

Semaine 18 – Représentation matricielle

1 Révisions d’algèbre linéaire

2 Calcul matriciel

- Programme précédent
- Vocabulaire des systèmes linéaires ; écriture matricielle d’un système
- Structure des solutions
- Systèmes de Cramer
- Critère d’inverse et formule pour l’inverse d’une matrice 2×2
- Inversibilité des matrices diagonales, triangulaires
- Algorithme du pivot de Gauss ; aspects pratiques
- Développements théoriques : matrices d’opérations élémentaires ; elles engendrent le groupe $GL_n(\mathbb{K})$

3 Représentation matricielle dans des bases quelconques

- Matrice d’un vecteur, d’une famille de vecteurs dans une base
- Matrice d’une application linéaire dans des bases
- Compatibilité des représentations
- *Via* des bases, isomorphisme $\mathcal{L}(E, F) \cong \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$; cas particulier des endomorphismes : $\mathcal{L}(E) \cong \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est aussi un isomorphisme d’anneaux
- Vecteur propre, valeur propre ; la matrice d’un endomorphisme dans une base $\mathbf{e}$ est diagonale ssi $\mathbf{e}$ est formée de vecteurs propres de l’endomorphisme
- Sous-espace stable par un endomorphisme ; la matrice d’un endomorphisme dans une base $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_n)$ est triangulaire supérieure ssi chaque $F_k = \text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$ est stable par l’endomorphisme

4 Changement de base

- Matrice de changement de base, interprétation en termes d’*ancienne* et de *nouvelle* bases
- $P_{\mathbf{e}'}^{\mathbf{e}} = \text{Mat}_{\mathbf{e}', \mathbf{e}}(\text{id}_E)$.
- Inverse d’une matrice de changement de base
- Changement de base pour un vecteur

- Changement de base pour une application linéaire
- Changement de base pour un endomorphisme (même base au départ et à l'arrivée)

Il restera une colle dans ce long bloc d'algèbre linéaire. Reste à traiter : matrices équivalentes, matrices semblables, trace, calcul par blocs, compléments sur le rang.

5 Questions de cours

La colle devrait démarrer par la résolution concrète d'un système linéaire

- résolution “pure” ;
- ou en lien avec le calcul de l'image/du noyau/du rang d'une application linéaire ;
- ou pour passer d'une représentation cartésienne à une représentation paramétrique d'un ssev.