



## Leçon 75 - Corps des fractions $\mathbb{K}(X)$ de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

Leçon 75 - Corps des fractions  $\mathbb{K}(X)$  de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Problèmes

## Problème

$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$  et  $\mathbb{K}[X] \rightarrow ???$

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Problème

$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$  et  $\mathbb{K}[X] \rightarrow ???$

## Problème

Intégration de fraction

Calculer  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1-x^2} dx$  et  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+x^2} dx$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Problème

$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$  et  $\mathbb{K}[X] \rightarrow ???$

## Problème

Intégration de fraction

Calculer  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1-x^2} dx$  et  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+x^2} dx$

## Problème

Paramétrage rationnel de cercle

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Heuristique. Ensemble quotient

On crée l'ensemble  $\mathbb{K}(X)$  à l'image de l'ensemble  $\mathbb{Q}$ .  $\mathbb{Z}$  était un anneau intègre mais pas un corps, l'ensemble  $\mathbb{Q}$  est le plus petit corps contenant  $\mathbb{Z}$ . De même on va créer un corps contenant  $\mathbb{K}[X]$ .

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Heuristique. Ensemble quotient

On crée l'ensemble  $\mathbb{K}(X)$  à l'image de l'ensemble  $\mathbb{Q}$ .

$\mathbb{Z}$  était un anneau intègre mais pas un corps, l'ensemble  $\mathbb{Q}$  est le plus petit corps contenant  $\mathbb{Z}$ . De même on va créer un corps contenant  $\mathbb{K}[X]$ .

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Définition - Fractions rationnelles (par classe d'équivalence)

La relation binaire définie sur  $\mathbb{K}[X] \times (\mathbb{K}[X] \setminus \{0\})$  par

$$(A_1, B_1) \mathcal{R} (A_2, B_2) \Leftrightarrow A_1 B_2 = A_2 B_1$$

est une relation d'équivalence.

On note  $\mathbb{K}(X)$  l'ensemble des classes d'équivalence, un élément

$F$  de  $\mathbb{K}(X)$  est écrit sous la forme  $F = \frac{A}{B}$  (ou  $F(X) = \frac{A(X)}{B(X)}$ ) où

$(A, B) \in \mathbb{K}[X] \times (\mathbb{K}[X] \setminus \{0\})$ .

On a donc  $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} \Leftrightarrow A_1 B_2 = A_2 B_1$

$F$  s'appelle une fraction rationnelle.

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Corps des fractions rationnelles

Muni des lois internes  $+$  et  $\times$  définies par

$$\frac{A_1}{B_1} + \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_1B_2 + B_1A_2}{B_1B_2}, \quad \frac{A_1}{B_1} \times \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_1A_2}{B_1B_2}$$

$(\mathbb{K}(X), +, \times)$  est un corps contenant  $\mathbb{K}[X]$  (on identifie  $B$  à  $\frac{B}{1}$ ).

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Corps des fractions rationnelles

Muni des lois internes  $+$  et  $\times$  définies par

$$\frac{A_1}{B_1} + \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_1B_2 + B_1A_2}{B_1B_2}, \quad \frac{A_1}{B_1} \times \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_1A_2}{B_1B_2}$$

$(\mathbb{K}(X), +, \times)$  est un corps contenant  $\mathbb{K}[X]$  (on identifie  $B$  à  $\frac{B}{1}$ ).

## Démonstration

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Composition

Soit  $F_1 = \frac{A_1}{B_1}$  et  $F_2 = \frac{A_2}{B_2}$  deux fractions rationnelles.  
Alors  $F_1 \circ F_2$  est également une fraction rationnelle.

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Composition

Soit  $F_1 = \frac{A_1}{B_1}$  et  $F_2 = \frac{A_2}{B_2}$  deux fractions rationnelles.  
Alors  $F_1 \circ F_2$  est également une fraction rationnelle.

## Démonstration

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Choix d'un (meilleur ?) représentant

## Définition - Représentant irréductible

Soit  $F = \frac{A}{B}$  et  $D = A \wedge B$ . On a donc  $A = DP$  et  $B = DQ$  avec

$$P \wedge Q = 1, \text{ et alors } F = \frac{P}{Q}.$$

On dit que  $\frac{P}{Q}$  est un représentant irréductible de  $F$ .

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Choix d'un (meilleur ?) représentant

### Définition - Représentant irréductible

Soit  $F = \frac{A}{B}$  et  $D = A \wedge B$ . On a donc  $A = DP$  et  $B = DQ$  avec  $P \wedge Q = 1$ , et alors  $F = \frac{P}{Q}$ .

On dit que  $\frac{P}{Q}$  est un représentant irréductible de  $F$ .

### Définition - Degré

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ . L'élément de  $\mathbb{Z} \cup \{-\infty\}$ ,  $\deg A - \deg B$ , est indépendant du choix du représentant  $\frac{A}{B}$  de  $F$ . On l'appelle degré de la fraction rationnelle  $F$ , noté  $\deg F$ .

Il faut démontrer l'indépendance par représentant.

### Démonstration

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Extension des propriétés sur les degrés

On a les propriétés suivantes :

$$\deg(F_1 + F_2) \leq \max(\deg F_1, \deg F_2)$$

$$\deg F_1 F_2 = \deg F_1 + \deg F_2$$

$$\deg F = -\infty \Leftrightarrow F = 0$$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Proposition - Extension des propriétés sur les degrés

On a les propriétés suivantes :

$$\deg(F_1 + F_2) \leq \max(\deg F_1, \deg F_2)$$

$$\deg F_1 F_2 = \deg F_1 + \deg F_2$$

$$\deg F = -\infty \Leftrightarrow F = 0$$

**Démonstration**

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Définition - Racines et pôles

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ ,  $\frac{P}{Q}$  un représentant irréductible de  $F$ . Soit  $a \in \mathbb{K}$ .

On dit que  $a$  est une racine (ou un zéro) de  $F$  si  $P(a) = 0$  ( $a$  racine de  $P$ ) et que  $a$  est un pôle de  $F$  si  $Q(a) = 0$  ( $a$  racine de  $Q$ ).

La multiplicité d'une racine (resp. d'un pôle) de  $F$  est sa multiplicité en tant que racine de  $P$  (resp. de  $Q$ ).

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Définition - Racines et pôles

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ ,  $\frac{P}{Q}$  un représentant irréductible de  $F$ . Soit  $a \in \mathbb{K}$ .

On dit que  $a$  est une racine (ou un zéro) de  $F$  si  $P(a) = 0$  ( $a$  racine de  $P$ ) et que  $a$  est un pôle de  $F$  si  $Q(a) = 0$  ( $a$  racine de  $Q$ ).

La multiplicité d'une racine (resp. d'un pôle) de  $F$  est sa multiplicité en tant que racine de  $P$  (resp. de  $Q$ ).

**Remarque**  $a$  pôle et racine de  $F$  ?

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Définition - Racines et pôles

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ ,  $\frac{P}{Q}$  un représentant irréductible de  $F$ . Soit  $a \in \mathbb{K}$ .

On dit que  $a$  est une racine (ou un zéro) de  $F$  si  $P(a) = 0$  ( $a$  racine de  $P$ ) et que  $a$  est un pôle de  $F$  si  $Q(a) = 0$  ( $a$  racine de  $Q$ ).

La multiplicité d'une racine (resp. d'un pôle) de  $F$  est sa multiplicité en tant que racine de  $P$  (resp. de  $Q$ ).

**Remarque**  $a$  pôle et racine de  $F$  ?

**Exemple** Racine et pôles de  $\frac{X^3 + X^2 + X - 3}{X^2 - X}$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Définition - Fonction rationnelle

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ ,  $\frac{P}{Q}$  un représentant irréductible de  $F$ . On note  $\Delta_F$  l'ensemble des pôles de  $F$  et on définit alors la fonction rationnelle associée à  $F$  par

$$\begin{aligned} \tilde{F} : \mathbb{K} \setminus \Delta_F &\rightarrow \mathbb{K} \\ x &\mapsto \frac{\tilde{P}(x)}{\tilde{Q}(x)} \end{aligned}$$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Définition - Fonction rationnelle

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ ,  $\frac{P}{Q}$  un représentant irréductible de  $F$ . On note  $\Delta_F$  l'ensemble des pôles de  $F$  et on définit alors la fonction rationnelle associée à  $F$  par

$$\begin{aligned} \tilde{F} : \mathbb{K} \setminus \Delta_F &\rightarrow \mathbb{K} \\ x &\mapsto \frac{\tilde{P}(x)}{\tilde{Q}(x)} \end{aligned}$$

**Remarque** Egalité des fonctions

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## 1. Problèmes

1. Problèmes

## 2. $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

2.1. Construction de  $\mathbb{K}(X)$

2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Définition - Dérivée

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ . La fraction rationnelle  $\frac{A'B - AB'}{B^2}$  est

indépendante du représentant choisi  $\frac{A}{B}$  de  $F$ . On l'appelle dérivée de la fraction rationnelle  $F$ , notée  $F'$ .

Les propriétés vis à vis de la somme, du produit, ou du produit par un élément de  $\mathbb{K}$  sont les propriétés usuelles.

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Définition - Dérivée

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ . La fraction rationnelle  $\frac{A'B - AB'}{B^2}$  est

indépendante du représentant choisi  $\frac{A}{B}$  de  $F$ . On l'appelle dérivée de la fraction rationnelle  $F$ , notée  $F'$ .

Les propriétés vis à vis de la somme, du produit, ou du produit par un élément de  $\mathbb{K}$  sont les propriétés usuelles.

Il faut démontrer l'indépendance du résultat en rapport au représentant.

## Démonstration

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

- 2.1. Construction
- 2.2. Représentant irréductible. Degré et pôle
- 2.3. Fonction rationnelle
- 2.4. Dérivation

## Définition - Dérivée

Soit  $F \in \mathbb{K}(X)$ . La fraction rationnelle  $\frac{A'B - AB'}{B^2}$  est

indépendante du représentant choisi  $\frac{A}{B}$  de  $F$ . On l'appelle dérivée de la fraction rationnelle  $F$ , notée  $F'$ .

Les propriétés vis à vis de la somme, du produit, ou du produit par un élément de  $\mathbb{K}$  sont les propriétés usuelles.

Il faut démontrer l'indépendance du résultat en rapport au représentant.

## Démonstration

**Remarque** Dérivation et fonction rationnelle

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Savoir-faire. Décomposition en éléments simples de deuxième espèce

On peut

- ▶ décomposer dans  $\mathbb{C}(X)$  et regrouper les pôles conjugués : cela marche bien quand la multiplicité est 1 ;
- ▶ procéder par identification ;
- ▶ quand il ne reste qu'un ou deux coefficients à calculer, on utilise des valeurs particulières :  $0, 1, -1, +\infty, -\infty$  ;
- ▶ utiliser une éventuelle parité et l'unicité de la décomposition.

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

## Savoir-faire. Décomposition en éléments simples de deuxième espèce

On peut

- ▶ décomposer dans  $\mathbb{C}(X)$  et regrouper les pôles conjugués : cela marche bien quand la multiplicité est 1 ;
- ▶ procéder par identification ;
- ▶ quand il ne reste qu'un ou deux coefficients à calculer, on utilise des valeurs particulières :  $0, 1, -1, +\infty, -\infty$  ;
- ▶ utiliser une éventuelle parité et l'unicité de la décomposition.

Exercice

Décomposer en éléments simples la fraction  $F = \frac{1}{(X^2 - 1)^2}$ .

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

- ▶ Classe d'équivalence de  $\frac{A}{B}$ .

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

- ▶ Classe d'équivalence de  $\frac{A}{B}$ .
- ▶ C'est un corps ! (tout élément est inversible)

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

- ▶ Classe d'équivalence de  $\frac{A}{B}$ .
- ▶ C'est un corps ! (tout élément est inversible)
- ▶ Élément représentatif : fraction irréductible.

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

### ⇒ Construction de $\mathbb{K}(X)$

- ▶ Classe d'équivalence de  $\frac{A}{B}$ .
- ▶ C'est un corps ! (tout élément est inversible)
- ▶ Élément représentatif : fraction irréductible.
- ▶ Extension : degré, valuation, racines, pôles, dérivée

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

## Objectifs

### ⇒ Construction de $\mathbb{K}(X)$

- ▶ Classe d'équivalence de  $\frac{A}{B}$ .
- ▶ C'est un corps ! (tout élément est inversible)
- ▶ Élément représentatif : fraction irréductible.
- ▶ Extension : degré, valuation, racines, pôles, dérivée
- ▶ Fonctions rationnelles

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation

# Conclusion

⇒ Constr. de  $\mathbb{K}(X)$

⇒ DES

## Objectifs

⇒ Construction de  $\mathbb{K}(X)$

## Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours :  
Décomposition en éléments simples
- ▶ Exercices : N° 650 & 652

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

2.1. Construction

2.2. Représentant irréductible.  
Degré et pôle

2.3. Fonction rationnelle

2.4. Dérivation