



Leçon 84 - Espace vectoriel de dimension finie

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Leçon 84 - Espace vectoriel de dimension finie

24 mars 2026

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes
2. Introduction
3. Translatés d'un sous-espace vectoriel
 - 3.1. Translation (linéaire)
 - 3.2. (Sous-)Espaces affines
 - 3.3. Exemples variés
4. Systèmes d'équations linéaires
 - 4.1. Contextes
 - 4.2. Interprétations
 - 4.3. Structure de l'ensemble des solutions
5. Equations, intersections et parallélisme
 - 5.1. Cas général
 - 5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)
 - 5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Problème Droite linéaire vs. droite affine.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

- 3.1. Translation (linéaire)
- 3.2. (Sous-)Espaces affines
- 3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

- 4.1. Contextes
- 4.2. Interprétations
- 4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

- 5.1. Cas général
- 5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Problème Droite linéaire vs. droite affine.

Problème Structure affine de l'ensemble des solutions d'un problème linéaire.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

- 3.1. Translation (linéaire)
- 3.2. (Sous-)Espaces affines
- 3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

- 4.1. Contextes
- 4.2. Interprétations
- 4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

- 5.1. Cas général
- 5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Problème Droite linéaire vs. droite affine.

Problème Structure affine de l'ensemble des solutions d'un problème linéaire.

Problème Réciproquement

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Problème Droite linéaire vs. droite affine.

Problème Structure affine de l'ensemble des solutions d'un problème linéaire.

Problème Réciproquement

Problème Espaces quotients et supplémentaires.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Règles a priori

Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}).

Heuristique. Addition (et soustraction) affine

Si $A, B \in E$, on note $\overrightarrow{AB} = B - A \in \vec{E}$. On a alors :

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A = B \\ \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} \end{array} \quad \begin{array}{l} B = A + \vec{u} \Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \end{array}$$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Règles a priori

Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}).

Heuristique. Addition (et soustraction) affine

Si $A, B \in E$, on note $\overrightarrow{AB} = B - A \in \vec{E}$. On a alors :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} = \vec{0} &\Leftrightarrow A = B & B = A + \vec{u} &\Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} & & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

Heuristique. Repère affine

On appelle alors *repère affine* de E tout couple (Ω, \mathcal{B}) d'un point Ω de E (l'*origine* du repère) et d'une base \mathcal{B} de \vec{E} . Si

$\mathcal{B} = (\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n)$ alors tout point X de E s'écrit de manière unique sous la forme

$$X = \Omega + \sum_{i=1}^n x_i \vec{e}_i ;$$

on dit que les x_i sont les coordonnées du point X dans le repère affine, ce sont également les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\Omega X}$ dans la base \mathcal{B} . (Le choix d'une origine permet "d'identifier" E et \vec{E} .)

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Translation affine

Soit $(E, +, \cdot)$ un K -e.v. A ce stade, a et x sont des vecteurs. . .

Définition - Translation

Soit $a \in E$. On appelle translation de vecteur a l'application

$$\begin{aligned}t_a : E &\rightarrow E \\x &\mapsto x + a\end{aligned}$$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Translation affine

Soit $(E, +, \cdot)$ un K -e.v. A ce stade, a et x sont des vecteurs. . .

Définition - Translation

Soit $a \in E$. On appelle translation de vecteur a l'application

$$\begin{aligned} t_a : E &\rightarrow E \\ x &\mapsto x + a \end{aligned}$$

Proposition - Le groupe des translations $\mathcal{T}(E)$

On note $\mathcal{T}(E)$ l'ensemble des translations de E . Alors $(\mathcal{T}(E), \circ)$ est un groupe commutatif. En particulier

- ▶ Id_E est la translation de vecteur nul.
- ▶ $t_a \circ t_b = t_b \circ t_a = t_{a+b}$.
- ▶ t_a est bijective de bijection réciproque t_{-a}

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Translation affine

Soit $(E, +, \cdot)$ un K -e.v. A ce stade, a et x sont des vecteurs. . .

Définition - Translation

Soit $a \in E$. On appelle translation de vecteur a l'application

$$\begin{aligned} t_a: E &\rightarrow E \\ x &\mapsto x + a \end{aligned}$$

Proposition - Le groupe des translations $\mathcal{T}(E)$

On note $\mathcal{T}(E)$ l'ensemble des translations de E . Alors $(\mathcal{T}(E), \circ)$ est un groupe commutatif. En particulier

- ▶ Id_E est la translation de vecteur nul.
- ▶ $t_a \circ t_b = t_b \circ t_a = t_{a+b}$.
- ▶ t_a est bijective de bijection réciproque t_{-a}

Démonstration

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Définition - Sous-espace affine (d'un espace vectoriel)

Soit $\mathcal{F} \subset E$ (\mathcal{F} est une partie E).

On dit que \mathcal{F} est un sous-espace affine de E s'il existe $a \in E$ et F sous-espace vectoriel de E tels que

$$\mathcal{F} = t_a(F) = \{x + a; x \in F\}$$

On note alors $\mathcal{F} = a + F$ et on dit que le s.e.v F est la direction du s.e.a. \mathcal{F} .

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espace affine (d'un espace vectoriel)

Soit $\mathcal{F} \subset E$ (\mathcal{F} est une partie E).

On dit que \mathcal{F} est un sous-espace affine de E s'il existe $a \in E$ et F sous-espace vectoriel de E tels que

$$\mathcal{F} = t_a(F) = \{x + a; x \in F\}$$

On note alors $\mathcal{F} = a + F$ et on dit que le s.e.v F est la direction du s.e.a. \mathcal{F} .

Remarque Eléments de \mathcal{F}

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espace affine (d'un espace vectoriel)

Soit $\mathcal{F} \subset E$ (\mathcal{F} est une partie E).

On dit que \mathcal{F} est un sous-espace affine de E s'il existe $a \in E$ et F sous-espace vectoriel de E tels que

$$\mathcal{F} = t_a(F) = \{x + a; x \in F\}$$

On note alors $\mathcal{F} = a + F$ et on dit que le s.e.v F est la direction du s.e.a. \mathcal{F} .

Remarque Eléments de \mathcal{F}

Remarque Autre notation

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espace affine (d'un espace vectoriel)

Soit $\mathcal{F} \subset E$ (\mathcal{F} est une partie E).

On dit que \mathcal{F} est un sous-espace affine de E s'il existe $a \in E$ et F sous-espace vectoriel de E tels que

$$\mathcal{F} = t_a(F) = \{x + a; x \in F\}$$

On note alors $\mathcal{F} = a + F$ et on dit que le s.e.v F est la direction du s.e.a. \mathcal{F} .

Remarque Eléments de \mathcal{F}

Remarque Autre notation

Remarque Unicité de \mathcal{F}

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espace affine (d'un espace vectoriel)

Soit $\mathcal{F} \subset E$ (\mathcal{F} est une partie E).

On dit que \mathcal{F} est un sous-espace affine de E s'il existe $a \in E$ et F sous-espace vectoriel de E tels que

$$\mathcal{F} = t_a(F) = \{x + a; x \in F\}$$

On note alors $\mathcal{F} = a + F$ et on dit que le s.e.v F est la direction du s.e.a. \mathcal{F} .

Remarque Eléments de \mathcal{F}

Remarque Autre notation

Remarque Unicité de \mathcal{F}

Démonstration

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sea particuliers

Soit \mathcal{F} un sous-espace affine de E de direction F . On dit que \mathcal{F} est

- ▶ un point (ou un singleton réduit à un point) si $F = \{0_E\}$,
- ▶ une droite affine si F est une droite vectorielle,
- ▶ un plan affine si F est un plan vectoriel,
- ▶ un hyperplan affine si F est un hyperplan vectoriel.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sea particuliers

Soit \mathcal{F} un sous-espace affine de E de direction F . On dit que \mathcal{F} est

- ▶ un point (ou un singleton réduit à un point) si $F = \{0_E\}$,
- ▶ une droite affine si F est une droite vectorielle,
- ▶ un plan affine si F est un plan vectoriel,
- ▶ un hyperplan affine si F est un hyperplan vectoriel.

Application Représentation graphique dans \mathbb{R}^2 ou dans \mathbb{R}^3

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Exemple Cas particuliers

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Exemple Cas particuliers

- les s.e.a de \mathbb{R}^2 sont

- les s.e.a de \mathbb{R}^3 sont

- $\{y \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid y'' + y' - 2y = e^{3x}\}$ est un s.e.a de $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ de direction

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Proposition - Expression d'un s.e.a.

Si \mathcal{F} est un s.e.a de E de direction F ,
alors pour tout $a \in \mathcal{F}$ on a $\mathcal{F} = a + F$.

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Proposition - Expression d'un s.e.a.

Si \mathcal{F} est un s.e.a de E de direction F ,
alors pour tout $a \in \mathcal{F}$ on a $\mathcal{F} = a + F$.

Démonstration

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Equation $u(x) = b$ avec u linéaire

Le résultat suivant est déjà connu, mais il s'interprète de manière tout à fait naturel dans le langage des espaces affines.

Théorème - Résolution d'une équation linéaire $u(x) = b$

Soient $u \in \mathcal{L}(E, F)$ et $b \in F$. On note $S_{\mathcal{E}}$ l'ensemble des solutions de l'équation $(\mathcal{E}) : u(x) = b$.

- ▶ Si $b \notin \text{Im } u$ alors $S_{\mathcal{E}} = \emptyset$.
- ▶ Si $b \in \text{Im } u$ alors $S_{\mathcal{E}} \neq \emptyset$ et si x_0 est une solution particulière de (\mathcal{E}) alors

$$S_{\mathcal{E}} = \{x_0 + y; y \in \text{Ker } u\}.$$

($S_{\mathcal{E}}$ est un sous-espace affine de E de direction $\text{Ker } u$.)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Equations différentielles

Pour l'exercice suivant, on donnera une base de l'espace directeur (ce qui donne aussi la valeur de la dimension de l'espace affine des solutions).

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Pour l'exercice suivant, on donnera une base de l'espace directeur (ce qui donne aussi la valeur de la dimension de l'espace affine des solutions).

Exercice

- Exprimer l'ensemble des solutions de l'équation

$$y' + \cos x \times y = 1 + \tan^2 x + \sin x$$

- Exprimer l'ensemble des solutions de l'équation

$$-3y'' + 4y' - y = \sin x$$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Exercice

Trouver les suites (u_n) vérifiant :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 2$$

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Exercice

Trouver les suites (u_n) vérifiant :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 2$$

Exercice

Trouver l'ensemble des polynômes tels que $P(1) = 1$, $P(2) = 2$,
 $P(3) = 3$ et $P(4) = 5$.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Exercice

Trouver les suites (u_n) vérifiant :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 2$$

Exercice

Trouver l'ensemble des polynômes tels que $P(1) = 1$, $P(2) = 2$,
 $P(3) = 3$ et $P(4) = 5$.

Exercice

Trouver l'ensemble des nombres N tels que $N \equiv 1[3]$, $N \equiv 2[5]$,
 $N \equiv 4[7]$ et $N \equiv 1[11]$.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

En forme de rappels :

Définition - Vocabulaire

On considère le système de n équations à p inconnues :

$$(S) \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1p}x_p = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2p}x_p = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{np}x_p = b_n \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{np} \end{pmatrix} \text{ est la matrice du système, } B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

est la matrice colonne des coordonnées du second membre.

On appelle système homogène associé à (S) le même système avec $b = 0$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Définition - Compatibilité du système

Le système est dit compatible si l'ensemble des solutions est non vide.

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Définition - Compatibilité du système

Le système est dit compatible si l'ensemble des solutions est non vide.

Remarque Rang du système

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Nouveauté ?

Les résultats et propositions qui suivent découlent du cours précédent, ce qui change est leur interprétation (en fait, « le point de vue s'élargit »). Cela ne mérite donc, de manière générale, aucune démonstration.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Nouveauté ?

Les résultats et propositions qui suivent découlent du cours précédent, ce qui change est leur interprétation (en fait, « le point de vue s'élargit »). Cela ne mérite donc, de manière générale, aucune démonstration.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

Proposition - Interprétation linéaire

Soit $u \in \mathcal{L}(\mathbb{K}^p, \mathbb{K}^n)$ définie par

$$u: \mathbb{K}^p \rightarrow \mathbb{K}^n$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1p}x_p \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2p}x_p \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{np}x_p \end{pmatrix}$$

et $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Alors

$$(x_1, \dots, x_p) \in \mathbb{K}^p \text{ est solution de } (S) \Leftrightarrow u(x) = b$$

Le système est compatible si et seulement si $b \in \text{Im } u$.

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Proposition - Rang du système

Le rang du système (S) est égal au rang de
 $u : \text{rg}(S) = \text{rg}(A) = \text{rg}(u)$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Proposition - Rang du système

Le rang du système (S) est égal au rang de u : $\text{rg}(S) = \text{rg}(A) = \text{rg}(u)$.

Proposition - Interprétation duale

Considérons les n formes linéaires φ_i sur \mathbb{K}^p définies par :

$$\begin{aligned}\varphi_i : \mathbb{K}^p &\rightarrow \mathbb{K} \\ (x_1, \dots, x_p) &\mapsto a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ip}x_p\end{aligned}$$

Alors

$(x_1, \dots, x_p) \in \mathbb{K}^p$ est solution de $(S) \Leftrightarrow \forall i \in \{1, \dots, n\}, \varphi_i(x) = b_i$

L'ensemble des solutions du système homogène est alors

$\text{Ker } \varphi_1 \cap \dots \cap \text{Ker } \varphi_n$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Interprétation affine de la résolution d'un système

Leçon 84 - Espace
vectoriel de
dimension finie

On note \mathbb{S}_0 l'ensemble des solutions du système homogène associé et \mathbb{S} l'ensemble des solutions du système (S).

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Interprétation affine de la résolution d'un système

On note \mathbb{S}_0 l'ensemble des solutions du système homogène associé et \mathbb{S} l'ensemble des solutions du système (S) .

Théorème - Dimension de l'espace vectoriel \mathbb{S}_0

\mathbb{S}_0 est un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension $p - \text{rg}(S)$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Interprétation affine de la résolution d'un système

On note \mathbb{S}_0 l'ensemble des solutions du système homogène associé et \mathbb{S} l'ensemble des solutions du système (S) .

Théorème - Dimension de l'espace vectoriel \mathbb{S}_0

\mathbb{S}_0 est un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension $p - \text{rg}(S)$.

Théorème - Résolution de système. Interprétation affine.

Si (S) est compatible, alors il existe une solution particulière x_0 .
Dans ce cas,

$$\mathbb{S} = \{x_0 + y; y \in \mathbb{S}_0\}$$

et \mathbb{S} est un espace affine de dimension $p - \text{rg}(S)$.

Un tel système a $\text{rg}(S)$ inconnues principales et $p - \text{rg}(S)$ inconnues secondaires.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Exercice

Exercice

Résoudre le système

$$\begin{cases} 2x_1 & -2x_2 & +x_3 & -5x_4 & +3x_5 & = & 8 \\ & 2x_2 & -4x_3 & -9x_4 & +7x_5 & = & 6 \\ -6x_1 & +7x_2 & -6x_3 & +11x_4 & -7x_5 & = & -23 \\ 2x_1 & -5x_2 & +14x_3 & +5x_4 & +3x_5 & = & 13 \end{cases}$$

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Exercice

Exercice

Résoudre le système

$$\begin{cases} 2x_1 & -2x_2 & +x_3 & -5x_4 & +3x_5 & = & 8 \\ & 2x_2 & -4x_3 & -9x_4 & +7x_5 & = & 6 \\ -6x_1 & +7x_2 & -6x_3 & +11x_4 & -7x_5 & = & -23 \\ 2x_1 & -5x_2 & +14x_3 & +5x_4 & +3x_5 & = & 13 \end{cases}$$

Donc $\mathbb{S} = (10, 7, 2, 0, 0) + \text{Vect}((-23, -13, -3, 0, 2))$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Proposition - Intersection de sous-espaces affines

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G . Si $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un sous-espace affine de direction le s.e.v $F \cap G$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Intersection

Proposition - Intersection de sous-espaces affines

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G . Si $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un sous-espace affine de direction le s.e.v $F \cap G$.

Démonstration

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Intersection

Proposition - Intersection de sous-espaces affines

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G . Si $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un sous-espace affine de direction le s.e.v $F \cap G$.

Démonstration

Si $F \cap G = \{0\}$, i.e. $F \oplus G$:

Corollaire - Espaces supplémentaires

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G vérifiant $F \oplus G = E$. Alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un singleton.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Intersection

Proposition - Intersection de sous-espaces affines

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G . Si $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un sous-espace affine de direction le s.e.v $F \cap G$.

Démonstration

Si $F \cap G = \{0\}$, i.e. $F \oplus G$:

Corollaire - Espaces supplémentaires

Soient \mathcal{F} et \mathcal{G} deux sous-espaces affines de directions respectives F et G vérifiant $F \oplus G = E$. Alors $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ est un singleton.

Remarque Hypothèse superflue ?

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espaces affines parallèles

On dit que le sous-espace affine \mathcal{F} est parallèle au sous-espace affine \mathcal{G} si $F \subset G$.

On dit que deux sous espaces affines \mathcal{F} et \mathcal{G} sont parallèles si $F = G$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Définition - Sous-espaces affines parallèles

On dit que le sous-espace affine \mathcal{F} est parallèle au sous-espace affine \mathcal{G} si $F \subset G$.

On dit que deux sous espaces affines \mathcal{F} et \mathcal{G} sont parallèles si $F = G$.

Attention. Relation d'équivalence. Relation d'ordre

Etre parallèle n'est donc pas une relation d'équivalence (non symétrique).

Mais il s'agit d'une pseudo-relation d'ordre (légère difficulté : on parle des espaces affines, et on a une égalité sur les espaces vectoriels, dans le cas de l'antisymétrie).

Par ailleurs, la relation n'est clairement pas totale

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Proposition -Equation d'un hyperplan affine

Soit $\mathcal{R} = (\Omega, e_1, \dots, e_n)$ un repère affine de l'espace E de dimension n . Alors

- ▶ Un hyperplan affine \mathcal{H} de E possède au moins une équation dans \mathcal{R} du type :

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = h \text{ avec } (a_1, \dots, a_n) \neq (0, \dots, 0). \quad (*)$$

- ▶ Réciproquement la relation (*) est l'équation d'un hyperplan affine dont la direction admet pour équation cartésienne

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = 0.$$

- ▶ Deux équations de la forme (*) représentent le même hyperplan affine si et seulement si elles sont proportionnelles.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Equation

Proposition -Equation d'un hyperplan affine

Soit $\mathcal{R} = (\Omega, e_1, \dots, e_n)$ un repère affine de l'espace E de dimension n . Alors

- ▶ Un hyperplan affine \mathcal{H} de E possède au moins une équation dans \mathcal{R} du type :

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = h \text{ avec } (a_1, \dots, a_n) \neq (0, \dots, 0). \quad (*)$$

- ▶ Réciproquement la relation (*) est l'équation d'un hyperplan affine dont la direction admet pour équation cartésienne

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = 0.$$

- ▶ Deux équations de la forme (*) représentent le même hyperplan affine si et seulement si elles sont proportionnelles.

Démonstration

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Equation de droites

On retrouve les résultats du plan usuel, qui sont généralisable à tout espace (affine) de dimension 2 (comme par exemple, l'espace des suites récurrentes linéaires d'ordre 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Equation de droites

On retrouve les résultats du plan usuel, qui sont généralisable à tout espace (affine) de dimension 2 (comme par exemple, l'espace des suites récurrentes linéaires d'ordre 2)

Théorème - Equation de droites

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ un repère du plan. Alors

- ▶ Toute droite possède une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$, $(a, b) \neq (0, 0)$, $\vec{u}(-b, a)$ en est un vecteur directeur.
- ▶ Réciproquement, toute équation cartésienne de ce type décrit une droite.
- ▶ Deux telles équations représentent la même droite si et seulement si elles sont proportionnelles.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Equation paramétrique

Définition - Equation paramétrique

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ un repère du plan. Alors une droite possède des équations paramétriques (ou une représentation paramétrique) de la forme

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Il s'agit alors de la droite passant par $M_0(x_0, y_0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(u_1, u_2)$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Equation paramétrique

Définition - Equation paramétrique

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ un repère du plan. Alors une droite possède des équations paramétriques (ou une représentation paramétrique) de la forme

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Il s'agit alors de la droite passant par $M_0(x_0, y_0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(u_1, u_2)$.

Démonstration

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Equation paramétrique

Définition - Equation paramétrique

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ un repère du plan. Alors une droite possède des équations paramétriques (ou une représentation paramétrique) de la forme

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Il s'agit alors de la droite passant par $M_0(x_0, y_0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(u_1, u_2)$.

Démonstration

Proposition - Droites parallèles

Deux droites affines du plan sont parallèles si elles ont même direction
et, si elle ne sont pas parallèles, leur intersection est réduite à un point.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

5.3. Dans un espace de dimension 3

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Droite (paramétrée)

Comme précédemment, dans le cas où l'espace vectoriel directeur est de dimension 1 (droite dans l'espace) :

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Droite (paramétrée)

Comme précédemment, dans le cas où l'espace vectoriel directeur est de dimension 1 (droite dans l'espace) :

Définition - Représentation paramétrique d'une droite

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ un repère quelconque de l'espace. Alors une droite possède des équations paramétriques (ou une représentation paramétrique) de la forme

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \\ z = z_0 + tu_3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Il s'agit alors de la droite passant par $M_0(x_0, y_0, z_0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Plan (paramétré)

Comme précédemment, dans le cas où l'espace vectoriel directeur est de dimension 2 (plan dans l'espace) :

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Plan (paramétré)

Comme précédemment, dans le cas où l'espace vectoriel directeur est de dimension 2 (plan dans l'espace) :

Définition - Représentation paramétrique d'un plan

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ un repère quelconque de l'espace. Alors un plan possède des équations paramétriques (ou une représentation paramétrique) de la forme

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 + sv_1 \\ y = y_0 + tu_2 + sv_2 \\ z = z_0 + tu_3 + sv_3 \end{cases} \quad (t, s) \in \mathbb{R}^2$$

Il s'agit alors du plan passant par $M_0(x_0, y_0, z_0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ et $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ (Attention : \vec{u} et \vec{v} doivent être linéairement indépendants, sinon il s'agit d'une droite).

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Théorème - Equation cartésienne d'un plan

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ un repère de l'espace. Alors

- ▶ Tout plan possède une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$, $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.
- ▶ Réciproquement, toute équation cartésienne de ce type décrit un plan.

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

Théorème - Equation cartésienne d'un plan

Soit $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ un repère de l'espace. Alors

- ▶ Tout plan possède une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$, $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.
- ▶ Réciproquement, toute équation cartésienne de ce type décrit un plan.

Démonstration

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Droite (cartésienne)

Proposition - Equations cartésiennes d'une droite

Soient deux plans d'équations respectives

$$ax + by + cz + d = 0$$

et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$. Alors

- ▶ Si (a, b, c) et (a', b', c') sont proportionnels, alors \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles (i.e. ont le même plan vectoriel comme direction, ou les mêmes vecteurs directeurs).

De plus si (a, b, c, d) et (a', b', c', d') sont proportionnels alors $\mathcal{P} = \mathcal{P}'$, sinon $\mathcal{P} \cap \mathcal{P}' = \emptyset$.

- ▶ Si (a, b, c) et (a', b', c') ne sont pas proportionnels, alors

$\Delta = \mathcal{P} \cap \mathcal{P}'$ est une droite.

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases} \text{ s'appelle un système} \\ \text{d'équations cartésiennes de } \Delta.$$

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Attention. Parallélisme et intersection

Dans l'espace de dimension 3,

- ▶ deux droites sont parallèles si elles ont des vecteurs directeurs colinéaires,
- ▶ deux plans sont parallèles s'ils ont le même plan vectoriel pour direction,
- ▶ une droite peut être parallèle à un plan si son vecteur directeur appartient à la direction du plan,
- ▶ mais il est incorrect de dire qu'un plan est parallèle à une droite,
- ▶ l'intersection d'une droite \mathcal{D} non parallèle à un plan \mathcal{P} , et du plan \mathcal{P} est un point.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

- ▶ Idée : Espace vectoriel avec une origine déplacée.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

- ▶ Idée : Espace vectoriel avec une origine déplacée.
- ▶ Définition de translation vectoriel : $t_a(x) = a + x$. $\mathcal{T}(E)$ est l'ensemble des translations
 $(\mathcal{T}(E), \circ)$ est un sous-groupe.

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

- ▶ Idée : Espace vectoriel avec une origine déplacée.
- ▶ Définition de translation vectoriel : $t_a(x) = a + x$. $\mathcal{T}(E)$ est l'ensemble des translations
 $(\mathcal{T}(E), \circ)$ est un sous-groupe.
- ▶ Espaces particuliers (selon les dimensions de F)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

- ▶ Idée : Espace vectoriel avec une origine déplacée.
- ▶ Définition de translation vectoriel : $t_a(x) = a + x$. $\mathcal{T}(E)$ est l'ensemble des translations
 $(\mathcal{T}(E), \circ)$ est un sous-groupe.
- ▶ Espaces particuliers (selon les dimensions de F)
- ▶ Si $b \in \text{Im } u$, $\{x \mid u(x) = b\} = x_0 + \text{Ker } u$ est un espace affine !
(indépendant du choix de x_0 , une solution de $u(x) = b$)

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
 - ▶ Reprise du vocabulaire

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

- ▶ Reprise du vocabulaire
- ▶ Une équation \longleftrightarrow un hyperplan
 p équations : \longleftrightarrow intersection de p hyperplans.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

- ▶ Reprise du vocabulaire
- ▶ Une équation \longleftrightarrow un hyperplan
 p équations : \longleftrightarrow intersection de p hyperplans.
- ▶ On en déduit le rang puis si $b \in \text{Im } u$ (selon les équations auxiliaires. . .)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

- ▶ Reprise du vocabulaire
- ▶ Une équation \longleftrightarrow un hyperplan
 p équations : \longleftrightarrow intersection de p hyperplans.
- ▶ On en déduit le rang puis si $b \in \text{Im } u$ (selon les équations auxiliaires. . .)
- ▶ La solution est un espace affine (non unicité de description)

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines
 - ▶ Forte inspiration de la géométrie...

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines
 - ▶ Forte inspiration de la géométrie. . .
 - ▶ Intersection de deux sous-espaces affines.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines
 - ▶ Forte inspiration de la géométrie...
 - ▶ Intersection de deux sous-espaces affines.
 - ▶ \mathcal{E} est parallèle à \mathcal{F} ssi $E \subset F$.

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines
 - ▶ Forte inspiration de la géométrie. . .
 - ▶ Intersection de deux sous-espaces affines.
 - ▶ \mathcal{E} est parallèle à \mathcal{F} ssi $E \subset F$.
 - ▶ Représentation dans le plan \mathbb{R}^2 et dans l'espace \mathbb{R}^3 .

⇒ Présentation et
mise en place de la
structure affine

⇒ Interprétation des
SEL

⇒ Vocabulaire sur les
espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)

Conclusion

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines
 - ▶ Forte inspiration de la géométrie...
 - ▶ Intersection de deux sous-espaces affines.
 - ▶ \mathcal{E} est parallèle à \mathcal{F} ssi $E \subset F$.
 - ▶ Représentation dans le plan \mathbb{R}^2 et dans l'espace \mathbb{R}^3 .
 - ▶ Deux points de vue descriptifs : cartésien ou paramétrique

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble des solutions

5. Equations, intersections et parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de dimension 2)

Objectifs

- ⇒ Présentation et mise en place de la structure affine
- ⇒ Interprétation des SEL
- ⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

⇒ Présentation et mise en place de la structure affine

⇒ Interprétation des SEL

⇒ Vocabulaire sur les espaces affines

Pour le prochain cours

- ▶ Prochain cours : Lecture du cours : chapitre 32 :
Dénombrément, combinatoire
- ▶ Exercice n° 555 & 556
- ▶ TD de jeudi :
8h-10h : 558, 560, 562, 661, 667
10h-12h : 559, 561, 563, 662, 666

1. Problèmes

2. Introduction

3. Translatés d'un
sous-espace vectoriel

3.1. Translation (linéaire)

3.2. (Sous-)Espaces affines

3.3. Exemples variés

4. Systèmes
d'équations linéaires

4.1. Contextes

4.2. Interprétations

4.3. Structure de l'ensemble
des solutions

5. Equations,
intersections et
parallélisme

5.1. Cas général

5.2. Dans un plan (espace de
dimension 2)