Travaux pratiques – TP 7

Circuits du premier ordre en régime transitoire

III Analyser : régime transitoire du circuit RC

III/A Charge et décharge du condensateur

On considère le montage ci-contre de constante de temps $\tau = RC$.

/2 (1) La tension créneau de fréquence f a pour période $T = 1/f$. Pour visualiser correctement le signal, il faut que le condensateur puisse se charger sur **une demi-période** $T/2$. Or, un condensateur met $\approx 5\tau$ à se charger ; il nous faut donc

$$5\tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow 5\tau \leq \frac{1}{2f} \Leftrightarrow \boxed{\tau \leq \frac{1}{10f}} \quad \text{avec} \quad \left\{ f = 1 \times 10^{3}\,\text{Hz} \right.$$

$$\text{A.N. : } \underline{\tau \leq 1 \times 10^{-4}\,\text{s} = 0{,}1\,\text{ms}}$$

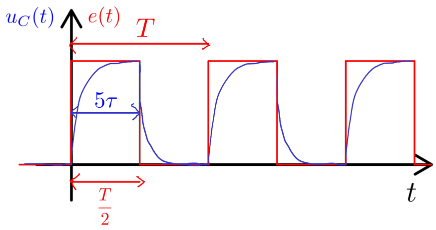

Figure 7.1

/1 (2)

- Si τ est **trop grand**, le condensateur n'aura **pas le temps de se charger**. On ne verra qu'une portion de l'exponentielle croissante.
- À l'inverse, si τ est **trop petit**, le condensateur se **charge trop vite** : on confondra la courbe de sa charge avec celle du créneau.

/1 (3) Prenons $\tau = 1 \times 10^{-4}\,\text{s}$. On a :

$$\tau = RC \Leftrightarrow \boxed{C = \frac{\tau}{R}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \tau = 1 \times 10^{-4}\,\text{s} \\ R = 1\,\text{k}\Omega \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{C = 1 \times 10^{-7}\,\text{F} = 0{,}1\,\mu\text{F}}$$

/1 (4)

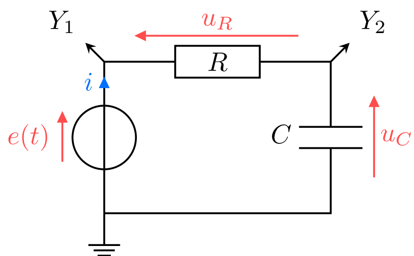

Figure 7.2

III/B Étude théorique du circuit intégrateur

/2 (5) L'équation homogène est :

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}u_{C,h}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_{C,h} = 0 && \text{Forme générale homogène}\\
&\Rightarrow u_{C,h}(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && u_{C,p}(t) = \lambda\\
&\Rightarrow 0 + \frac{\lambda}{\tau} = \frac{E}{\tau} && \lambda = E\\
&\Leftrightarrow u_{C,p}(t) = E && u_C(t) = u_{C,h}(t) + u_{C,p}(t)\\
&\Rightarrow u_C(t) = E + A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && \text{Par continuité}\\
&\Rightarrow u_C(0) = 0 = E + A &&\\
&\Leftrightarrow A = -E && \text{On combine}\\
&\Rightarrow \boxed{u_C(t) = E\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)} &&
\end{aligned}
$$

Quand $\frac{t}{\tau} \to 0$, on utilise le développement limité :

$$
\begin{aligned}
&u_C(t) \underset{t/\tau\to 0}{\sim} E\left(1 - \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right)\\
&\Rightarrow \boxed{u_C(t) \underset{t/\tau\to 0}{\sim} \frac{Et}{\tau}}
\end{aligned}
$$

Or, une primitive de $\int E\,\mathrm{d}t$ est Et : on obtient bien que dans ce cas, le montage est intégrateur (à τ près).

III/C Circuit RC avec visualisation de $e(t)$ et $u_R(t)$

/1 (6)

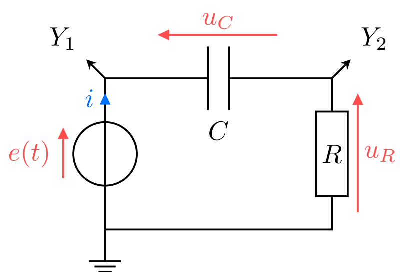

Figure 7.3

/2 (7) Pour obtenir l'équation sur u_R ou $i(t)$, il suffit de **dériver la loi des mailles** :

$$
\begin{aligned}
&u_R + u_C = E && \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\,)\\
&\Rightarrow \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0 && \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C} \text{ et } i = \frac{u_R}{R}\\
&\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{RC} = 0 && \tau = RC\\
&\Leftrightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{\tau} = 0} &&
\end{aligned}
$$

On résout mais en faisant attention à la condition initiale. Pour cela, on étudie la loi des mailles en $t = 0^+$:

$$\begin{aligned} u_R(0^+) + u_C(0^+) &= E \\ \Rightarrow \boxed{u_R(0^+) = E} & \end{aligned} \quad u_C(0^+) = 0 \text{ par continuité}$$

L'ED étant déjà homogène, on aura $u_R(t) = A'\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$, et avec la condition initiale précédemment trouvée on a directement

$$\boxed{u_R(t) = E\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}$$

On peut vérifier la cohérence de cette solution en la réinjectant dans la loi des mailles :

$$\begin{aligned} u_R + u_C &= \cancel{E\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}} + E\left(1 - \cancel{\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}\right) \\ \Leftrightarrow & \boxed{u_R + u_C = E} \end{aligned}$$

ce qui est bien la réponse attendue.

IV Réaliser et valider

IV/A Étude expérimentale du régime transitoire du circuit RC

IV/A) 1 Cas général : charge et décharge du condensateur

/0.5 1 Sur les courbes imprimées, on trouve τ_{exp} avec soit la méthode de la tangente, soit à l'intersection avec $0{,}632E$ pour le RC en charge ou $0{,}368E$ pour le RC en décharge.

/0.5 2 On estime l'incertitude sur τ_{exp} *via* l'incertitude de lecture avec la règle, par exemple. La valeur théorique comprend les incertitudes sur R et C (à vérifier sur les composants en TP). On calcule

$$E_N = \frac{|\tau_{\text{exp}} - \tau_{\text{theo}}|}{\sqrt{u(\tau_{\text{exp}})^2 + u(\tau_{\text{theo}})^2}}$$

et la mesure est cohérente et validée si $E_N \lesssim 2$.

/0.5 3 R et C on la même influence sur le temps de charge, puisque $\tau = RC$: augmenter l'une des deux caractéristiques augmente le temps de charge, coupant la courbe observée ; à l'inverse, baisser l'une des deux réduit le temps de charge et fait se confondre u_C avec $e(t)$.

La fréquence va également influencer le signal. En effet, pour que le circuit ait le temps de charger, il faut que la (demi)-période soit suffisamment grande ($T/2 > 5\tau$). Évidemment, augmenter la fréquence diminue la période et on observe plus de créneaux si on ne change pas le calibre horizontal, mais ce qu'il faut observer (après recalibrage) c'est qu'**augmenter la fréquence empêche la charge totale du RC**. Ça revient à augmenter le temps de charge. Diminuer la fréquence a l'effet inverse.

IV/A) 2 Cas particulier du circuit intégrateur

1) Ne pas modifier le montage précédent, $e(t)$ est toujours une tension créneau. Choisir τ de l'ordre de $5T$ en ajustant la valeur de R et observer $e(t)$ et $u_C(t)$.

/0.5 $\boxed{4}$ Avec τ « trop grand », le signal de sortie est très faible. En effet, on se trouve alors dans la situation du développement limité de la question **??**, soit

$$u_C(t) \underset{\frac{t}{\tau}\to 0}{\sim} \frac{Et}{\tau}$$

En diminuant le calibre vertical, on observe cependant le signal : il s'assimile à des portions de droites, croissantes quand $e(t) = E$ et décroissantes quand $e(t) = 0$: c'est bien une primitive de la fonction, mais divisée par τ.

/0.5 $\boxed{5}$ On doit trouver une pente de $\frac{E}{\tau}$.

2) Conserver les valeurs de τ et T. Changer la tension créneau par une tension sinusoïdale.

/0.5 $\boxed{6}$ $u_C(t)$ ressemble à une fonction sinusoïdale. Le circuit reste intégrateur, puisqu'on observe une différence de phase d'environ $\pi/2$ par rapport à l'entrée $e(t)$.

/0.5 $\boxed{7}$

$$\boxed{u_C(t) = K\sin(2\pi f t) = K\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)}$$

puisque $u_C(0) = 0$.

3) Conserver les valeurs de τ et T. Changer la tension créneau par une dent de scie.

/0.5 $\boxed{8}$ L'intégrale d'une fonction affine est un polynôme du second degré. Si $u_C(t)$ est une primitive de $e(t)$, on doit donc observer des portions de paraboles de forme

$$u_C(t) \propto t^2$$

mais toujours continue (puisque $u_C(t)$ est continue).

Bien qu'elle ressemble à une courbe sinusoïdale, on observe une différence lors du changement de régime qui nous indique qu'on obtient bien des paraboles : $\boxed{\text{le circuit est toujours intérateur}}$.

/0.5 $\boxed{9}$ On s'attend à avoir

$$\boxed{u_C(t) = at^2}$$

pour vérifier $u_C(0) = 0$. On pourait penser avoir un terme linéaire en temps, mais le signal d'entrée semble linéaire et pas affine.

4) Augmenter τ.

/0.5 $\boxed{10}$ Si on augmente **encore** τ, le signal $u_C(t)$ devient trop faible. Le bruit du circuit domine sur la tension, et il devient difficile de bien distinguer sa forme.

IV/A) 3 Tension aux bornes de la résistance u_R

Se placer dans les mêmes conditions que dans la partie III.C, en revenant à une tension créneau pour $e(t)$. Observer à l'oscilloscope $e(t)$ et $u_R(t)$.

/1 $\boxed{11}$ On observe une **discontinuité de la tension** $u_R(t) = Ri(t)$ à chaque changement de la tension d'entrée, avec une croissance ou décroissance exponentiele. Cela correspond bien à l'expression analytique attendue, et au fait que l'intensité dans un circuit RC n'est **pas continue**.

IV/B Étude numérique

IV/B) 2 Test dans un cas analytique

/5 12 Plus le pas est petit (n grand), plus la détermination est fidèle. Avec trop peu de points, l'approximation par une tangente est mauvaise, et on s'écarte du résultat.

L'activité corrigée est disponible à `https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/64ab-2283618`