

Correction du TD d'application



I Vergence et grandissement de lentilles accolées

Soit le système de deux lentilles \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 , de centres optiques O_1 et O_2 et de vergences V_1 et V_2 qui sont *accolées* (c'est-à-dire de même axe optique et de centres optiques confondus : dans la pratique, on veut $|\overline{O_1O_2}| \ll |f'_1|$ et $\ll |f'_2|$ simultanément).

- 1) Montrer qu'il est équivalent à une lentille \mathcal{L} de vergence $V = V_1 + V_2$.

Réponse

Dans cette situation, on a le système $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$, avec $O_1 = O_2 = O$. Une lentille équivalente à ce système ferait passer directement de A à A' et aurait une distance focale $\overline{OF'}$ telle que

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \quad (4.1)$$

Pour faire apparaître les vergences des lentilles une et deux, on peut :

- 1) Écrire les relations de conjugaison pour les deux lentilles :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OF'_1}} = \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{OF'_2}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}}}$$

- 2) Ou directement dans 4.1 ajouter et retirer $\frac{1}{\overline{OA_1}}$ dans le terme de droite.

Quoi qu'il en soit, on trouve rapidement

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{OF'}} &= \frac{1}{\overline{OF'_1}} + \frac{1}{\overline{OF'_2}} \\ \Leftrightarrow V &= V_1 + V_2 \end{aligned}$$



- 2) Préciser le grandissement de l'ensemble en fonction du grandissement de chaque lentille.

Réponse

Le grandissement de l'ensemble est $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$. Or, $\gamma_1 = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}}$; on a donc

$$\boxed{\gamma = \gamma_1 \gamma_2}$$



Produit des grandissements

Si le théorème des vergences (c'est son nom) ne vaut que pour des lentilles accolées (une version plus générique s'écrit $V = V_1 + V_2 - \overline{O_1O_2}V_1V_2$), l'expression du grandissement **vaut pour toute association**.



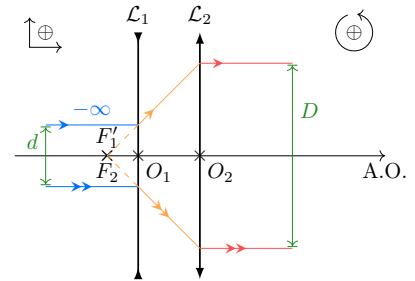
II Élargissement d'un faisceau laser

- 1) Un laser est un faisceau lumineux cylindrique dont le diamètre est de l'ordre du millimètre. On veut élargir ce faisceau jusqu'à lui donner un diamètre de quelque centimètres, en utilisant une lentille divergente et une lentille convergente. **Donner la relation entre les deux distances focales pour réaliser cet élargissement.** On prendra $d = 2$ mm le diamètre du faisceau entrant, et $D = 3$ cm celui du faisceau sortant.

Réponse

On peut associer deux lentilles, la première divergente de très courte focale $f'_1 (< 0)$ et la seconde convergente de grande focale f'_2 , à condition de faire coïncider le foyer image F'_1 de la première avec le foyer objet F_2 de la seconde. Si D est le diamètre du faisceau final et d celui du faisceau initial, alors en utilisant le théorème de Thalès $D/f'_2 = -d/f'_1$; pour $d = 2$ mm et $D = 3$ cm, il nous faut

$$f'_2 = -15f'_1$$

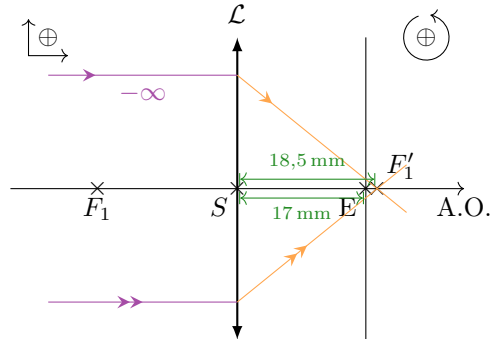


III L'œil hypermétrope et sa correction

Dans cet exercice, on étudie un œil assimilé à une lentille mince convergente \mathcal{L} , dont le centre optique S se trouve à une distance constante $d = 17$ mm de la rétine. Cet œil est hypermétrope et donne d'un objet à l'infini une image située 1,5 mm derrière la rétine lorsqu'il est au repos.

Données

- ◇ Œil = lentille (\mathcal{L}, S);
- ◇ $\overline{SE} = 17$ mm;
- ◇ $\overline{SA} = -\infty \Rightarrow \overline{SA'} = \overline{SE} + 1,5$ mm



- 1) Déterminer la distance focale de cet œil au repos. On la considèrera constante dans la suite du problème, l'œil n'accommodant pas.

Réponse

Résultat

$$\overline{SF'}$$

Outil

On trouve le point focal image d'un système en étudiant l'image d'un objet à l'infini.

Application

Ici, la lecture de l'énoncé donne directement la réponse : le point focal image est 1,5 mm derrière la rétine. On a donc

$$\overline{SF'} = 18,5 \text{ mm}$$

- 2) L'œil est-il trop ou pas assez convergent ? Corrige-t-on ce défaut en ajoutant des verres de lunettes convergents ou divergents ?

Réponse

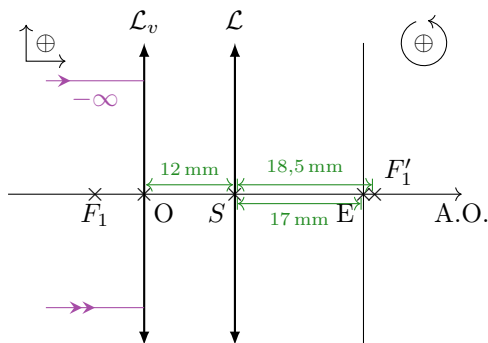
L'œil n'est pas assez convergent, il faudrait que les rayons se croisent plus tôt sur l'axe optique pour que l'image se forme sur la rétine. Il faut donc corriger avec des lentilles correctrices convergentes.



- 3) L'œil est corrigé par un verre de lunettes, assimilé à une lentille mince de centre optique O et placé à une distance $d = 12 \text{ mm}$ du centre optique S de l'œil réduit. On souhaite que dans ces conditions, l'œil au repos ait une vision nette d'un objet situé à l'infini.

Données

- ◇ Verre lunette = (\mathcal{L}_v, O) ;
- ◇ $\overline{OS} = 12 \text{ mm}$;
- ◇ $\overline{AB} \xrightarrow[\text{O}]{\mathcal{L}_v} \overline{A_1B_1} \xrightarrow[\text{S}]{\mathcal{L}} \overline{A'B'}$



- a – Rappeler l'endroit où doit se trouver l'image définitive donnée par l'œil corrigé.

Réponse

Rappel

L'image doit se former sur l'écran de la lentille, autrement dit la rétine : avec $\overline{AB} = -\infty$ on doit avoir $A' = E$.

- b – Quels points caractéristiques du verre et de l'œil doivent être confondus afin de corriger la vision de loin ?

Réponse

Résultat attendu

Utiliser le fonctionnement physique du système pour déterminer comment associer la lunette à l'œil.

Application

$$\overline{AB} \xrightarrow[\text{O}]{\mathcal{L}_v} \overline{A_1B_1} \xrightarrow[\text{S}]{\mathcal{L}} \overline{A'B'}$$

$-\infty \rightarrow A_1 = F'_v \quad A' = E$
 $A_1 = R$

On a donc $A_1 = F'_v = R$.

Important !

Attention, **seul** le remotum de l'œil emmétrope est à l'infini. Vérifiez bien vos définitions.

- c – Déterminer la distance focale puis la vergence du verre correcteur.

Réponse



Résultats attendus

On cherche \overline{OF}'_v sachant que $F'_v = R$: l'idée est donc de trouver R de l'œil connaissant sa distance focale et la distance œil-écran.

Outil

On va donc utiliser la formule de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{OF}'} = \frac{1}{\overline{OA}'} - \frac{1}{\overline{OA}}$$



Application

Avec les données de l'exercice, on a

$$\frac{1}{\overline{SF}'} = \frac{1}{\overline{SE}} - \frac{1}{\overline{SR}}$$

Soit

$$\overline{SR} = \frac{\overline{SE}\overline{SF}'}{\overline{SF}' - \overline{SE}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{SE} = 17 \text{ mm} \\ \overline{SF}' = 18,5 \text{ mm} \end{cases}$$

Et

$$\overline{SR} = 21 \text{ cm}$$

Avec la composition des distances et comme $F'_v = R$, on a finalement

$$\overline{OF}'_v = \overline{OS} + \overline{SR} = 1,2 + 20,9 = 22 \text{ cm}$$

Soit $V_{\text{verre}} = +4,5 \delta$



d – Faire un schéma de principe expliquant la correction de l'œil par les lunettes.

Réponse

On a donc

