

# Introduction la Thorie des Jeux



Dans cette présentation, nous voyons essayerons de voir quel est l'apport de la théorie des jeux, l'ensemble de l'édifice mathématique.

Pour répondre cette question, nous essayerons d'abord de comprendre pourquoi cette théorie merger dans les années 50. Une approche historique nous permettra de comprendre qu'il s'agit de répondre, grâce à une modélisation mathématique, de nouveaux types de questions. Questions que la physique, domaine plus classique des mathématiques appliquées, ne se pose pas.

Puis nous verrons les définitions et théorèmes essentiels pour une approche élémentaire de la théorie des jeux.

Mais dans les années 60-70, la théorie des jeux fut une grande déception pour beaucoup. Reprenant à nouveau le fil de l'histoire de la pensée, nous répertorions les raisons de cette critique.

C'est aussi la lumière de l'histoire, que nous comprendrons le renouveau de la théorie des jeux : et que finalement nous comprendrons mieux ce qui fait de cette théorie une richesse pour les mathématiques.

D'un point de vue épistémologique, la théorie des jeux est la première branche des mathématiques qui répond rationnellement (ou scientifique) la question « pourquoi ? », de finalité (*i.e. dans quel but ?*)

introduction historique la théorie des jeux, puis nous verrons quelles sont les méthodes et principaux résultats obtenus par elles. Enfin, je pense dire un mot sur la grande différence entre cette théorie et les maths de manières générales pour terminer par les applications variées en économie, biologie, stratégie, écologie...



# Table des matières



# Chapitre 1

## Histoire de la thorie des jeux

Pour bien comprendre un concept en mathmatiques (et en sciences de manire gnrale), il nous semble important de connatre les motivations qui sont l'origine de l'mergence de ce concept. C'est pourquoi, l comme ailleurs, il nous faut se pencher sur l'histoire de la pense, ici l'histoire de la Thorie des Jeux.

En revisitant l'histoire et particulirement celle des 50 dernires annes, nous avons l'ambition d'expliquer les fondements et de comprendre les concepts forts qui caractrisent cette thorie.

Comme son nom l'indique, la Thorie des jeux se frottent de nombreux « jeux ». Souvent, se sont des nouveaux jeux qui approfondissent la thorie. Nous n'hésiterons pas prsenter dans l'expos ceux qui ont permis ce dveloppement.

### 1.1 La gense et les motivations l'origine de la Thorie des Jeux

D'un avis gnrale, on date l'origine de la Thorie des Jeux au jour de la publication de l'ouvrage *The Theory of Games and Economic Behavior*<sup>1</sup> des amricains Von Neumann et Morgenstern. C'tait en 1944. Trois remarques s'imposent alors nous

Il s'agit d'une thorie relativement rcente.

Elle est ne durant la seconde guerre mondiale et dveloppe aux Etats-Unis pendant la guerre froide.

Elle est le fruit de la collaboration d'un gnrie des mathmatiques : John Von Neumann<sup>2</sup> et d'un trs bon conomiste : Oskar Morgenstern. Il s'agit donc

---

1. Thorie des Jeux et comportements conomiques, voir bibliographie

2. De mme que l'histoire des mathmatiques permet de mieux comprendre cette discipline, lire les biographies de mathmaticiens permet de mieux assimiler leurs pensees. Van Neumann tait l'un des plus grands ; ces travaux ont permis des avances considrables dans des domaines trs divers : en logique, en mcanique quantique (et thorie hilbertienne), en

d'une thorie trs interdisciplinaire et donc particulirement applique.

### 1.1.1 L'hritage de l'conomie : modlisation des comportements et fonction d'utilit

La fonction d'utilit<sup>3</sup> est une riche ide des auteurs de la thorie des jeux. Mais elle tire ses origines dans les travaux en conomie de nombreux prdecesseurs.

Nous allons faire un petit aperu.

#### Bernoulli et le paradoxe de Saint Petersburg (1738)

Un casino<sup>4</sup> propose de vendre au prix de  $P$  ducas, des billets pour participer au jeu suivant :

On tire pile ou face et le joueur qui a achet ce billet  $P$  ducas gagne en contre-partie  $2^k$  ducas, si le premier tirage face se fait au  $k^{\text{me}}$  tirage.

Pour le joueur, le gain (ou perte) est  $2^k - P$  ducas si face est tir pour la premiere fois au  $k^{\text{me}}$  tirage.

*Seriez-vous prt jouer si le billet vous coter 10 000 ducas ?*

La rponse est simple, il suffit de calculer l'esprance des gains. Comme la probabilit  $P_k$  que face soit tir pour la premiere fois au  $k^{\text{me}}$  tirage est  $\left(\frac{1}{2}\right)^k$ . L'esprance de gain est donc :

$$E = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} 2^k = \sum_{k=1}^{\infty} 1 = \infty$$

Ainsi, quel que soit le prix du billet, il faut jouer ce jeu propos par le casino.

*Est-ce qu'a priori vous auriez jou ?*

Le paradoxe est que la plupart des personnes qui l'ont propose le jeu, ne souhaite pas y jouer.

Bernoulli<sup>5</sup> explique que le gain ne vaut que dans sa relativit perue. Ainsi lorsque l'on est confront ce jeu, l'on peroit le gain comme :

$$G = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} u(2^k)$$

---

informatique, en sciences cognitives, en gostratgie et donc en thorie des jeux. Sa meilleure biographie est le livre de Poundstone [POU]

3. Qualifie depuis de fonction d'utilit de Van Neumann-Morgenstern

4. de Saint Petersburg, selon la lgende

5. Dans la grande dynastie des mathmaticiens suisses Bernoulli, c'est Nicolas (1695-1726) qui a fait part ses amis mathmaticiens de ce paradoxe; et c'est Daniel (1700-1782),son frre qui apporta la rponse la plus satisfaisante, prsente ici.



## 1.1 La gense et les motivations l'origine de la Thorie des Jeux 9

o  $u$  est appele utilit d'apprciation. Bernoulli explique que tout accroissement de richesse  $dR$  provoque un accroissement de l'utilit  $du$  inversement proportionnelle la richesse dj possde, c'est dire que  $du = r \frac{dR}{R}$  et donc  $u = r \ln \frac{R}{R_0}$  o  $R_0$  annule l'utilit d'apprciation.

On a alors

$$G = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} r \ln\left(\frac{2^k}{R_0}\right) = r \left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k} \ln 2 - \ln R_0 \right)$$

$$G = r \left( \left( \frac{1}{(1 - \frac{1}{2})^2} - 1 \right) \ln 2 - \ln R_0 \right) = r \ln \frac{8}{R_0}$$

La somme n'tant plus infini, on est prt jouer si le billet cote moins cher que le gain que l'on espere toucher. Ici apparat des apprciations subjectives des choses et des mesures de celle-ci<sup>6</sup>...

### Mesures subjectives de probabilit : Keynes (1883-1946) et Ramsey (1903-1930)

Beaucoup d'conomistes ont inspirts Morgenstern et Van Neumann dans leur ide que les comportements humains et conomiques sont semblables ceux de joueurs qui s'affrontent sur « un plateau de jeu de socit ». Nous pouvons penser par exemple aux microconomistes Cournot (1801-1877) et Edgeworth (1845-1926).

Peu de temps avant d'crire leur ouvrage commun, Ramsey avec (ou plutt contre) Keynescrivait que toute situation representant une certaine utilit pour un individu, pouvait tre considre comme une probabilit.

Pour illustrer son propos, il donna un exemple. Nous faisons de mme ici.

Considrons que un individu qui se rend chez un ami. Aprs avoir accompli la distance de  $d$  kilomtres, il se rend compte qu'il ne sait plus l'adresse exacte de cet ami. Montrons alors, en suivant Ramsey qu'il est possible de calculer la probabilit que cet individu a en mmoire la bonne adresse.

Pour cela il faut connatre (ce que Ramsey suppose)  $r(> 0)$  l'avantage d'arrive la bonne destination,  $w(< 0)$  le dsavantage si l'individu se trompe et enfin  $f(d)$  le cot de faire un demi-tour de  $d$  kilomtres. Alors  $p = 1 - \frac{f(\bar{d})}{r - w}$ ,

o  $\bar{d}$  est le cas limite de demi-tour.

En effet, appelons  $p$  est la probabilit que l'individu ne se trompe pas. Le gain ne pas faire le dtour est alors  $pr + (1 - p)w = w + p(r - w)$  et celui faire le dtour est alors  $r - f(d)$  (car je serais certain d'arriver la bonne adresse). Nous savons que si  $d = 0$ , j'ai intrt faire demi-tour, et plus  $d$  est grand et

---

6. Un autre exemple est celui du duel : *partir de quelle distance tes vous prt tirer lors d'un duel, sachant que dans chacun des pistolets ne figure qu'une balle ?* C'est dire que vous n'avez qu'une unique chance!

moins j'ai intrt faire demi-tour et de manire gnrale, on a :

$$w + p(r - w) = r - f(\bar{d}) \Rightarrow p = 1 - \frac{f(\bar{d})}{r - w}$$

Ainsi alors que l'ide du principe d'utilit s'claircissait, Ramsey montrait que celui-ci tait rattach naturellement une mesure de probabilit.

### Ce que Morgenstern et Van Neumann en ont tir ?

De toutes ces observations, Van Neumann et Morgenstern prsenteront le rsultat inverse : chaque individu probabilise les vnements qu'il peut rencontrer, puis calcule l'utilit de chacune des situations selon les probabilitis subjectives qu'il apprcie. Enfin, il agit de manire obtenir un utilit maximale et adopte une stratgie en consquence. On voit donc pourquoi un ouvrage dont le titre porte sur le comportement humain se rattache naturellement (pour les auteurs) l'tude des jeux (sous entendus alors de socit).

Ce rsultat est un trs joli thorme de mathmatiques, a propos de la notion d'espace prordonn et complet. Nous le verrons en seconde partie.

Nous tenons en outre souligner que ces rsultats de modles de rationalit humaine sont normment discuts encore aujourd'hui. Notre propos ne sera pas de commenter ces dicussions, plus philosophiques ou pistmologique que mathmatiques, mais juste de dire qu' partir d'hypothses tout fait precise, mais elles-mme discutables, on obtient une « trs belle thorie » mathmatique<sup>7</sup>.

### 1.1.2 L'hritage mathmatiques

#### Ernst Zermelo (1871-1953) et les checs

Ernst Zermelo est l'un des premiers mathmaticiens qui revendiquait les mthodes mathmatiques pour analyser les checs. Il comprit alos qu'il fallait employer une mthode gnrale (appel parfois algorithme de Zermelo), qui consiste commencer l'tude du jeu pa la fin du jeu et ensuite evenir au dbut. Les anglophones appellent cette mthode « backwad induction » , il n'existe pas vraiment de traduction franaise ce qualificatif. Nous parlerons ici de « retroduction »<sup>8</sup>.

Malheureusement, Zermelo ne s'intressa qu' des jeux particuliers et ne chercha pas gnraliser les rsultats qu'il avait trouv...

#### Emile Borel (1871-1956)

On pense aujourd'hui que le franais Emile Borel est le premier vritable mathmaticien se poser les questions fondamntales de la thorie des jeux :

7. Pour avoir un aperu des limites de ces modles de rationalit, nous vous renvoyons [PLS], particulirement l'article de Kahneman et Tversky, la peur et le got du risque.

8. Certains auteurs parlent de solution partir de l'horizon ou d'induction retrospective.

## 1.1 La gense et les motivations l'origine de la Thorie des Jeux

*quels sont les jeux pour lesquels il existe une stratgie optimale et comment obtenir cette stratgie ?* En 1921, il avait publi plusieurs articles sur les jeux de socit de manire gnrale et aussi le poker et le bluff.

Il semblerait galement qu'il avait conscience des applications possibles de cette thorie dans les domaines conomiques et militaires, mme si il faisait preuve d'une grande prudence.

Mais Borel ne croyait pas au thorme du minimax ou thorme de Van Neumann. C'est srement l'une des raisons qui explique pourquoi il n'a pas continu ses recherches<sup>9</sup>.

### **L'article de Van Neumann de 1928**

Dans un article publi en 1928 : « Zur Theorie der Gesellschaftspiele<sup>10</sup> », Janos Van Neumann dmontre le thorme du minimax.

Comme nous le comprendrons plus bas, ce thorme signifie qu'*il y a toujours une solution bien rationnelle un problme entre deux personnes aux intrts diamtralement opposs.*

Si cet article pose les bases d'une thorie mathmatique des interactions humaines aux motivations opposes, il faudat rellement attendre l'ouvrage de 1944 pour comprendre que nous assistions la cration d'une branche toute nouvelle des mathmatiques, une branche qui promettait de donner beaucoup de fruits...

### **1.1.3 Les bases et dfinition en Thorie des Jeux. La notion d'quilibre**

Jeu, joueur, stratgie Puis tude des jeux

#### **Jeu**

Il est difficile de dfnir prcisment le jeu.

Nous pouvons dire qu'il s'agit d'un lieu o les rgles sont prises (mais pas forcément bien prises aux joueurs) dans lequel deux ou plusieurs joueurs cherchent obtenir le rsultat le plus favorable ; ce rsultat dpendant de leur action mais surtout de celles des autres joueurs.

#### **Joueur (ou agent)**

C'est ainsi que l'on dsigne les participants aux jeux. Le terme d'agent est particulirement cher aux conomistes.

On supposera dans cette thorie que les joueurs sont parfaitement rationnels,

---

9. On peut aussi remarquer de manire gnrale que son activit mathmatique s'est beaucoup restreinte aprs avoir t lu dput de la troisieme Rpublique, en 1925

10. Thorie des jeux de socit

c'est dire qu'ils agissent toujours en maitrisant toutes les situations possibles. Cela impose aussi que l'on considere que les autres joueurs (souvent adversaires) sont galement rationnels, ils ne commettent pas d'erreurs.

### Strategie

Chaque joueurs agit alors dans le jeu, on parle d'actions. On dit que le joueur a une strategie precise lorsqu'il suit un plan precis o toutes les situations sont envisages<sup>11</sup>.

On qualifie cette strategie de **strategie pure**, lorsque les dcisions sont dterminees par le joueur.

On qualifie cette strategie de **strategie mixte**, lorsque des dcisions sont dterminees alatoirement par le joueur.

On peut reprsenter les diffrentes strategies ou bien sous forme d'un tableau, on parle alors de **formes strategiques** ; ou bien sous forme d'arbres, on parle dans ce cas de **forme extensive**. *Peut-tre donner des exemples...*

### Jeu somme nulle

Il s'agit de la premiere classe de jeux tudis. Il y a deux joueurs et la somme des gains des deux joueurs est toujours nulles.

### Jeu non cooperatif (resp. cooperatif)

Il s'agit des jeux o les joueurs sont adversaires, du moins il leur est impossible de ngocier. Respectivement, il s'agit des jeux o les ngociations entre les joueurs sont possibles.

### Dilemme

## 1.2 De l'entousiasme de la Thorie des Jeux, aux critiques profondes

### 1.2.1 Les applications en politique et gostrategie

#### De la seconde guerre mondiale la guere froide

Lors de se jeunesse, dans l'entre deux guerre, Van Neumann a connu des moments trs difficile dans la Hongrie fasciste des annes 30. Il ne trouva une certaine srenit qu'en arrivant aux Etats-Unis, o il s'engagea selon ses competances pour sa nouvelle patrie contre les deux terribles menaces europeennes : le fascisme puis le communisme.

11. L'emploi de terme de strategie amne penser que les joueurs agissent consciemment et motivs. C'est une grande erreur, nous verrons qu'aujourd'hui l'une des applications principales de la thorie des jeux est la biologie volutive ; peut-on affirmer que c'est *motivs par l'intrt de marcher sur la terre que des amphibiens ont dcids un jour de quitter l'eau ?*

Ainsi, il fit partie du petit groupe de chercheurs qui mit au point la bombe A pendant la guerre ; ses qualités de mathématiciens et de calculateurs prodiges en particulier étaient très appréciées.

Mais il était surtout passionné par la gostratégie ; et c'est surtout pendant la guerre froide qui put mettre ses capacités de mathématiciens au service des USA. Il est maintenant évident, que lorsque Van Neumann crut la théorie des jeux, il pensait tous les domaines où la notion de stratégie est importante, il pensait la stratégie militaire.

Van Neumann était persuadé que toute situation de choix, tout dilemme pouvait se représenter sous la forme d'une matrice de gain. Il suffisait donc d'étudier rationnellement toutes les matrices de jeux deux joueurs possibles pour comprendre comment quelle stratégie internationale les États-Unis devaient adopter. La guerre froide était véritablement le meilleur moment pour développer cette théorie.

### **La RAND Company**

On crut alors un centre de recherche aux États-Unis spécialisé sur la question de la théorie des jeux et de son application dans le cadre des relations internationales et bilatérales : USA vs. URSS. Cet institut était très secret, on ne savait pas vraiment ce que faisaient les chercheurs de la RAND et le financement était indirectement versé par l'armée de l'air des USA...

C'est là que se rencontraient les quelques nouveaux chercheurs en théorie des jeux. Outre Van Neumann, on pouvait y rencontrer John Nash<sup>12</sup> (1928-), le premier qui a su parfaitement interpréter la notion compliquée des équilibres, découlant de la théorie du minimax. C'est également lui qui a le premier modélisé le fameux « **dilemme du prisonnier** » (voir *figure* ), dilemme qui a fait couler tant d'encre de plumes de mathématiciens comme de philosophes : plus généralement de penseurs.

### **La déception de la théorie des jeux**

Cet institut eut le vent en poupe jusqu'au milieu des années 1950, c'est ce moment où l'on vit cruellement les limites des applications de la théorie des jeux en gostratégie. Le logicien britannique Russell (1872-1970) utilisait maladroitement et indirectement les résultats de la théorie à propos de la guerre froide, n'ayant pour conséquence que de créer une certaine forme de psychose.

Aux États-Unis, les critiques se firent très virulentes. Elles l'étaient d'autant plus que beaucoup lors de la création de cette théorie, avait cru en son utilisation pour la résolution de très nombreux problèmes de sociologie et d'économie.

---

12. Excellent mathématicien du vingtième siècle dont le parcours très personnel : de la schizophrénie au prix Nobel d'économie a été raconté dans le best-seller de Sylvia Nasar puis filmé par Ron Howard dans A Beautiful Mind, traduit en français : Un homme d'exception.

Comme souvent lors de grandes dcouvertes, un fort enthousiasme est suscit et plus il est top important puis la critique qui en suit est acerbe.

La premiere des deux critiques principales faites ce moment l est que la thorie des jeux justifie de manire machiavlique la guerre<sup>13</sup>, mettant de et les principes morales et philosophiques caractritiques de notre humanit.

Finalement cette premiere critique souligne que l'utilisation de la thorie des jeux en gostrategie est peu satisfaisante. Ce n'est pas l'essence de cette thorie elle-mme qui est ainsi critique mais bien la difficult de son utilisation ou de son application dans ce domaine trs particulier : la matrice de gains et la notion de gain sont en fait bien difficilement exploitable ici.

### 1.2.2 Les critiques en conomie

Bien que d'nonc plus simple : « la thorie des jeux ne sert rien » , la seconde critique, nous semble-t-il, est plus subtile. C'est une critique du modle de rationalit prsent par Van Neumann et Morgenstern, puis amlior par Savage, De Breu...

C'est une critique des annes 1950, lorsque l'on se rendait compte de son emploi impossible en conomie et sociologie.

#### La critique de la rationalit comme calculatrice

Cette critique est subtile car la notion de rationalit est aujourd'hui trs contest et l'on peut se rendre compte que selon les cultures, les modles de rationalit sont bien diffrents.

Ainsi l'cole conomique amricaine (« dite de Chicago ») conoit la socit comme compose d'individus, possdant chacun une fonction d'utilit maximser (plus ou moins consciemment). Elle est videmment trs proche des ides et des modles de Van Neumann et Morgenstern.

En Europe et en France tout particulirement, la socit n'est pas considr ainsi ; on modlise plutt les individus comme soumis des pressions sociales fortes. Dans de telles situations le modle du joueur n'est plus le bon, du moins, l'agent possederait une rationalit de groupe (donc de confrontation), on la qualifie de procedurale ou argumentative.

Dans de telles mondes, la thorie des jeux n'est pas un bon outil pour tudier les comportements.

#### L'tre humain n'est pas rationnel

Une critique plus rciente qui donc ne s'adressait pas la Thorie des Jeux en 1950, mais qui est une critique de penseurs amricains contre l'cole de Chicago, est ceelle qui consiste dire que l'tre humain n'est pas rationnel.

---

13. A noter que c'est bien ici que l'on trouve historiquement le concept amricanis de guerre prventive

Nous souhaitons la mettre nanmoins ici puisque ce sont bien les fondements de l'application de la thorie des jeux en conomie, dcrits dans le livre fondateur *Games Theory and Economic Behaviour* et presents ici dans **la partie 2.1.2 ( voir et voir un lien pour la page)** qui sont remis en cause. Ces critiques sont multiples<sup>14</sup> : *l'espace des dcisions -revoir le nomn'est pas totale* car les individus ont des capacits cognitives limites, le principe de la chose sre est viole (**voir figure k**), et le paradoxe historique que Allais<sup>15</sup> a propos Savage(**voir figure k+1**) montre des asymtries d'apprciation.

Encore une fois ces critiques ne remettent pas en doute la thorie elle-mme mais bien les applications qui en sont fait. Seule une science prdictive peut obtenir un consensus gnrale, ce qui n'est pas le cas de l'conomie et encore moins de la sociologie. Ainsi, il nous semble que les critiques presentes ici souligne juste le fait qu'il n'est pas vident, voir impossible de concevoir la socologie (et l'conomie a un moindre niveau) comme une science. Nanmoins, si les critiques ne sont finalement pas dirigees contre la thorie des jeux, celle-ci n'est-elle pas tout de mme en danger ? Une branche des mathematiques qui n'aurait pas de domaines d'application pourrait-elle intrresser l'humanit ?<sup>16</sup>

Mais comme souvent en mathmatiques<sup>17</sup> et contrairement ce que l'on croit, ce ne sont pas les applications qui fondent une thorie, mais bien la thorie qui se trouve ensuite applique dans diffrents domaines, une fois seulement qu'on l'a bien comprise.

La thorie des jeux ne fait pas exception.

## 1.3 Philosophie analytique et Evolution selective : le renouveau de la Theorie des Jeux

### 1.3.1 Philosophie analytique

Ce petit parcours historique nous a bien fait comprendre que si la thorie des jeux est totalement ignore en Europe, elle possde une place importante aux Etats-Unis (et galement dans d'autres tats jeunes et scientifiques comme Israël, par exemple). Elle a alors fcond de nombreuses autres domaines de penses, ainsi de la philosophie donnant naissance ce que l'on appelle la philosophie analytique<sup>18</sup>.

---

14. L encore nous renvoyons [PLS], et l'article de Kahneman et Tversky, la peur et le got du risque, mais aussi au trs bon article de Dupuy, Rationalit et irrationalit des choix individuels

15. Encore unique prix Nobel franais d'Economie

16. Grande question!!!

17. Penser l'apparition des thories des nombres complexes, de la gomtries non euclidienne, de la relativit...

18. Philosophie trs peu comprhensible pour un europen qui vit dans une civilisation ayant un forte histoire de la philosophie. Ainsi le structuralisme la fanaise, et la philosophie

### Rflexion autour de la Justice

John Rawles est celui qui a men longuement le dbat propos de la place que doit occup la justice dans un tat de droit. Son livre Thorie de la Justice, plusieurs fois rdit et augment utilise de nombreuses reprises la thorie des jeux. Precisment, il s'appuie sur les nombreux dilemmes (tels le dilemme du prisonnier) pour augmenter sa reflexion et centrer sa reflexion autour de ceux-ci.

### La chasse au cerf : le modle de Rousseau et Rflexion autour de la confiance ou de la crdibilit

#### Rflexion autour de la question du temps

En tudiant le bipde ( prsente ici), Jean-Pierre Dupuy<sup>19</sup> confronte deux visions du temps : le temps de l'histoire et le temps du projet. Dans le premier, le prsent apparat quasiment exclusivement comme cause du pass, la flche du temps ne se dirige que dans un sens. Dans le second, chaque instant, le pass et l'aveni sont dtermins simultanment : le prsent cause l'avenir, mais le prsent modifie galement en action, raction et apprciation le pass ; l'instant est alors un point fixe dans le temps, un point d'quilibre projet<sup>20</sup>

Le champ du politique est fcond ici !

### 1.3.2 La survie du plus apte

#### Maynard Smith et les ESS : stratgie volutionnairement stable

#### Les experiences d'Axelrod

---

amricaine, bien que tentant de rpondre aux mmes interrogations sont trs peu permable l'un l'autre.

19. C'est l'un des rares euopens qui maitrise la philosophie analytique. Ses cours donnns Stanford sont surement responsables de cette adaptation culturelle

20. Pour plus de renseignements : [DUP] ou Rationalit et irrationalit des choix individuels dans le [PLS].



## Chapitre 2

# Les résultats mathématiques de la Théorie des Jeux

### 2.1 Le cadre de la théorie

2.1.1 La question d'un espace ordonné

2.1.2 Les fonctions convexes

2.1.3 Les nombres de Conway

2.1.4 Une autre vision de la connexité : démonstration du point fixe de Brouwer

### 2.2 La question des équilibres

### 2.3 Les stratégies mixtes : suivre le hasard

2.3.1 Probabilités et théorie Bayésienne

2.3.2 Comment la question du hasard apparaît ?

2.3.3 La notion d'information

2.3.4 Un exemple...

2.3.5 Le vote stratégique

### 2.4 La dynamique : modélisation de l'évolution

2.4.1 Maynard Smith : Application de la Théorie des Jeux en biologie évolutive

2.4.2 Axelrod : La coopération et l'émergence de celle-ci



## Chapitre 3

**Conclusion : une remise en  
cause du principe de  
causalit !!**

**20 Conclusion : une remise en cause du principe de causalit !!**

---

# Bibliographie

- [AUB] J-P AUBIN, Initiation à l'analyse appliquée , *Masson*, 1994
- [BIN] K BINMORE, Jeux et Théorie des Jeux , *DeBoeck Université*, 1999  
(VO 1992)
- [COL] H HERMES, Les Nombres (chap. XIII- Nombres et Jeux), *Vuibert*,  
1998
- [DUP] J-P DUPUY, Le catastrophisme clair ,2001
- [POU] W POUNDSTONE, Le Dilemme du prisonnier, *Cassini - le Sel et le  
Fer*, 1994
- [REY] B REYNAUD, Les limites de la rationalité, les figures du collectif ,  
*La Découverte*, 2003 (VO 1992)
- [PLS] POUR LA SCIENCE, Les mathématiques sociales dossier hors série,  
*Belin*, juillet 1999