

Semaine 8 - Structures algébriques

Deuxième semaine sur les structures. Le lien entre l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et l'arithmétique modulo n a été fait. Rien d'exigible sur le groupe symétrique

1 Arithmétique

Révisions ; aussi avec le point de vue de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

2 Lois de composition interne

Reprise du programme précédent

3 Groupes

Reprise du programme précédent

4 Anneaux/corps

- Anneau, anneau commutatif, anneau nul
- Règles de calcul dans un anneau ; identité de Bernoulli, formule du binôme de Newton (pour des éléments qui commutent)
- Anneau (commutatif) intègre
- Groupe des inversibles d'un anneau
- Corps
- Sous-anneau, sous-corps
- Morphisme d'anneaux
- Un morphisme de corps est injectif
- Caractéristique d'un corps

5 Compléments - HP

- Inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. La caractéristique d'Euler $\phi(n)$ n'a pas été définie en cours.
- $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est un corps ssi n est premier

6 Exemples de questions de cours

- Démonstration (efficace) qu'une partie est un sous-groupe/sous-anneau/sous-corps ; qu'une application est un morphisme de groupes/d'anneaux/de corps.
- Caractérisation des sous-groupes de $\mathbb{R}$
- $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est un corps ssi n est premier.
- La caractéristique d'un corps est 0 ou un nombre premier.