

## Semaine 27 – Dénombrement – Probabilités

## 1 Probabilités

Reprise du programme précédent :

- Espaces probabilisés finis
- Conditionnement et indépendance
- Couples de variables aléatoires
- Espérance

## 2 Variance et covariance

- Variance, écart-type, variable réduite
- Variance des lois usuelles
- Variance de  $aX + b$
- Une variable aléatoire a une variance nulle ssi elle est presque sûrement constante
- Formule de König-Huygens
- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev
- Covariance, formule de König-Huygens
- Variance d'une somme de  $n$  variables aléatoires (théorème de Pythagore)
- Cas particulier de variables deux à deux non corrélées
- Application : on retrouve la variance de  $X \sim \mathcal{B}(n, p)$
- Inégalité de Cauchy-Schwarz ; avec deux variantes  $|E(XY)| \leq E(X^2)^{1/2}E(Y^2)^{1/2}$  et  $|\text{Cov}(X, Y)| \leq \sigma_X \sigma_Y$ .

## 3 Questions de cours

- Calcul probabiliste de l'indicatrice d'Euler  $\phi(n)$
- Si  $X_1, \dots, X_n$  sont  $n$  v. a. indépendantes de même loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  a pour loi  $\mathcal{B}(n, p)$
- Linéarité de l'espérance (en écrivant l'espérance comme une moyenne indexée par  $\omega \in \Omega$ )
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev
- Formule de König-Huygens pour la variance ou la covariance
- Espérance et variance du nombre de points fixes d'une permutation aléatoire (exemple de cours)