

Semaine 5 - Applications, relations binaires (début)

1 Applications

- Application (*synonyme : fonction*)
- Images, antécédents, image directe, image réciproque
- Restriction, prolongement, co-restriction d'une application
- Application identité, composition d'applications
- Injections, surjections, bijections
- Bijection réciproque
- Permutation, involution
- Fonctions indicatrices ; bijection canonique entre $\mathcal{P}(\Omega)$ et $\{0; 1\}^\Omega$
- Familles d'éléments, unions et intersections quelconques

2 Généralités sur les relations

- Relation binaire sur un ensemble E
- Propriétés de réflexivité, symétrie, anti-symétrie, transitivité

3 Relations d'équivalence

- Relation d'équivalence
- Classes d'équivalences, partitions d'un ensemble
- Les classes d'équivalence forment une partition d'un ensemble ; réciproquement, une partition donne lieu à une relation d'équivalence.
- Exemple détaillé de la congruence modulo $n \in \mathbb{N}$
- Ensemble quotient – HP, définition de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Exemple culturel : construction de $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$ comme ensemble quotient

Si besoin, on pourra poser des exercices autour des relations d'ordre en donnant les définitions nécessaires. Le cours sur le sujet sera traité le lundi de la rentrée.

4 Questions de cours

- Propriétés des images directe et réciproque
- Une composée d'injections est une injection ; si $g \circ f$ est injective, f est injective

- Une composée de surjections est une surjection ; si $g \circ f$ est surjective, g est surjective
- $f : E \rightarrow F$ est bijective ssi il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $g \circ f = \text{id}_E$ et $f \circ g = \text{id}_F$
- Définition des différentes propriétés d'une relation binaire
- Les classes d'équivalence forment une partition.
- Exemples de relations d'équivalence