Semaine 13 - Dérivabilité – Convexité – Intégration

1 Dérivabilité – Convexité

Reprise du programme précédent

2 Intégration

Les propriétés plus avancées de calcul intégral ont été démontrées en admettant les propriétés de base. Les fonctions continues par morceaux ou en escalier, ainsi que la construction de l'intégrale n'ont pas été vues.

– Propriété de stricte positivité de l'intégrale
– Inégalité de Cauchy-Schwarz ; cas d'égalité (*admis*)
– Théorème fondamental de l'analyse
– Formule de Taylor avec reste intégral
– Inégalité de Taylor-Lagrange
– Formule de Taylor-Young
– Convergence des sommes de Riemann
– Introduction à la notion de convergence uniforme des fonctions
– Si une suite (f_n) de fonctions continues converge uniformément vers une fonction f continue sur un segment $[a,b]$, alors $\displaystyle\int_a^b f_n \to \int_a^b f$.
– Théorème de Weierstrass d'approximation polynomiale uniforme (*admis*)

3 Questions de cours

– Inégalités conséquences du TAF ou de la convexité
– Une fonction dérivable est convexe ssi sa dérivée est croissante
– Formule de Taylor avec reste intégral
– Inégalité de Taylor-Lagrange et application $e^x = \lim \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ pour $x \in \mathbb{R}$
– Formule de Taylor-Young
– Convergence des sommes de Riemann pour une fonction lipschitzienne
– Lemme de Riemann-Lebesgue : si f est continue sur $[a,b]$, $\displaystyle\int_a^b f(t)\sin(nt)dt \to 0$, quand $n \to +\infty$