

Semaine 19 – Révisions d’algèbre linéaire

1 Algèbre linéaire

Programme précédent +

- Matrices équivalentes ; deux matrices sont équivalentes ssi elles ont même rang
- Matrices semblables
- Trace d’une matrice, d’un endomorphisme
- Calculs matriciels par blocs
- Compléments sur le rang d’une matrice
- Compléments sur les polynômes de matrices :
 - Structure des polynômes annulateurs
 - Algèbre $\mathbb{K}[M]$
 - $M^{-1} \in \mathbb{K}[M]$ si M est inversible
 - Utilisation pour le calcul des puissances

2 Analyse asymptotique

Limites ; équivalents ; relations de comparaison (ne nécessitant pas de DL à un ordre ≥ 2)

3 Questions de cours

- Une matrice est de rang r ssi elle est équivalente à J_r ;
- Si ℓ est une forme linéaire sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, il existe une unique matrice A telle que, pour tout $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\ell(M) = \text{Tr}(AM)$;
- Si $A, B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $|\text{rg } A - \text{rg } B| \leq \text{rg}(A + B) \leq \text{rg } A + \text{rg } B$;
- Si $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, il existe un unique polynôme unitaire Π_M telle que, pour tout $P \in \mathbb{K}[X]$, $P(M) = 0 \iff \Pi_M \mid P$;
- Exemples de polynômes minimaux (matrices nilpotentes, projecteurs, symétries)
- Un développement limité d’ordre 1 usuel