmes

O. Namalawaa

algébriques

2.1. Nombres entiers

2. Nombres rationnels

. Hombros radornicis

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de R et fonctions associées

1. Problèmes

2. Nombres algébriques

- 2.1 Nombres entiers
- 2.2 Nombres rationnels
- 2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problèmes

2. Nombres

algéhrigues

2.1. Nombres entiers

0 Nambara astiranala

O Nambara de Abriera

Problèmes

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

Problème Construction des entiers naturels

 $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problèmes

2. Nombres

aigeoriques

2.1. Nombres entiers

Nombres rationnels

. Nombres algébriques

Problème Construction des entiers naturels

Problème Construction des entiers relatifs, des rationnels

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problèmes

- 2. Nombres
- 2.1 Nombros ontiorres
- 2.2. Nombres rationnels
 - l. Nombres algébriques

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- algébriques
 - 2.1. Nombres entiers
 - 2. Nombres rationnels
 - 3 Nombres sloábriouse

Problème Construction des entiers relatifs, des rationnels

Problème Construction des entiers naturels

Problème Construction des réels (1)



⇒ Construction de N.

- \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
 - 1. Problèmes
 - algébriques
 - 2.1. Nombres entiers
 - 2 Nombros rationnals
 - a a N. I. I. I. I. I.

- **Problème** Construction des entiers naturels
- Problème Construction des entiers relatifs, des rationnels
- Problème Construction des réels (1)
- Problème Construction des réels (2)

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
 - 1. Problèmes
- algébriques
 - 2.1. Nombres entiers
 - 1. IVOITIBLES ETILIELS
 - 2.3. Nombres algébriques

Problème Densité de ℚ dans ℝ

Problème Construction des réels (1)

Problème Construction des réels (2)

Problème Construction des entiers naturels

Problème Construction des entiers relatifs, des rationnels

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres algébriques
 - 2.1. Nombres entiers
 - 2.2. Nombres rationnels
 - 2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- E. I. Hombies emers
- ______

On commence par admettre la construction de l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} .

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
- 2.2. Nombros algóbrigues

On commence par admettre la construction de l'ensemble des entiers naturels N

Heuristique. Nombres entiers naturels

La construction suivante est dûe à Péano. Soit E un ensemble non vide, possédant un élément de référence et dont tous les éléments ont un unique successeur (différent de l'élément de référence).

Cet élément de référence se note 0 (ou 1, selon). Puis on définit l'addition +1 comme le passage d'un nombre à son successeur. On a ainsi les bases pour un raisonnement par récurrence et l'ensemble des entiers.

Ce qui suit est en fait assez naturel, même si cela peut paraître un peu compliqué la première fois qu'on le voit...

Théorème - Construction de PÉANO

Il existe un ensemble $\mathbb N$ non vide, munie d'une loi s (comme successeur) telle que :

- N étant non vide, il admet une élément premier noté 0.
- Pour tout élément $a \in \mathbb{N}$, il existe $b \in \mathbb{N}^*$ tel que b = s(a).
- \blacktriangleright s est injective $(s(a) = s(a') \Rightarrow a = a')$

Théorème - Construction de PÉANO

Pour tout élément $a \in \mathbb{N}$, il existe $b \in \mathbb{N}^*$ tel que b = s(a).

 \blacktriangleright s est injective $(s(a) = s(a') \Rightarrow a = a')$

Il existe un ensemble $\mathbb N$ non vide, munie d'une loi s (comme

N étant non vide, il admet une élément premier noté 0.

Remarque Addition +1

successeur) telle que :

Proposition - Opérations sur N

On définit l'addition sur \mathbb{N} par : $a+b=s^a(0)+s^b(0)=s^{a+b}(0)$. On a a+b=b+a.

La multiplication est alors la répétition de l'addition :

$$a \times b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ fois}}$$

On a $a \times b = b \times a$.

Proposition - Opérations sur N

On définit l'addition sur \mathbb{N} par : $a + b = s^a(0) + s^b(0) = s^{a+b}(0)$. On a a+b=b+a.

La multiplication est alors la répétition de l'addition :

$$a \times b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ fois}}$$
On a $a \times b = b \times a$.

Proposition - Relation d'ordre

N est naturellement ordonné (récursivement) :

$$\forall a \in \mathbb{N}, 0 \leq a$$

$$\forall a \in \mathbb{N}, 0 \le a$$
 et $a \le b \iff s^{-1}(a) = s^{-1}(b)$

Relation d'ordre sur N

Il existe un algorithme qui termine, permettant de connaître le plus petit entre a et b.

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problèmes

algébriques

2.1. Nombres entiers

.2. Nombres rationnels

3. Nombres algébriques

Python - Ordre

```
def petit(a,b):
    c,d=a,b
    while c>0 and d>0 :
        c,d=c-1,d-1
    if c==0:
        return(a)
    else :
        return(b)
```

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

 \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées

. Flobletties

2.1. Nombres entiers

2.2. Nombres rationnels

2.3. Nombres algébrique

Python - Ordre

```
def petit(a,b):
    c,d=a,b
    if c==0 :
        return(a)
    elif d==0 :
        return(b)
    else :
        petit(c-1,d-1)
```

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

I. Problèmes

2. Nombres algébriques

2.1. Nombres entiers

.2. Nombres rationnels

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

Ensuite on construit l'ensemble des entiers relatifs. On propose ici un exercice.

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- .2. Nombres rationnels
- 2.2. Nombros algóbrigues

Heuristique - Problématique

⇒ Construction de N. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

2.1. Nombres entiers

relation d'ordre entre les nombres soustraits. Il faut donc créer un premier ensemble, afin que toute

Ensuite on construit l'ensemble des entiers relatifs. On propose

La problématique : l'addition à trou (ou recherche d'une opération réciproque) n'est qu'à moitié possible. En effet, elle dépend de la

soustraction de nombres entiers soit possible.

Mais certaines soustractions peuvent conduire à un

« même »résultat

ici un exercice.

1. Montrer que \sim_1 définie par :

$$(a,b) \sim_1 (c,d) \iff a+d=c+b$$

est une relation d'équivalence.

- 2. Montrer que tout couple (a,b) est dans la classe d'un couple (0,d) ou (d,0) selon que $a \le b$ ou $a \ge b$
- 3. En déduire la construction de $\mathbb Z$ comme équivalent à l'ensemble $\frac{\mathbb N^2}{\sim_1}$

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- z. i. ivoliibles elitiels
- 2.3. Nombres algébriques

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

Exemple Le nombre -2

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
- 3. Nombres algébriques

Proposition - Opération sur $\mathbb Z$

L'ensemble \mathbb{Z} est l'ensemble $\frac{\mathbb{N}^2}{\sim_1}$ (des classes d'équivalence sur \mathbb{N}^2 de la loi \sim_1).

On définit alors la relation d'ordre $\leq_{\mathbb{Z}}$ par :

$$\overline{(a,b)} \leq_{\mathbb{Z}} \overline{(c,d)} \Longleftrightarrow a+d \leq_{\mathbb{N}} c+b$$

L'addition est alors simplement : $\overline{(a,b)} +_{\mathbb{Z}} \overline{(c,d)} = \overline{(a+_{\mathbb{N}} c,b+_{\mathbb{N}} d)}$ La multiplication est plus compliquée :

$$\overline{(a,b)} \times_{\mathbb{Z}} \overline{(c,d)} = \overline{(a \times_{\mathbb{N}} c +_{\mathbb{N}} b \times_{\mathbb{N}} d, b \times_{\mathbb{N}} c +_{\mathbb{N}} a \times_{\mathbb{N}} d)}$$

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

 $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{R}$ et fonctions associées

- i. Flublellies
- algébriques
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2 Nombros rationna
- 2.3. Nombres algébriques

Proposition - Opération sur $\mathbb Z$

L'ensemble \mathbb{Z} est l'ensemble $\frac{\mathbb{N}^2}{\sim_1}$ (des classes d'équivalence sur \mathbb{N}^2 de la loi \sim_1).

On définit alors la relation d'ordre $\leq_{\mathbb{Z}}$ par :

$$\overline{(a,b)} \leq_{\mathbb{Z}} \overline{(c,d)} \Longleftrightarrow a+d \leq_{\mathbb{N}} c+b$$

L'addition est alors simplement : $(a,b)+_{\mathbb{Z}}(c,d)=\overline{(a+_{\mathbb{N}}c,b+_{\mathbb{N}}d)}$ La multiplication est plus compliquée :

$$\overline{(a,b)} \times_{\mathbb{Z}} \overline{(c,d)} = \overline{(a \times_{\mathbb{N}} c +_{\mathbb{N}} b \times_{\mathbb{N}} d, b \times_{\mathbb{N}} c +_{\mathbb{N}} a \times_{\mathbb{N}} d)}$$

Remarque La difficulté : l'indépendance au représentant

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

 \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées

. Problèmes

algébriques

2.1. Nombres entiers

2.2. Nombres rationne

2.3. Nombres algébriques

Exemple Multiplication

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
 - 2. Nombres rationnels
- .3. Nombres algébriques

Exemple Multiplication **Démonstration**

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- algébriques
- 2.1. Nombres entiers
- .2. Nombres rationnels
- 2.3. Nombres algébriques

Lecon 32 -Construction d'ensembles numériques

⇒ Construction de N. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de R et fonctions associées

2.1. Nombres entiers

Exemple Multiplication Démonstration

Exercice

Montrer que l'ordre est total.

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres algébriques
 - 2.1 Nombres entiers
 - 2.2. Nombres rationnels
 - 2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
 - A Nambura satisas
- 2.2 Nombres rationnels
 - Nombros algóbriques

Construction de Q

La construction de $\mathbb Q$ est en tout point équivalente à la construction de $\mathbb Z$, mais pour un problème lié à la multiplication (et donc division) au lieu de l'addition (et donc la multiplication).

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
- \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées
- 1. Problèmes
- algébriques
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
 - . Nombres algébriques

 ~ 2 3. Montrer que $\leq_{\mathbb{Q}}$ définie par $(a,b) \leq_{\mathbb{Q}} (c,d)$ ssi $a \times_{\mathbb{Z}} d \leq_{\mathbb{Z}} b \times_{\mathbb{Z}} c$ définie bien une relation d'ordre total sur \mathbb{Q}

2. Montrer la construction de Q comme équivalent à l'ensemble

4. Comment définir $+_{\mathbb{Q}}$ et $\times_{\mathbb{Q}}$

La construction de Q est en tout point équivalente à la construction de Z, mais pour un problème lié à la multiplication (et donc division) au lieu de l'addition (et donc la multiplication). Exercice

Sur $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$.

 $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$

1. Montrer que \sim_2 définie par :

$$(a,b) \sim_2 (c,d) \iff a \times_{\mathbb{Z}} d = c \times_{\mathbb{Z}} b$$

est une relation d'équivalence.

Il faudrait vérifier que Q est bien un corps (addition, multiplication inversible) compatible avec \leq_Q . Cela se fait sans grande difficultés...

Lecon 32 -Construction d'ensembles numériques

⇒ Construction de N. ℤ, ℚ et ++

⇒ Construction de R et fonctions associées

2.2. Nombres rationnels

Proposition - Opération sur Q

L'ensemble $\mathbb Q$ est l'ensemble $\frac{\mathbb Z\times\mathbb N}{\sim_2}$ (des classes d'équivalence sur $\mathbb Z\times\mathbb N$ de la loi \sim_2).

On définit alors la relation d'ordre $\leq_{\mathbb{O}}$ par :

$$\overline{(a,b)} \leqslant_{\mathbb{Q}} \overline{(c,d)} \Longleftrightarrow a \times_{\mathbb{Z}} d \leqslant_{\mathbb{Z}} c \times_{\mathbb{Z}} b$$

La multiplication est alors simplement :

L'ordre est total (démonstration comme pour $\leq_{\mathbb{Z}}$).

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

. Problemes

2. Nombres

2.1. Nombres entier

2.2. Nombres rationnels

2.3. Nombres algébriques

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de R et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres algébriques
 - 2.1 Nombres entiers
 - 2.2 Nombres rationnel
 - 2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- algobildaes
- 2.1. Nombres entiers
- 2.3. Nombres algébriques

La plupart du temps les nombres se définissent par une phrase,

qui elle même se traduit en une équation (polynomiale).

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

1. Problémes

2. Nombres

.1. Nombres entiers

z.z. Nombres rationnels

2.3. Nombres algébriques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

⇒ Construction de ℝ

se,

1. Problèmes

et fonctions

2. Nombres

2.1. Nombres entiers

2.3. Nombres algébriques

La plupart du temps les nombres se définissent par une phrase, qui elle même se traduit en une équation (polynomiale). On définit alors

Défintion - Nombre algébrique

Un nombre r est un nombre algébrique si il existe une fonction polynomiale P à coefficients entiers telle que P(r)=0. Si n est le plus petit degré d'un polynôme vérifiant cette relation, on dit que r est algébrique d'ordre n

On définit alors

qui elle même se traduit en une équation (polynomiale).

polynomiale P à coefficients entiers telle que P(r) = 0.

Un nombre r est un nombre algébrique si il existe une fonction

Si n est le plus petit degré d'un polynôme vérifiant cette relation,

⇒ Construction de N. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de ℝ

La plupart du temps les nombres se définissent par une phrase,

et fonctions associées

2.3. Nombres algébriques

Exemple Nombres rationnels

Défintion - Nombre algébrique

on dit que r est algébrique d'ordre n

On définit alors

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

2.3. Nombres algébriques

on dit que r est algébrique d'ordre n

La plupart du temps les nombres se définissent par une phrase,

Un nombre r est un nombre algébrique si il existe une fonction

Si n est le plus petit degré d'un polynôme vérifiant cette relation,

qui elle même se traduit en une équation (polynomiale).

polynomiale P à coefficients entiers telle que P(r) = 0.

Exemple Nombres rationnels **Exemple** Nombres quadratiques

Défintion - Nombre algébrique

Nombres transcendants

cas de π ou de e.

D'autres nombres, toujours « naturels »ne s'expriment pas à partir d'une équation polynomiale à coefficients entiers. C'est le

Lecon 32 -Construction d'ensembles numériques

⇒ Construction de N. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

⇒ Construction de R et fonctions associées

2.3. Nombres algébriques

4□ > 4個 > 4 = > 4 = > = 9 < 0</p>

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{O} et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

alaéhrianes

2.1. Nombres entiers

and the state of t

2.3. Nombres algébriques

Définition - Nombre transcendant

cas de π ou de e.

Delinition - Nombre transcendant

Si r n'est pas algébrique, on dit qu'il est transcendant.

D'autres nombres, toujours « naturels »ne s'expriment pas à partir d'une équation polynomiale à coefficients entiers. C'est le

Objectifs

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
 - ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
 - 1. Problèmes
 - 2. Nombres
 - 2.1 Nombree entiere
 - 0 0 Nambara astirana
 - 2.2. Nombres rationnels

Objectifs

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - ▶ N est défini par l'existence de 0 d'un successeur.

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
- 2.3. Nombres algébriques

Objectifs

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - ightharpoonup est défini par l'existence de 0 d'un successeur. Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

 \Rightarrow Construction de $\mathbb R$ et fonctions associées

1. Problèmes

algébriques

2.1. Nombres entiers

2.2. Nombres rationnels

. Nombres algébrique

Objectifs

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - ightharpoonup
 igh
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication...

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- 1. Problèmes
- 2. Nombres
- 2.1. Nombres entiers
- 2.2. Nombres rationnels
- 3. Nombres algébriqu

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - N est défini par l'existence de 0 d'un successeur. Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication. . .
 - Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{N}^2}{\sim_1}$ où $(a,b) \sim_1 (c,d)$ ssi a+d=b+c.

⇒ Construction de N. ℤ, ℚ et ++

Objectifs

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - N est défini par l'existence de 0 d'un successeur. Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication...
 - $\text{Ensuite}: \mathbb{Z} = \frac{\mathbb{N}^2}{-} \text{ où } (a,b) \sim_1 (c,d) \text{ ssi } a+d=b+c.$ La relation ≤, l'addition et la multiplication se généralise

⇒ Construction de N. Z, 0 et ++

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - N est défini par l'existence de 0 d'un successeur. Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication...
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{N}^2}{-}$ où $(a,b) \sim_1 (c,d)$ ssi a+d=b+c. La relation ≤, l'addition et la multiplication se généralise
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z} \times \mathbb{N}}{\sim_2}$ où $(a,b) \sim_2 (c,d)$ ssi $a \times d = b \times c$.

⇒ Construction de N. Z, 0 et ++

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - N est défini par l'existence de 0 d'un successeur.
 Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication...
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{N}^2}{\sim_1}$ où $(a,b) \sim_1 (c,d)$ ssi a+d=b+c. La relation \leq , l'addition et la multiplication se généralise
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z} \times \mathbb{N}}{\sim_2}$ où $(a,b) \sim_2 (c,d)$ ssi $a \times d = b \times c$. La relation \leq , l'addition et la multiplication se généralise

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- . Problèmes
- algébriques
- 2.1. Nombres entier
- 2.1. Nombres entiers
- 2.3. Nombres algébriques

Construction d'ensembles numériques

⇒ Construction de N. Z, 0 et ++

⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

Conclusion

Objectifs

- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
 - N est défini par l'existence de 0 d'un successeur. Cela donne l'addition +1 (la récurrence) et la relation d'ordre
 - Puis, on définit l'addition répétée et la multiplication...
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{N}^2}{}$ où $(a,b) \sim_1 (c,d)$ ssi a+d=b+c. La relation ≤, l'addition et la multiplication se généralise
 - ► Ensuite : $\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z} \times \mathbb{N}}{\mathbb{Z}}$ où $(a,b) \sim_2 (c,d)$ ssi $a \times d = b \times c$. La relation ≤, l'addition et la multiplication se généralise
 - Nombres algébriques : racines de polynôme à coefficients entiers.

- Objectifs
- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
 - 2. Nombres
 - 2.1 Nombree entiere
 - 0.0 Nambara astiranal
 - a N. I. I. I. I. I.

- Objectifs
- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
 - 2. Nombres
 - 2.1 Nombree entiere
 - 0.0 Nambara astiranal
 - a N. I. I. I. I. I.

- Objectifs
- \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

- $\Rightarrow \text{Construction de } \mathbb{N}, \\ \mathbb{Z}, \, \mathbb{Q} \text{ et ++}$
- ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées
- 1. Problèmes
 - 2. Nombres
 - 2.1 Nombree entiere
 - 0.0 Nambara astiranal
 - a N. I. I. I. I. I.

Objectifs

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

Leçon 32 -Construction d'ensembles numériques

- \mathbb{Z}, \mathbb{Q} et ++ \Rightarrow Construction de \mathbb{R}
 - ⇒ Construction de ℝ et fonctions associées

⇒ Construction de N.

- 1. Problèmes
 - 2. Nombres
 - 2.1. Nombres entiers
 - 2.2. Nombres rationnels
 - 2 Nombros algóbriques

- ⇒ Construction de N. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++
- ⇒ Construction de R et fonctions associées

Objectifs

 \Rightarrow Construction de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et ++

Pour la prochaine fois

- Lecture du cours : chapitre 9 Construction de ℝ
- Exercices N°291, 292