DM 1 - Modes de raisonnement – reprise

EXERCICE 1. Théorème de Zeckendorf

1. On attend un tableau des premières valeurs de la suite de Fibonacci (pas besoin d'écrire les calculs).
2. Le plus rapide est de faire une récurrence (plutôt double) pour justifier de la stricte positivité de la suite de Fibonacci après le rang 1 (récurrence immédiate peut suffire). Ensuite, pas besoin de récurrence pour la stricte croissance.
3. Une récurrence est possible. On peut aussi utiliser que toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément. On peut affirmer sans preuve qu'une suite strictement croissante d'entiers tend vers $+\infty$.
4. Dans la récurrence, le cas où le nouvel entier est un nombre de Fibonacci doit être traité à part.
5. Récurrence rapide (on peut ne pas écrire la deuxième et dire *par analogie*) ou sommes téléscopiques.
6. Délicat. Il faut se forcer à clarifier ce qu'on cherche à dire sur une telle question.

EXERCICE 2. Démonstration d'assertions formelles
De façon générale, par *signification*, on attendait une reformulation de ce que dit la propriété ; pas juste une *lecture à voix haute* de la propriété écrite mathématiquement.

1. Quelques confusions logiques. Beaucoup de disjonctions inutiles, notamment avec le cas $x = y$ (on a certes davantage de triplets possibles, mais on ne cherche pas à tous les écrire). Il faut absolument déclarer x et y par un *Soient* et *poser* des valeurs de a, b et c convenant. En particulier, on fixe la valeur de a.
2. On n'attend pas une condition nécessaire et suffisante sur s et p pour que x et y existent. On veut savoir si la propriété est vraie tout le temps. Donner un contre-exemple et montrer que c'en est un.
3. Une étude de fonction est possible mais pas nécessaire et elle doit être bien écrite. De nouveau, il est fondamental de préciser de façon claire le statut des variables a, b, c et d quand elles apparaissent.

EXERCICE 3. Une équation fonctionnelle
Le raisonnement par analyse-synthèse doit être explicité. Dans l'analyse, on dit qu'on considère une fonction f solution. Quand on cherche à trouver la valeur de $f(x)$, il faut déjà avoir déclarer x par un *Soit* $x \in \mathbb{R}$. De nombreuses confusions liées au fait que x est déjà une variable muette dans l'équation vérifiée par f.
Dans la synthèse, on définit clairement f comme la fonction constante égale à 1 et on vérifie qu'elle convient. Dans la conclusion, on ne parle pas de *solutions de la forme*, alors qu'il n'y a ici qu'une unique solution.