

Semaine 18 - Analyse asymptotique

La colle est tournée vers la technique. L'objectif est de savoir calculer des développements asymptotiques de fonctions/suites, notamment pour résoudre des formes indéterminées ou faire une étude locale.

1 Analyse asymptotique

- Relations de comparaison : o , O et \sim
- Théorèmes de croissance comparée
- Règles de calcul, substitution
- Équivalents usuels; calculs sur les équivalents
- Pas de composition d'équivalents; cas de l'exponentielle et du logarithme
- Développement limité; on se ramène le plus souvent en 0
- Unicité; DL d'une fonction paire/impaire
- DL à l'ordre 0 ssi (prolongement) continu; DL à l'ordre 1 ssi (prolongement) dérivable
- Contre-exemple de fonctions admettant un DL_n sans être n fois dérivable
- Théorème d'intégration des DL
- Formule de Taylor-Young (f de classe \mathcal{C}^n au programme; donné avec f dérivable $n - 1$ fois, avec existence de $f^{(n-1)}$ dérivable en 0)
- DL usuels
- Remarque sur l'écriture du DL avec un $o(x^n)$ ou un $O(x^{n+1})$
- Calculs pratiques
- Applications au calcul de limites
- Calculs de développements asymptotiques (suites/fonctions implicites notamment)
- Étude locale des courbes : tangentes et asymptotes (notion de DL en $+\infty$).
- Développement asymptotique de la série harmonique; formule de Stirling (*données sans preuve; sera fait dans le chapitre sur les séries*).

2 Questions de cours – Exercices d'applications

- Révisions d'analyse : notamment théorème des accroissements finis, inégalités de convexité, étude pratique de prolongement en un point
- Théorème d'intégration des DL
- DL usuel : formule à l'ordre n ou formule explicite à un ordre petit fixé
- Calculs divers
- Calcul du DL de Arcsin
- Étude locale d'une courbe (tangente/asymptote)