

Semaine 21 - Séries numériques – Calcul asymptotique

1 Calcul asymptotique

Programme précédent + étude locale des courbes (asymptotes/tangentes)

2 Séries numériques

Tout le chapitre. *Je n'ai pas énoncé de théorème de sommation des équivalents. Les exercices seront traités à partir de lundi. On limitera cette semaine les études compliquées de convergences de séries de termes à signes variables.*

- Série de nombres réels ou complexes
- Série convergente, divergente
- Sommes partielles, restes
- Divergence grossière
- Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs (inégalités et relations de comparaison o , O et \sim)
- Séries géométriques et critère de d'Alembert
- Séries de Riemann, par *comparaison séries-intégrales*
- Asymptotique des sommes partielles / restes des séries de Riemann
- Exemple des séries de Bertrand, à *redémontrer*
- Formule de Stirling, *en calculant un développement asymptotique de $\ln(n!)$*
- Convergence absolue d'une série ; une série absolument convergente est convergente
- Série semi-convergente
- Séries alternées, critère des séries alternées, calcul de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$.

3 Questions de cours

- Nature des séries de Riemann (avec démonstration adaptée à la série en question)
- Équivalents des restes/sommes partielles des séries de Riemann (par comparaison série-intégrale)
- Critère des séries alternées
- Calcul de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
- Formule de Stirling (sans la constante)