

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$



## Leçon 76 - Corps des fractions $\mathbb{K}(X)$ de l'anneau intègre $\mathbb{K}[X]$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.1. Partie entière

3.2. Principe de décomposition sur un corps  $\mathbb{K}$

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{C}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{R}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.1. Partie entière

3.2. Principe de décomposition sur un corps  $\mathbb{K}$

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{C}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{R}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Proposition - partie entière

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{K}(X)$  avec  $P \wedge Q = 1$ . Alors il existe un unique couple  $(E, \hat{F}) \in \mathbb{K}[X] \times \mathbb{K}(X)$  tel que

$$F = E + \hat{F} \text{ et } \deg \hat{F} < 0.$$

$E$  est appelée partie entière de la fraction  $F$ .

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Proposition - partie entière

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{K}(X)$  avec  $P \wedge Q = 1$ . Alors il existe un unique couple  $(E, \hat{F}) \in \mathbb{K}[X] \times \mathbb{K}(X)$  tel que

$$F = E + \hat{F} \text{ et } \deg \hat{F} < 0.$$

$E$  est appelée partie entière de la fraction  $F$ .

## Démonstration

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Proposition - partie entière

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{K}(X)$  avec  $P \wedge Q = 1$ . Alors il existe un unique couple  $(E, \hat{F}) \in \mathbb{K}[X] \times \mathbb{K}(X)$  tel que

$$F = E + \hat{F} \text{ et } \deg \hat{F} < 0.$$

$E$  est appelée partie entière de la fraction  $F$ .

## Démonstration

Savoir-faire. Comment obtenir la partie entière ?

Si  $\deg F < 0$  alors  $E = 0$ , sinon on effectue la division euclidienne de  $P$  par  $Q$  :  $P = EQ + R$  et  $F = E + \frac{R}{Q}$ .

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.1. Partie entière

3.2. Principe de décomposition sur un corps  $\mathbb{K}$

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{C}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{R}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Théorème - Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{K}$

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{K}(X)$  une fraction irréductible.  $Q$  se décompose en produit de polynômes irréductibles

$$Q = \lambda Q_1^{k_1} \dots Q_p^{k_p} = \lambda \prod_{j=1}^p Q_j^{k_j}.$$

Alors  $F$  s'écrit de manière unique,  $E$  étant la partie entière,

$$F = E + \sum_{j=1}^p \left( \frac{P_{1j}}{Q_j} + \frac{P_{2j}}{Q_j^2} + \dots + \frac{P_{k_j j}}{Q_j^{k_j}} \right)$$

où  $P_{ij} \in \mathbb{K}[X]$ ,  $\deg P_{ij} < \deg Q_j$ .

Cette décomposition s'appelle la **décomposition en éléments simples** sur  $\mathbb{K}$  (ou dans  $\mathbb{K}(X)$ ) de la fraction  $F$ .

Si  $Q_j = X - a_j$ ,  $a_j \in \mathbb{K}$ ,  $\left( \frac{P_{1j}}{Q_j} + \frac{P_{2j}}{Q_j^2} + \dots + \frac{P_{k_j j}}{Q_j^{k_j}} \right)$  s'appelle la

**partie polaire** de  $F$  relative (ou associée) au polynôme  $Q_j$  (ou au pôle  $a_j$  si  $Q_j = X - a_j$ ).

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Heuristique. Principe de démonstration

On exploite une formule de Bézout généralisée pour démontrer l'existence (par récurrence sur  $p$ ).

Puis avec la décomposition en base  $Q_i$  (qui correspond à la formule de Taylor si  $Q_i = X - a_i$ ).

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Heuristique. Principe de démonstration

On exploite une formule de Bézout généralisée pour démontrer l'existence (par récurrence sur  $p$ ).

Puis avec la décomposition en base  $Q_i$  (qui correspond à la formule de Taylor si  $Q_i = X - a_i$ ).

## Démonstration

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Proposition - Pôles simples

Si  $a$  est un pôle simple de  $F = \frac{P}{Q}$ ,  $\deg F < 0$ , pour trouver la partie polaire  $\frac{\lambda}{X-a}$ , on peut utiliser  $\lambda = \frac{P(a)}{\widehat{Q}(a)} = \frac{P(a)}{Q'(a)}$  où  $\widehat{Q}$  est telle que  $Q = (X-a)\widehat{Q}$ .

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Proposition - Pôles simples

Si  $a$  est un pôle simple de  $F = \frac{P}{Q}$ ,  $\deg F < 0$ , pour trouver la partie polaire  $\frac{\lambda}{X-a}$ , on peut utiliser  $\lambda = \frac{P(a)}{\widehat{Q}(a)} = \frac{P(a)}{Q'(a)}$  où  $\widehat{Q}$  est telle que  $Q = (X-a)\widehat{Q}$ .

Ce second résultat (avec  $Q'$ , facile à obtenir car polynôme) évite même la factorisation de  $Q$ .

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Proposition - Pôles simples

Si  $a$  est un pôle simple de  $F = \frac{P}{Q}$ ,  $\deg F < 0$ , pour trouver la partie polaire  $\frac{\lambda}{X-a}$ , on peut utiliser  $\lambda = \frac{P(a)}{\widehat{Q}(a)} = \frac{P(a)}{Q'(a)}$  où  $\widehat{Q}$  est telle que  $Q = (X-a)\widehat{Q}$ .

Ce second résultat (avec  $Q'$ , facile à obtenir car polynôme) évite même la factorisation de  $Q$ .

## Démonstration

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Savoir-faire (au pluriel !)

⇒ DES

## Savoir-faire. Obtenir la partie polaire - cas pôle simple

Si  $a$  est pôle simple de  $F = \frac{P}{Q}$ , la partie polaire  $\frac{\lambda}{X-a}$  s'obtient :

$$\lambda = \frac{P(a)}{Q'(a)}$$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Savoir-faire (au pluriel !)

## Savoir-faire. Obtenir la partie polaire - cas d'un pôle multiple

En isolant la partie polaire de  $a$  de multiplicité  $m$ , pour

$$Q = (X - a)^m \widehat{Q},$$

$$F = \sum_{k=1}^m \frac{\lambda_k}{(X - a)^k} + \frac{P_1}{\widehat{Q}}.$$

- En multipliant par  $(X - a)^m$  et en substituant  $a$  à  $X$  on trouve  $\lambda_m$ .
- On retranche ensuite  $\frac{\lambda_m}{(X - a)^m}$  à  $F$ , on obtient donc après simplification une fraction dont  $a$  est pôle de multiplicité  $m - 1$  et on recommence. Cette méthode est en pratique applicable si  $m$  est petit.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Savoir-faire. Obtenir la partie polaire - cas d'un pôle multiple

D'autres possibilités une fois  $\lambda_m$  obtenu :

- On multiplie par  $X$  puis on prend la limite en  $+\infty$  de la fonction rationnelle obtenue : cela permet généralement d'obtenir  $\lambda_1$ .
- Si  $m \geq 3$ , on a donc obtenu  $\lambda_m$  et  $\lambda_1$ . Si l'on veut éviter les soustractions successives, on substitue des valeurs particulières simples à  $X$  autres que le pôle (0,...)

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Exercice d'application

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

**3.2. Sur  $\mathbb{K}$**

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Exercice

Décomposer en éléments simples la fraction  $F = \frac{1}{X^2(X-1)^3}$ .

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.1. Partie entière

3.2. Principe de décomposition sur un corps  $\mathbb{K}$

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

**3.3. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{C}$**

**3.3. Sur  $\mathbb{C}$**

3.4. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{R}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Cas $\mathbb{K}$ algébriquement clos

Sur  $\mathbb{C}$ , on applique le théorème « Décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{K}$  », les facteurs irréductibles sont des polynômes de degré 1.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

**3.3. Sur  $\mathbb{C}$**

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Cas $\mathbb{K}$ algébriquement clos

Sur  $\mathbb{C}$ , on applique le théorème « Décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{K}$  », les facteurs irréductibles sont des polynômes de degré 1.

### Théorème - Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{C}(X)$  une fraction irréductible.  $Q$  se décompose en

produit de polynômes irréductibles  $Q = \lambda \prod_{j=1}^p (X - \alpha_j)^{k_j}$ .

Alors  $F$  s'écrit de manière unique,  $E$  étant la partie entière et  $A_{ij} \in \mathbb{C}$ ,

$$F = E + \sum_{j=1}^p \left( \frac{A_{1j}}{X - \alpha_j} + \frac{A_{2j}}{(X - \alpha_j)^2} + \cdots + \frac{A_{k_j j}}{(X - \alpha_j)^{k_j}} \right)$$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Théorème - Lemme de Gauss-Lucas

$$\text{Si } P = \lambda \prod_{j=1}^p (X - \alpha_j)^{k_j} \text{ alors } \frac{P'}{P} = \sum_{j=1}^p \frac{k_j}{X - \alpha_j}.$$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Théorème - Lemme de Gauss-Lucas

$$\text{Si } P = \lambda \prod_{j=1}^p (X - \alpha_j)^{k_j} \text{ alors } \frac{P'}{P} = \sum_{j=1}^p \frac{k_j}{X - \alpha_j}.$$

## Démonstration

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Théorème - Lemme de Gauss-Lucas

$$\text{Si } P = \lambda \prod_{j=1}^p (X - \alpha_j)^{k_j} \text{ alors } \frac{P'}{P} = \sum_{j=1}^p \frac{k_j}{X - \alpha_j}.$$

## Démonstration

### Exercice

Donner la décomposition de  $\frac{X^{n-1}}{X^n - 1}$  dans  $\mathbb{C}[X]$

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$ , corps des fractions de l'anneau intègre  $\mathbb{K}[X]$

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.1. Partie entière

3.2. Principe de décomposition sur un corps  $\mathbb{K}$

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{C}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Application de la décomposition sur le corps  $\mathbb{R}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Irréductibles de degré 1 ou 2

Sur  $\mathbb{R}$ , on applique le théorème « Décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{K}$  », les facteurs irréductibles sont des polynômes de degré 1 ou 2 avec  $\Delta < 0$ .

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

**3.4. Sur  $\mathbb{R}$**

## Irréductibles de degré 1 ou 2

Sur  $\mathbb{R}$ , on applique le théorème « Décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{K}$  », les facteurs irréductibles sont des polynômes de degré 1 ou 2 avec  $\Delta < 0$ .

### Théorème - Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{R}$

Soit  $F = \frac{P}{Q} \in \mathbb{R}(X)$  irréductible,

$$Q = \lambda \prod_{j=1}^{p'} (X - \alpha_j)^{k'_j} \prod_{j=1}^{p''} (X^2 + \delta_j X + \gamma_j)^{k''_j}.$$

Alors  $F$  s'écrit de manière unique,  $E$  étant la partie entière,

$$F = E + \sum_{j=1}^{p'} \left( \frac{A_{1j}}{X - \alpha_j} + \frac{A_{2j}}{(X - \alpha_j)^2} + \cdots + \frac{A_{k'_j j}}{(X - \alpha_j)^{k'_j}} \right) + \sum_{j=1}^{p''} \left( \frac{B_{1j}X + C_{1j}}{X^2 + \delta_j X + \gamma_j} + \cdots + \frac{B_{k''_j j}X + C_{k''_j j}}{(X^2 + \delta_j X + \gamma_j)^{k''_j}} \right),$$

tous les coefficients  $A, B, C$  étant des réels.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Savoir-faire. Décomposition en élément simples de deuxième espèce

On peut

- ▶ décomposer dans  $\mathbb{C}(X)$  et regrouper les pôles conjugués : cela marche bien quand la multiplicité est 1 ;
- ▶ procéder par identification ;
- ▶ quand il ne reste qu'un ou deux coefficients à calculer, on utilise des valeurs particulières :  $0, 1, -1, +\infty, -\infty$  ;
- ▶ utiliser une éventuelle parité et l'unicité de la décomposition.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

## Savoir-faire. Décomposition en élément simples de deuxième espèce

On peut

- ▶ décomposer dans  $\mathbb{C}(X)$  et regrouper les pôles conjugués : cela marche bien quand la multiplicité est 1 ;
- ▶ procéder par identification ;
- ▶ quand il ne reste qu'un ou deux coefficients à calculer, on utilise des valeurs particulières :  $0, 1, -1, +\infty, -\infty$  ;
- ▶ utiliser une éventuelle parité et l'unicité de la décomposition.

### Exercice

Décomposer en éléments simples la fraction  $F = \frac{1}{(X^2 - 1)^2}$ .

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

- ▶ Obtenir la partie entière (quotient de la div. euclidienne).

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

- ▶ Obtenir la partie entière (quotient de la div. euclidienne).
- ▶ Principe de décomposition en éléments simples.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

- ▶ Obtenir la partie entière (quotient de la div. euclidienne).
- ▶ Principe de décomposition en éléments simples.
- ▶ Cas  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  où les irréductibles sont les  $(X - \alpha)$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

- ▶ Obtenir la partie entière (quotient de la div. euclidienne).
- ▶ Principe de décomposition en éléments simples.
- ▶ Cas  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  où les irréductibles sont les  $(X - \alpha)$
- ▶ Cas  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  où les irréductibles sont les  $(X - \alpha)$  ou  $X^2 - aX + b$ , avec  $a^2 - 4b < 0$

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

# Conclusion

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

- ▶ Obtenir la partie entière (quotient de la div. euclidienne).
- ▶ Principe de décomposition en éléments simples.
- ▶ Cas  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  où les irréductibles sont les  $(X - \alpha)$
- ▶ Cas  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  où les irréductibles sont les  $(X - \alpha)$  ou  $X^2 - aX + b$ , avec  $a^2 - 4b < 0$
- ▶ De nombreux savoir-faire.

⇒ DES

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$

⇒ DES

## Objectifs

⇒ Principe de la décomposition en éléments simples

## Pour la prochaine fois

- ▶ Lecture du cours :  
Chapitre 25 : Espace de dimension finie
- ▶ Exercices : N° 656
- ▶ TD Jeudi :  
8h-10h : N° 651, 527, 529, 531, 533, 534  
10h-12h : N° 653, 528, 529, 530, 535, 548

1. Problèmes

2.  $\mathbb{K}(X)$

3. D.E.S.

3.1. Partie entière

3.2. Sur  $\mathbb{K}$

3.3. Sur  $\mathbb{C}$

3.4. Sur  $\mathbb{R}$