Correction du TP

I S'approprier

I/A Rappel concernant l'oscillateur mécanique vertical

1

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = 10\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}} \\ m = 0{,}200\,\mathrm{kg} \end{cases}$$
$$\text{A.N.} \;:\; \underline{T_0 = 8{,}9 \times 10^{-1}\,\mathrm{s}}$$

On ne peut pas déterminer T car il dépend de Q qui dépend de λ, non indiqué.

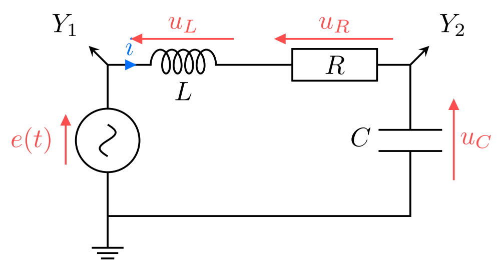
I/B Décrément logarithmique

2

$$u(t+nT) - u_\infty = \mathrm{e}^{-n\frac{\omega_0}{2Q}T} \times \overbrace{\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}\left(A\underbrace{\cos(\Omega(t+nT))}_{=\cos\Omega t} + B\underbrace{\sin(\Omega(t+nT))}_{=\sin\Omega t}\right)}^{=u(t)-u_\infty}$$
$$\Leftrightarrow u(t+nT) - u_\infty = \mathrm{e}^{-n\frac{\omega_0}{2Q}T}\,(u(t) - u_\infty)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{\cancel{u(t) - u_\infty}}{\mathrm{e}^{-n\frac{\omega_0}{2Q}T}\,\cancel{(u(t) - u_\infty)}}\right) = \frac{1}{n}\ln\left(\mathrm{e}^{n\frac{\omega_0}{2Q}T}\right)$$
$$\Leftrightarrow \delta = \frac{\omega_0}{2Q}T \Leftrightarrow \boxed{\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2-1}}}$$

III Analyser : régime pseudo-périodique du RLC série



3

Figure 8.1

4
$$\begin{aligned}
& u_L + u_R + u_C = E \\
\Leftrightarrow\ & L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri + u_C = E \qquad u_L = L\tfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \text{ et } u_R = Ri \\
\Leftrightarrow\ & LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E \qquad i = C\tfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u_C = \frac{E}{LC} \qquad \text{forme canonique} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + {\omega_0}^2u_C = {\omega_0}^2E \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + {\omega_0}^2q = {\omega_0}^2CE \qquad q = Cu_C
\end{aligned}$$

Régime critique pour $Q = 1/2$:

$$Q = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L = 0{,}1\,\mathrm{H} \\ C = 0{,}01\times10^{-6}\,\mathrm{F}\end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{R_c = 6{,}3\times10^3\,\Omega}$$

5 On peut tracer

$$y = ax + b \quad \text{avec } y \to n\delta,\ a \to \frac{\omega_0}{2Q},\ x \to nT,\ b \to 0$$

On a alors

$$\boxed{a = \frac{\delta}{T}}$$

IV Réaliser et valider

IV/A Étude expérimentale du régime pseudo-périodique du RLC

IV/A) 1 Visualisation et mesure de la pseudo-période

1 On mesure

$$T_1 = (0{,}50 \pm 0{,}05)\,\mathrm{s} \quad \text{et} \quad T_4 = (2{,}50 \pm 0{,}05)\,\mathrm{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{\text{exp}} = \frac{T_4 - T_1}{4}} \quad \text{et} \quad u(T_{\text{exp}}) = \frac{u(T_1)\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{T_{\text{exp}} = (0{,}50 \pm 0{,}02)\,\mathrm{s}}$$

Or,

$$\boxed{T_{\text{theo}} = 2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L = 0{,}1\,\mathrm{H} \\ C = 0{,}01\,\mathrm{\mu F}\end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{T_{\text{theo}} = 2{,}0\times10^{-4}\,\mathrm{s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_N = \frac{|T_{\text{exp}} - T_{\text{theo}}|}{T_{\text{theo}}}}$$

$$\text{A.N. : } \underline{E_N = 0{,}3}$$

Ce qui est acceptable.

2 solu

IV/A) 2 Décroissance exponentielle de l'amplitude

3 On obtient $$a_{\text{exp}} = 0{,}314\,\text{rad}{\cdot}\text{s}^{-1} = \frac{\omega_0}{2Q}$$

Ainsi, $$Q_{\text{exp}} = \frac{\pi}{a_{\text{exp}}T} \quad \Rightarrow \quad \underline{Q_{\text{exp}} = 15}$$

Or, $$Q_{\text{theo}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Rightarrow \quad \underline{Q_{\text{theo}} = 0{,}314\,\text{rad}{\cdot}\text{s}^{-1}}$$

Ainsi $$E_N = \frac{|Q_{\text{exp}} - Q_{\text{theo}}|}{Q_{\text{theo}}} = 0{,}3$$

C'est tout à fait acceptable.

IV/B Étude expérimentale d'oscillations mécaniques amorties

IV/B) 4 Exploitation des résultats

4 solu

5 solu

6 solu

V Conclure

Tableau 8.1 – Correspondances

7

Méca	$\longleftrightarrow$	Élec
z	$\longleftrightarrow$	q
v	$\longleftrightarrow$	i
m	$\longleftrightarrow$	L
k	$\longleftrightarrow$	C
$\sqrt{\frac{k}{m}}$	$\longleftrightarrow$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
λ	$\longleftrightarrow$	R
$Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$	$\longleftrightarrow$	$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$