

TD : Unités et analyse dimensionnelle

☆☆ I | Vitesse du son

- 1) Donner l'expression de la célérité c du son dans un fluide en fonction de la masse volumique ρ du fluide et du coefficient d'incompressibilité χ , homogène à l'inverse d'une pression.

☆☆ II | Faire cuire des pâtes

Sur une facture d'électricité, on peut lire sa consommation d'énergie électrique exprimée en kWh (kilowatt-heure).

- 1) Quelle est l'unité SI associée ? Que vaut 1 kWh dans cette unité SI ?
- 2) Sachant que la capacité thermique massique de l'eau est $c = 4,18 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et que le prix du kilowatt-heure est de 0,16 €, évaluer le coût du chauffage électrique permettant de faire passer 1 L d'eau de 20 °C à 100 °C.
- 3) Si la plaque chauffe avec une puissance de $P = 1200 \text{ W}$, combien de temps faudra-t-il pour chauffer ce litre d'eau ?

☆☆ III | TAYLOR meilleur que James BOND ?

À l'aide d'un film sur bande magnétique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, le physicien Geoffrey TAYLOR a réussi en 1950 à estimer l'énergie \mathcal{E} dégagée par une explosion nucléaire, valeur pourtant évidemment classifiée. Le film permet d'avoir accès à l'évolution du rayon $R(t)$ du « nuage » de l'explosion au cours du temps. Nous supposons que les grandeurs influant sur ce rayon sont le temps t , l'énergie \mathcal{E} de l'explosion et la masse volumique ρ de l'air.

- 1) Quelles sont les dimensions de ces grandeurs ?
- 2) Chercher une expression de R sous la forme $R = k \times \mathcal{E}^\alpha t^\beta \rho^\gamma$, avec k une constante adimensionnée.
- 3) L'analyse du film montre que le rayon augmente au cours du temps comme $t^{2/5}$. Exprimer alors \mathcal{E} en fonction de R , ρ et t .
- 4) En estimant que $R \approx 70 \text{ m}$ après $t = 1 \text{ ms}$, sachant que la masse volumique de l'air vaut $\rho \approx 1,0 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et en prenant $K \approx 1$, calculer la valeur de \mathcal{E} en joules puis en kilotonnes de TNT (une tonne de TNT libère $4,18 \times 10^9 \text{ J}$).