

DM 1 - Modes de raisonnement – reprise

Remarques générales sur la forme.

- On attend des copies doubles (au moins une copie double pour la première ; les autres peuvent être simples) de taille standard (pas une page arrachée d'un cahier).
- Petit cadre en début de copie pour les appréciations générales (3-4 lignes suffisent) ; marge à gauche laissée vide.
- Numéroté chaque feuille ; le faire au fur et à mesure pour éviter les erreurs, surtout en DS.
- Bien identifier chaque question en écrivant clairement son numéro ; sauter une ligne entre deux questions. Ne pas recopier l'énoncé de la question (mais dire clairement ce que vous faites si vous prenez des initiatives).
- Écrire de façon lisible, en limitant les ratures, en aérant suffisamment le texte (notamment pour ceux qui écrivent gros). À l'autre extrême, pas besoin de sauter une ligne entre deux lignes quelconques d'un calcul ou d'un raisonnement.
- Souligner les résultats principaux, de préférence en rouge. Souligner également les mots-clés d'un raisonnement : du genre Analyse/ Synthèse/ Initialisation/ Hérité/ Cas 1/ Cas 2/ Conclusion...
- Éviter les abréviations ; on peut tolérer *ssi* pour *si et seulement si* et *t.q.* pour *tel que*. Et surtout, ne pas utiliser de symbole mathématique ($\exists, \forall, \implies, \rightarrow$) pour remplacer un mot.
- Ne pas négliger les conseils/consignes sur la rédaction. L'objectif est de vous aider à clarifier votre pensée et de vous faire gagner en efficacité. Cela demande des efforts au début mais l'investissement est très rentable.
- Si des remarques sur les copies ne sont pas claires, me demander en fin de cours ou (mieux) pendant les heures de TD.

Exercice 1. – Théorème de Zeckendorf

1. On attend un tableau des premières valeurs de la suite de Fibonacci (pas besoin d'écrire les calculs).
2. Une récurrence est possible. On peut aussi utiliser que toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément. On peut affirmer sans preuve qu'une suite strictement croissante d'entiers tend vers $+\infty$.
3. Dans la récurrence, le cas où le nouvel entier est un nombre de Fibonacci doit être traité à part.
4. Récurrence rapide (on peut ne pas écrire la deuxième et dire *par analogie*) ou sommes télescopiques.
5. Délicat. Il faut se forcer à clarifier ce qu'on cherche à dire sur une telle question.

Exercice 2. – Vrai/Faux

1. Attention à ne pas multiplier des inégalités entre quantités de signe inconnu.
2. Un argument polynomial est possible. Mais on peut aussi procéder directement ; dans ce cas, bien déclarer les deux complexes z_1 et z_2 en explicitant les hypothèses faites sur eux. Et donner des notations à leurs parties réelle/imaginaire pour plus de clarté.
3. Une disjonction de cas est possible mais il ne faut pas multiplier les cas. Pas besoin de montrer des propriétés élémentaires du type *Un produit de deux entiers consécutifs est pair*.
4. Donner seulement un contre-exemple.

Exercice 3. – Une équation fonctionnelle

Le mieux est de raisonner par analyse-synthèse. Dans l'analyse, déclarer f comme solution de l'équation ; on doit trouver assez vite que $f(0) = 1$ et ensuite la valeur de $f(x)$ pour tout x ; les calculs de *vérification* (plutôt réciproque) doivent figurer dans la synthèse.

Exercice 4. – Démonstration d'assertions

Pour chacune des assertions suivantes, expliciter *concrètement* sa signification, puis déterminer avec une démonstration si elle est vraie ou fausse.

1. Quelques confusions logiques. Beaucoup de disjonctions inutiles, notamment avec le cas $x = y$ (on a certes davantage de triplets possibles, mais on ne cherche pas à tous les écrire). Il faut absolument déclarer x et y par un *Soient* et *poser* des valeurs de a , b et c convenant. En particulier, on fixe la valeur de a .
2. On n'attend pas une condition nécessaire et suffisante sur s et p pour que x et y existent. On veut savoir si la propriété est vraie tout le temps. Donner un contre-exemple et montrer que c'en est un.
3. Une étude de fonction est possible mais pas nécessaire et elle doit être bien écrite. De nouveau, il est fondamental de préciser de façon claire le statut des variables a , b , c et d quand elles apparaissent.