

Semaine 23 – Révisions d'analyse - Groupe symétrique

1 Révisions d'analyse

Toute l'analyse de première année, en axant sur les derniers chapitres (asymptotique, séries, suites récurrentes).

2 Groupe symétrique

- Écriture d'une permutation
- Orbites ; elles forment une partition de $\llbracket 1, n \rrbracket$
- Cycle ; support d'un cycle ; transposition
- Décomposition en produit de cycles à supports disjoints
- Les transpositions engendrent S_n
- Inversions d'une permutation ; nombre d'inversions ; signature
- La signature est un morphisme de groupes ; signature d'un p -cycle

3 Compléments sur les groupes finis

Ces compléments sont hors programme de première année et pour certains aussi de deuxième année. Seuls les points en gras sont exigibles.

- **Ordre d'un élément**
- **Théorème de Lagrange – cas abélien**
- Si H est un sous-groupe de G fini, $|H|$ divise $|G|$.
- Théorème de Lagrange – cas général
- **Un groupe cyclique de cardinal n est isomorphe à $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.**
- Les sous-groupes d'un groupe cyclique G sont cycliques ; si d divise $|G|$, G a exactement un sous-groupe de cardinal d .
- Indicatrice d'Euler $\phi(n)$. C'est le cardinal du groupe des inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$; c'est aussi le nombre de générateurs de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

4 Exemples de questions de cours

- Théorème de Lagrange – cas abélien
- Calcul d'une décomposition en produit de cycles à supports disjoints ; calcul d'une signature
- Les transpositions engendrent S_n