Semaine 10 – Suites, limites, continuité

1 Suites

Tout le chapitre. En plus de la semaine précédente :

- Théorème de Cesàro (HP), limite finie ou infinie
- Convergence d'une suite $(u_n) \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$
- Extension des propriétés élémentaires aux suites à valeurs complexes
- Relation avec la convergence des parties réelle et imaginaire
- Théorème de Bolzano-Weierstrass complexe
- Suites de Cauchy (HP). *Non exigible mais peut donner lieu à des exercices de fin de colle*
 - Définition
 - Les suites de Cauchy sont les suites convergentes.
 - Application : une série absolument convergente est convergente (*vocabulaire introduit rapidement*)

2 Limites, continuité

- Limite d'une fonction en un point $a \in \overline{\mathbb{R}}$ adhérent à l'ensemble de définition
- Caractérisation séquentielle de la limite
- Limite à gauche, limite à droite
- Résultats généraux : composition, opérations élémentaires, passage à la limite dans les inégalités, localisation asymptotique, théorèmes d'encadrement
- Théorème de la limite monotone
- Continuité ponctuelle
- Continuité à gauche, continuité à droite
- Prolongement par continuité
- Opérations élémentaires
- Fonctions continues

3 Théorèmes fondamentaux sur la continuité

Le théorème des bornes atteintes et le théorème de la bijection seront vus lundi.

- Théorème des valeurs intermédiaires
- Image d'un intervalle par une application continue

4 Exemples de questions de cours

- Théorème de Cesàro (cas d'une limite finie)
- Équivalents usuels
- Calculs de limites, d'équivalents
- Bolzano-Weierstrass complexe (en admettant le réel)
- Théorème des valeurs intermédiaires