Correction du TD d'application

☆ I Quelle courbe pour quel circuit ?

1) ◇ Pour la courbe 1 : on observe une diminution exponentielle de la **tension** et une **discontinuité** de cette dernière en $t = 0$. Or, les condensateurs ont une tension continue à leurs bornes, cette courbe ne peut donc **pas** être issue d'un circuit avec un **condensateur** : ni le 3, ni le 4.

Ensuite, comme c'est forcément une bobine, on observe que $u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} > 0$, autrement dit l'intensité monte dans le circuit. Le circuit 1 s'ouvre à $t = 0$, donc l'intensité devrait y baisser : finalement il ne nous reste que le **circuit 2**.

Dans ce circuit, la constante de temps est connue (cf. cours) et vaut $\tau = L/R$. On la détermine avec l'intersection entre la tangente en $t = 0$ et l'asymptote $u = 0$, où en trouvant l'instant où u et son asymptote ont un écart relatif de 37%, c'est-à-dire ici quand $u(\tau) = 1{,}8\,\mathrm{V}$. On trouve dans tous les cas $\boxed{\tau = 1{,}0\,\mathrm{ms}}$, soit $\boxed{L = 1{,}0\,\mathrm{H}}$.

◇ Pour la courbe 2 : on observe une augmentation exponentielle de la tension et un continuité de cette dernière en $t = 0$. On peut donc affirmer que u est la tension aux bornes d'un ondensateur, et que ce dernier se charge : on y associe donc le **circuit 3**.

L'asymptote quand $t \to \infty$ est $u = E$, puisqu'alors $i = 0$ (comportement condensateur RP) et donc toute la tension du générateur se retrouve aux bornes de C (et pas de R car $i = 0$) ; ainsi, $\boxed{E = 10\,\mathrm{V}}$, et $u(\tau) = 6{,}3\,\mathrm{V}$ ou la tangente en 0 donnent $\boxed{\tau = 0{,}070\,\mathrm{ms}}$; comme ici $\tau = RC$, on trouve $\boxed{C = 7{,}0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F}}$.

☆ II Associations en parallèle

1) Avec la loi des mailles et d'Ohm, puis la loi des nœuds :

$$E = Ri + u \tag{1}$$

$$i = i_1 + i_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = C_1\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + C_2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad \text{RCT pour C}$$

$$\text{Dans (1) : } \boxed{E = R(C_1 + C_2)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u}$$

2) On constate qu'électriquement, l'association en parallèle donne un condensateur équivalent de capacité

$$C_{\mathrm{eq}} = C_1 + C_2$$

3) Loi des mailles et loi d'Ohm : $E = Ri + u$

$$\Leftrightarrow 0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\cdot) \tag{1}$$

Loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\cdot)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} \quad \text{RCT pour L}$$

Dans (1) : $\boxed{0 = R\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)u + \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$

4) On constate qu'électriquement, l'association en parallèle donne une bobine équivalente d'inductance

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

III Résistance de fuite d'un condensateur

1) En ouvrant le circuit, sans la résistance de fuite on s'attend à ce que le condensateur reste chargé, comme une pile. Or dans ce circuit, en ouvrant l'interrupteur la capacité C est reliée à la résistance R_f dans laquelle elle se décharge donc, ce qui explique la diminution de la tension.

2) On a la situation de décharge du cours, où l'équation différentielle sur u est

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{R_f C} = 0$$

Sachant que $u_C(t=0) = E$, la solution s'écrit

$$\boxed{u_C(t) = E\exp\left(-\frac{t}{R_f C}\right)}$$

Pour que $u_C(T) = E'$, il faut donc $\exp\left(-\frac{T}{R_f C}\right) = \frac{E'}{E}$, et finalement

$$\boxed{R_f = \frac{T}{C\ln\frac{E}{E'}}} \quad \text{donc} \quad \boxed{R_f \approx 5{,}0 \times 10^{11}\,\Omega}$$

IV Circuit RL et oscilloscope

1) a) Voie 1 : u_R b) Voie 2 : $-u_L$

2) D'après la loi d'Ohm : $i(t) = \frac{u_R}{R}$. La courbe Y_1 est donc une image de l'intensité dans le circuit. Or, cette courbe est formée de morceaux de droites successivement croissantes et décroissantes. Sur chaque portion, la dérivée de la courbe est constante : sur les portions décroissantes, la pente est négative, et inversement.

Ainsi, la courbe de la voie Y_2 correspond bien à l'**opposé de la dérivée de la courbe de la voie Y_1**.