

DM 1 - Modes de raisonnement

Exercice 1. – *Décomposition de Zeckendorf*

1. Pour respecter les conditions, il faut écrire F_2 dans la décomposition de Zeckendorf de 17, pas F_1 .
2. D'une façon ou d'une autre, on a besoin de dire que la suite de Fibonacci est strictement croissante à partir du rang 2. Dans l'idéal, on le démontre rapidement. Une récurrence est possible pour l'existence de k , mais nullement obligatoire.
3. Dans la récurrence forte, attention à ne pas oublier de distinguer le cas où $n+1$ est un nombre de Fibonacci.
4. On peut faire les deux récurrences ensemble. En tout cas, ne pas perdre trop de temps là-dessus ; on peut aussi (et c'est très bien) réécrire les sommes pour faire apparaître un télescopage.
5. Question plus délicate. Différentes façons de présenter les arguments. Le mieux est sans doute de démontrer dans un premier temps qu'une décomposition de Zeckendorf de n doit contenir l'unique F_k tel que $F_k \leq n < F_{k+1}$. Et pour cela, la question précédente montre qu'on n'a pas assez avec les nombres de Fibonacci inférieurs.

Exercice 2. – *Vrai/Faux*

1. Il faut donner un contre-exemple pour montrer que qqch est faux. Il n'y a absolument pas besoin de dériver une fonction pour montrer qu'elle est croissante/décroissante (dans les cas les plus simples).
2. Bien introduire z_1 et z_2 ET les conditions qu'ils vérifient (somme et produit réels).
3. RAS
4. Un contre-exemple suffit.

Exercice 3. –

En début d'année, il est bien de dire explicitement qu'on fait une analyse-synthèse. Dans l'analyse, déclarer explicitement f comme une fonction solution de l'équation fonctionnelle. Dans la synthèse, définir clairement f , même si on vient de dire que la seule solution potentielle est $x \mapsto x + 1$.

Exercice 4. –

Pas beaucoup de mauvaises surprises. Le plus dur est d'expliquer le raisonnement à un non-matheux.