

## Semaine 20 - Séries numériques

Tout le chapitre.

### 1 Séries numériques

*Les théorèmes de sommation des équivalents ont été donnés mais ne sont pas un attendu du programme.*

- Série de nombres réels ou complexes
- Série convergente, divergente
- Sommes partielles, restes
- Divergence grossière
- Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs (inégalités et relations de comparaison  $o$ ,  $O$  et  $\sim$ )
- Séries géométriques et critère de d'Alembert
- Séries de Riemann, par *comparaison séries-intégrales*
- Asymptotique des sommes partielles / restes des séries de Riemann
- Exemple des séries de Bertrand, à *redémontrer*
- Formule de Stirling, *en calculant un développement asymptotique de  $\ln(n!)$*
- Convergence absolue d'une série ; une série absolument convergente est convergente
- Série semi-convergente
- Séries alternées, critère des séries alternées, calcul de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ .
- Pour des séries dont le terme est de signe variable, exemple d'étude de (semi)-convergence en calculant un développement asymptotique.

### 2 Questions de cours

- Nature des séries de Riemann (avec démonstration adaptée à la série en question)
- Équivalents des restes/sommes partielles des séries de Riemann (par comparaison série-intégrale)
- Critère des séries alternées
- Calcul de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$