

Semaine 17 – Algèbre linéaire en dimension finie – Calcul matriciel

1 Reprise des programmes précédents

Algèbre linéaire, avec accent sur la dimension finie.

2 Calcul matriciel

- Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
- Base canonique
- Produit matriciel, propriétés calculatoires
- Anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, propriétés
- Groupe des inversibles $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$
- Transposée d'une matrice, propriétés
- Matrices symétriques, anti-symétriques
- Matrices diagonales, scalaires, triangulaires supérieures (strictes)
- Coefficients diagonaux dans un produit de matrices triangulaires supérieures
- Une matrice triangulaire supérieure est nilpotente ssi elle est triangulaire supérieure stricte
- Correspondance $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}) \cong \mathcal{L}(\mathbb{K}^p, \mathbb{K}^n)$, après identification des vecteurs de $\mathbb{K}^n$ et des matrices de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$
- Compatibilité entre produit matriciel et composition des applications linéaires

La résolution pratique des systèmes linéaires sera faite en début de semaine. Rien sur la représentation matricielle dans des bases quelconques avant la rentrée.

3 Exemples de questions de cours

- Questions de cours des deux programmes précédents
- Toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ s'écrit de façon unique comme somme d'une symétrique et d'une anti-symétrique
- Une matrice triangulaire supérieure est nilpotente ssi elle est triangulaire supérieure stricte
- Bases de $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$, de $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$