Correction du DS

/24 E1 Circuit de résistances

/5 **1** Des résistances sont en série si elles **partagent une borne** ① qui **n'est pas un nœud** ①. Elles sont en parallèle si elles **partagent leurs deux bornes** ①.

Dans ce circuit, on a R_1 et R_2 en série ①, et R_3 et R_5 en parallèle ①.

/4 **2** On commence par l'association série entre R_1 et R_2, qu'on appelle $R_{\text{eq},1} = 2R$ ①. Celle-ci est en parallèle avec R_4. Ainsi,

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{R_{AB}} &\overset{①}{=} \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{\text{eq},1}} \qquad R_4 = R,\ R_{\text{eq},1} = 2R \\
\Leftrightarrow \frac{1}{R_{AB}} &= \frac{2}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \qquad (\cdot)^{-1} \\
\Leftrightarrow &\boxed{R_{AB} \overset{①}{=} \frac{2R}{3}}
\end{aligned}
$$

① pour un schéma.

/4 **3** R_{BC} est l'assocation en parallèle de R_5 et R_3. D'après ce qui précède, on obtient alors

$$R_{BC} = \frac{R^2}{2R} \Leftrightarrow \boxed{R_{BC} \overset{①}{=} \frac{R}{2}}$$

Enfin, $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}$, soit

$$\boxed{R_{AC} \overset{①}{=} \frac{7}{6}R}$$

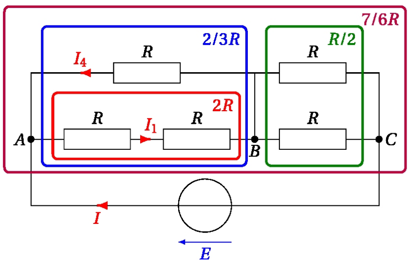

FIGURE 2.1 – ①+①

/6 **4**

Avec un schéma équivalent, on observe que u_{AB} s'obtient par pont diviseur de tension, tel que :

$$u_{AB} \overset{①}{=} \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC}} E \overset{①}{=} \frac{4}{7} E$$

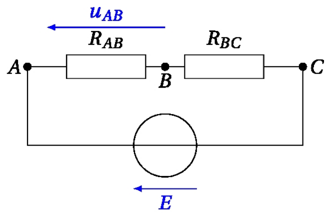

FIGURE 2.2 – ①

Pour u_{CB}, en faisant attention au sens de la flèche, on obtient

$$u_{CB} \overset{①}{=} -\frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}} E \overset{①}{=} -\frac{3}{7} E$$

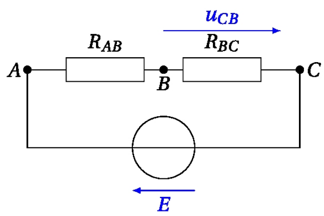

FIGURE 2.3 – ①

/5 **5**

Avec un pont diviseur de courant, on obtient aisément :

$$I_1 \overset{①}{=} \frac{R_{AB}}{2R} I \overset{①}{=} \frac{1}{3} I$$

De même, en faisant attention au signe :

$$I_4 \overset{①}{=} -\frac{R_{AB}}{R} I \overset{①}{=} -\frac{2}{3} I$$

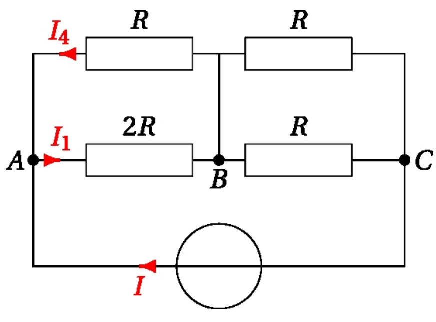

FIGURE 2.4 – ①

/47 P1 Alimentation d'un train

I/A Alimentation par une seule sous-station

/3 [1] Par la loi des mailles et le loi d'Ohm : $\boxed{u \overset{①}{\underset{①}{=}} E - (\rho_r + \rho_c)xi}$

Pour un dipôle à caractère récepteur, la puissance reçue est positive. ①

/2 [2] La puissance reçue par la motrice est $P = ui$ (u et i en convention récepteur).

$$u \overset{①}{=} E - (\rho_r + \rho_c)xP/u \quad \Leftrightarrow \quad u^2 \overset{①}{=} Eu - (\rho_r + \rho_c)xP \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{u^2 - Eu + (\rho_c + \rho_r)xP = 0}$$

/5 [3] Les solutions sont réelles si le discriminant est positif ou nul.

$$\Delta \overset{①}{=} E^2 - 4(\rho_r + \rho_c)xP \overset{①}{\geq} 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_\pm \overset{①}{=} \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2}}$$

Physiquement, quand x augmente, u décroît. Comme Δ diminue quand x augmente (on rappelle que $P > 0$), alors la seule solution physiquement acceptable est $\boxed{u \overset{①}{=} \frac{E + \sqrt{\Delta}}{2}}$.

Comme $0 \leq \Delta \leq E^2$, on en déduit $\boxed{E/2 \leq u \leq E}$. ①

Remarque

Pour $x \to 0$, $\Delta \to E^2$, physiquement u est maximale, donc $u_{max} = E$. La solution $u = (E - \sqrt{\Delta})/2 = 0$ n'est pas physiquement acceptable, car cela impliquerait $i \to +\infty$ pour avoir $P = ui = cste$.

/4 [4] $x_{\max}$ vérifie $\Delta = 0$:

$$\boxed{x_{\max} \overset{①}{=} \frac{E^2}{4(\rho_c + \rho_r)P}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_{\min} \overset{①}{=} E/2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = 1{,}5 \times 10^3\ \mathrm{V} \\ \rho_c = 30\ \mu\Omega\cdot\mathrm{m}^{-1} \\ \rho_r = 20\ \mu\Omega\cdot\mathrm{m}^{-1} \\ P = 1{,}5\ \mathrm{MW} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{x_{\max} \overset{①}{=} 7{,}5\ \mathrm{km}} \quad \text{et} \quad \underline{u_{\min} \overset{①}{=} 7{,}5 \times 10^2\ \mathrm{V}}$$

I/B Transformation Thévenin/Norton

/3 [5]

$$\boxed{u_{th} \overset{①}{=} e_{th} - r_{th} i_{th}}$$

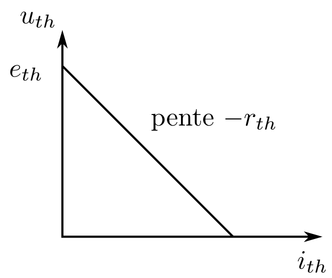

Figure 2.5 – ① + ①

/3 [6]

$$\boxed{u_N \overset{①}{=} r_N \eta - r_N i_N}$$

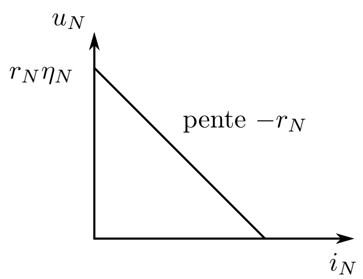

Figure 2.6 – ① + ①

/2 $\boxed{7}$ Il y a équivalence si les caractéristiques des deux dipôles sont les mêmes, donc $\boxed{r_N \overset{1}{=} r_{th} \quad \text{et} \quad \eta \overset{1}{=} e_{th}/r_{th}}$

I/C Alimentation par plusieurs sous-stations

/4 $\boxed{8}$

1) $R_{c1} \overset{1}{=} \rho_c x$ 2) $R_{c2} \overset{1}{=} \rho_c(L-x)$ 3) $R_{r1} \overset{1}{=} \rho_r x$ 4) $R_{r2} \overset{1}{=} \rho_r(L-x)$

/6 $\boxed{9}$

$$\boxed{R_1 \overset{1}{=} R_{c1} + R_{r1} \overset{1}{=} (\rho_c+\rho_r)x} \quad \text{et} \quad \boxed{\eta_1 \overset{1}{=} E/R_1 \overset{1}{=} \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)x}}$$

$$\boxed{R_2 = R_{c2} + R_{r2} \overset{1}{=} (\rho_c+\rho_r)(L-x)} \quad \text{et} \quad \boxed{\eta_2 = E/R_2 \overset{1}{=} \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)(L-x)}}$$

/7 $\boxed{10}$ Par association en parallèle de générateurs de Norton :

$$\eta_3 \overset{1}{=} \eta_1 + \eta_2 = \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\eta_3 \overset{1}{=} \frac{EL}{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}}$$

Par association en parralèle des résistances R_1 et R_2 :

$$\frac{1}{R_3} \overset{1}{=} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_3 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \Leftrightarrow \boxed{R_3 \overset{1}{=} \frac{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}{L}}$$

Transformation Thévenin/Norton : $\boxed{E' \overset{1}{=} R_3\eta_3 \overset{1}{=} E \quad ; \quad R_4 \overset{1}{=} R_3 = \frac{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}{L}}$

/2 $\boxed{11}$ On remplace E par E' et $(\rho_c+\rho_r)x$ par R_4 : $\boxed{u'^2 - Eu' + P(\rho_c+\rho_r)x(1-x/L) \overset{1}{\underset{1}{=}} 0}$

/4 $\boxed{12}$ u' admet des solutions réelles si $\Delta \overset{1}{=} E^2 - 4P(\rho_c+\rho_r)x(L-x)/L \overset{1}{\geq} 0$. On a alors

$$u' \overset{1}{=} \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2} \in [E/2, E]$$

Ainsi u' est minimale quand $\Delta = 0$, soit $\boxed{x^2 - xL + \frac{LE^2}{4P(\rho_c+\rho_r)} \overset{1}{=} 0}$

/2 $\boxed{13}$ On remplace $x_{\max} = L/2$ dans l'équation précédente : $\boxed{L \overset{1}{=} \frac{E^2}{(\rho_c+\rho_r)P}}$ soit $\underline{L \overset{1}{=} 30\,\mathrm{km}}$

/66 P2 Étude d'une lampe de secours rechargeable *(D'après CCINP TSI 2022)*

/10 $\boxed{1}$ Avec une loi des mailles :

$$\begin{aligned} & u_C(t) - Ri(t) \overset{1}{=} 0 && \text{RCT C convention générateur } i = \boxed{-}C\tfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ \Leftrightarrow\ & u_C(t) + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{1}{=} 0 && \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau} \overset{1}{=} 0 && \text{Forme canonique et } \tau \overset{1}{=} RC \end{aligned}$$

On résout en injectant la forme générique $u_C(t) \overset{(1)}{=} K\mathrm{e}^{rt}$:

$$r \cdot \cancel{K\mathrm{e}^{rt}} + \frac{\cancel{K\mathrm{e}^{rt}}}{\tau} = 0$$
$$\Leftrightarrow r \overset{(1)}{=} -\frac{1}{\tau}$$

Donc la forme générale de $u_C(t) \overset{(1)}{=} K\mathrm{e}^{-t/\tau}$. Or, $u_C(0^-) = U_0 = u_C(0^+)$ par continuité de la tension aux bornes de C (1). Cela donne donc $U_0 = K$ (1), et ainsi

$$\boxed{u_C(t) \overset{(1)}{=} U_0\mathrm{e}^{-t/\tau}}$$

/3 2 La décharge d'un condensateur s'accomplit à $t_{99} \approx 5\tau = 5RC$ (1). Ainsi,

$$5\tau = t_{99} \Leftrightarrow RC = \frac{t_{99}}{5} \Leftrightarrow \boxed{R \overset{(1)}{=} \frac{t_{99}}{5C}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} t_{99} = 20\,\text{minutes} = 1200\,\text{s} \\ C = 10\,\text{F} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{R \overset{(1)}{=} 24\,\Omega}$$

/4 3 Avec $R_f \to \infty$ (1), on a un interrupteur ouvert (1), et avec $R_s = 0$ (1) on a un fil (1), ce qui correspond bien à une capacité idéale seule.

/14 4 ◇ Lorsque la DEL est bloquée, on a $i = 0$ (1) et c'est donc un **interrupteur ouvert** (1).

◇ Lorsqu'elle est passante, on a une caractéristique affine, d'équation

$$i \overset{(1)}{=} a u_d + b$$

▷ a est le coefficient directeur :

$$\boxed{a \overset{(1)}{=} \frac{i_{\max} - i_{\min}}{u_{d,\max} - u_{d,\lim}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{\max} = 250\,\text{mA} \\ \phantom{i_{\max}} = 0{,}250\,\text{A} \\ i_{\min} = 0 \\ u_{d,\max} = 2{,}8\,\text{V} \\ u_{d,\lim} = 2{,}3\,\text{V} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{a \overset{(1)}{=} 0{,}50\,\text{S}}$$

▷ b est l'ordonnée à l'origine, que l'on obtient en connaissant les coordonnées d'un point. Ici, pour le point limite de blocage, on a

$$\underbrace{i_{\lim}}_{=0} = a u_{d,\lim} + b \Leftrightarrow \boxed{b \overset{(1)}{=} -a u_{d,\lim}}$$

$$\text{A.N. : } \underline{b \overset{(1)}{=} -1{,}15\,\text{A}}$$

Pour la modéliser en générateur de Thévenin, il faut écrire sa caractéristique sous la forme $u_d = ri + U_S$ (1) ; on l'isole de l'équation précédente puis on détermine a' et b' en fonction des données précédemment trouvées :

$$i = a u_d + b \Leftrightarrow a u_d = i - b \Leftrightarrow \boxed{u_d \overset{(1)}{=} \frac{1}{a} i + \frac{-b}{a}}$$

donc $\boxed{r = \frac{1}{a}}$ et $\boxed{U_s = \frac{-b}{a}}$

$$\text{A.N. : } \underline{r \overset{(1)}{=} 2\,\Omega} \quad \text{et} \quad \underline{U_s \overset{(1)}{=} 2{,}3\,\text{V}}$$

D'où le schéma équivalent Figure 2.7.

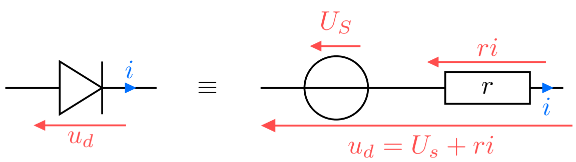

Figure 2.7 – (1)+(1)

/6 5

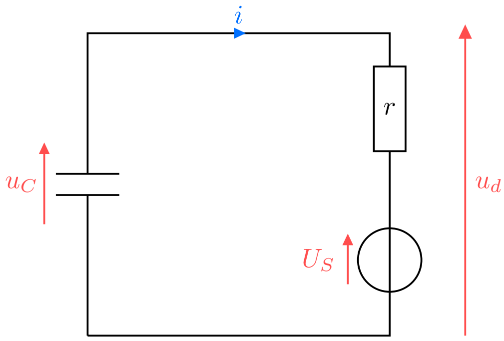

Figure 2.8 – Schéma équivalent (1)+(1)

$$u_C - ri - U_S \overset{(1)}{=} 0$$
$$\Leftrightarrow u_C + rC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{(1)}{=} U_S$$
$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau'} \overset{(1)}{=} \frac{U_S}{\tau'}$$

RCT C conv. géné.

Canonique et $\tau' \overset{(1)}{=} rC$

/8 6

On trouve comme précédemment une solution homogène de la forme $\boxed{u_{C,h}(t) = B\mathrm{e}^{-t/\tau'}}$ ①. La solution particulière constante donne $\boxed{u_{C,p}(t) = U_S}$ ①. D'où la solution générale totale :

$$u_C(t) \overset{①}{=} u_{C,h}(t) + u_{C,p} = B\mathrm{e}^{-t/\tau'} + U_S$$

On a toujours $u_C(0) = U_0$, soit ici

$$U_0 = B + U_S \Leftrightarrow \boxed{B \overset{①}{=} U_0 - U_S}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) \overset{①}{=} U_S + (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau' = rC}$$

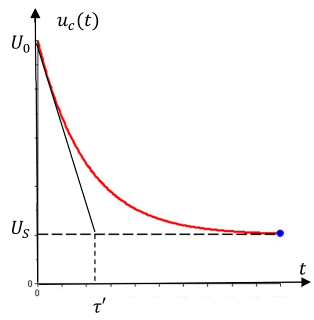

Figure 2.9 – ①+①+①

/5 [7] Avec la RCT de C en convention générateur :

$$i \overset{①}{=} -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow i = -C\left(-\frac{1}{\tau'}\right)(U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i(t) \overset{①}{=} \frac{U_0 - U_S}{r}\mathrm{e}^{-t/\tau'}}$$

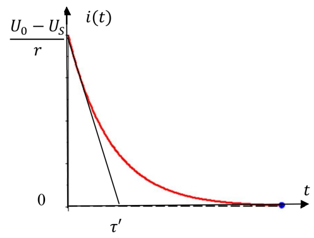

Figure 2.10 – ①+①+①

/6 [8] On remarque que $u_{C,\max} = U_0 = 3{,}3\,\mathrm{V}$ ① et que $i_{\max} = \frac{U_0 - U_S}{r} = 0{,}5\,\mathrm{A}$. ①

Or, d'après le Tableau donné, $i_{\max} = 250\,\mathrm{mA}$ ① et $u_{c,\max} = 2{,}8\,\mathrm{V}$. ①

Ainsi, il faut restreindre la charge initiale du condensateur en **secouant moins longtemps** ① ($\approx 20\,\mathrm{s}$). On peut aussi **ajouter une résistance en série** ① avec la DEL pour diviser la valeur initiale de l'intensité.

/7 [9] D'après l'énoncé, la lampe éclaire tant que $u_d > U_s + 0{,}1\,\mathrm{V}$ ①; or, d'après le schéma de la question [5], $u_d = u_C$ ①. La condition d'éclairage est donc

$$\begin{aligned}
\cancel{U_S} + (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'} &\overset{①}{>} \cancel{U_S} + 0{,}1\,\mathrm{V} \quad T \text{ la limite} \\
\Rightarrow (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-T/\tau'} &= 0{,}1\,\mathrm{V} \\
\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-T/\tau'} &= \frac{0{,}1\,\mathrm{V}}{U_0 - U_S} \quad \ln(\cdot) \\
\Leftrightarrow \frac{-T}{\tau'} &\overset{①}{=} \ln \frac{0{,}1\,\mathrm{V}}{U_0 - U_S} \\
\Leftrightarrow \boxed{T \overset{①}{=} \tau' \ln \frac{U_0 - U_S}{0{,}1\,\mathrm{V}}} &\quad \text{avec} \quad \left\{\begin{aligned} \tau' &= rC \\ r &= 2\,\Omega \\ C &= 10\,\mathrm{F} \\ U_0 - U_S &= 1{,}0\,\mathrm{V} \end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

$$\text{A.N. : } \underline{T \overset{①}{\approx} 46\,\mathrm{s}}$$

On est **très loin des 20 minutes annoncées !** ①

/3 [10] On a

$$\mathcal{E}_C(t) \overset{①}{=} \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{C,i} = \frac{1}{2}C{U_0}^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{C,f} = \frac{1}{2}C{U_f}^2$$

$$\Rightarrow p \overset{①}{=} 100 \times \frac{\mathcal{E}_{C,f}}{\mathcal{E}_{c,i}} \Leftrightarrow \boxed{p \overset{①}{=} 100 \times \frac{{U_f}^2}{{U_0}^2}}$$

/71 P3 Guirlandes électriques

III/A Système de base

/2 [1] L'intensité i_2 est alors nulle ①, donc $\boxed{\mathcal{P}_{2,o} = 0}$. ①

/6 2 Le circuit est équivalent à :

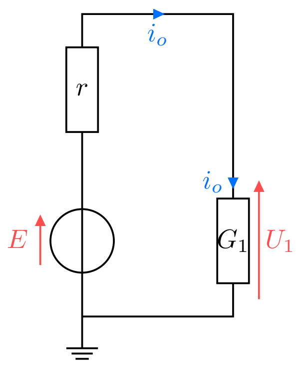

Figure 2.11 – 1

La loi des mailles donne :

$$E \overset{1}{=} i_0(r+R) \Rightarrow \boxed{i_0 \overset{1}{=} \frac{E}{r+R}}$$

Or, d'après la loi d'Ohm, $U_1 = Ri_0$ 1.
D'où la puissance reçue par G_1 :

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,o} \overset{1}{=} i_o U_1 \overset{1}{=} R\left(\frac{E}{r+R}\right)^2}$$

/5 3 Les deux guirlandes sont en dérivation.

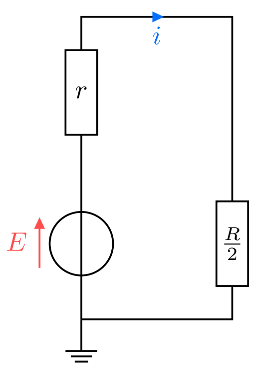

Figure 2.12 – 1

On peut les remplacer par une résistance équivalente :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} \overset{1}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} \overset{1}{=} \frac{R}{2}}$$

La loi des mailles donne :

$$E \overset{1}{=} i_f\left(r + \frac{R}{2}\right) \Rightarrow \boxed{i_f \overset{1}{=} \frac{E}{r+\frac{R}{2}}}$$

/3 4 Pour $i_{k,f}$ découlant de i_f, avec R_{eq} la résistance équivalente en parallèle et R_k la résistance dans la branche, on a

$$i_{k,f} \overset{1}{=} \frac{R_{\text{eq}}}{R_k} i_f \quad \text{soit} \quad i_{k,f} = \frac{R/2}{R} i_f$$

d'où

$$\boxed{i_{1,f} \overset{1}{=} \frac{E}{2r+R} = i_{2,f}}$$

1 pour un schéma.

/2 5 On a simplement

$$\mathcal{P}_{k,f} \overset{1}{=} R i_{k,f}^2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{1,f} \overset{1}{=} \mathcal{P}_{2,f} = R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2}$$

/3 6 On a :

$$\mathcal{P}_{1,o} = R\left(\frac{E}{r+R}\right)^2 \overset{1}{\neq} \mathcal{P}_{1,f} = R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2$$

La guirlande 1 va donc se mettre à clignoter 1, puisque la puissance lumineuse qu'elle émet varie périodiquement. Ce montage ne **satisfait donc pas le cahier des charges**. 1

/3 7 Pour limiter cet effet, il faut que $\boxed{r \ll R}$ 1. Dans ce cas, on peut négliger r devant R, et il vient

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,o} \approx \mathcal{P}_{1,f} \overset{1}{\approx} R\left(\frac{E}{R}\right)^2}$$

Ce n'est pas le cas avec les valeurs données dans l'énoncé. 1

III/B Système amélioré

/2 $\boxed{8}$ En régime stationnaire, la bobine est équivalente à un fil électrique (1). Le montage est donc équivalent à celui de la partie précédente. (1)

/3 $\boxed{9}$ Puisque le montage est équivalent à celui de la partie précédente, on sait que :

$$i_1\left(\frac{T^-}{2}\right) \overset{1}{=} \frac{E}{r+R}$$

Or, le courant traversant une bobine est continu (1), soit

$$i_1\left(\frac{T^-}{2}\right) = i_1\left(\frac{T^+}{2}\right) \overset{1}{=} \frac{E}{r+R}$$

/5 $\boxed{10}$ L'interrupteur étant ouvert, on a :

$$\boxed{i_2\left(\frac{T^-}{2}\right) \overset{1}{=} 0}$$

Une fois l'interrupteur fermé, la loi des mailles à $t = \frac{T}{2}^+$ donne :

$$\begin{aligned}
E &\overset{1}{=} ri + Ri_2\left(\frac{T^+}{2}\right) && \text{$i \overset{1}{=} i_1 + i_2$} \\
\Leftrightarrow E &= r\left(i_1\left(\frac{T^+}{2}\right) + i_2\left(\frac{T^+}{2}\right)\right) + Ri_2\left(\frac{T^+}{2}\right) && \text{On isole} \\
\Leftrightarrow i_2\left(\frac{T^+}{2}\right) &\overset{1}{=} \frac{E - ri_1(\frac{T^+}{2})}{r+R} && \text{On remplace} \\
\Leftrightarrow i_2\left(\frac{T^+}{2}\right) &= \frac{E - r\left(\frac{E}{r+R}\right)}{r+R} && \text{On simplifie} \\
\Leftrightarrow &\boxed{i_2\left(\frac{T^+}{2}\right) \overset{1}{=} E\frac{R}{(r+R)^2}}
\end{aligned}$$

/5 $\boxed{11}$

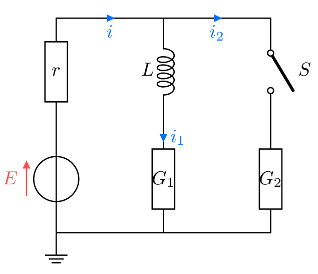

Figure 2.13 – (1)

Loi des mailles :

$$\begin{aligned}
E &\overset{1}{=} r_1 i + u_L + Ri_1 && u_L \overset{1}{=} L\tfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\
\Leftrightarrow L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} &+ (r+R)i_1 = E && \text{Canonique} \\
\Leftrightarrow &\boxed{\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{i_1(t)}{\tau_o} \overset{1}{=} \frac{E}{L}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau_o \overset{1}{=} \frac{L}{r+R}}
\end{aligned}$$

/8 $\boxed{12}$

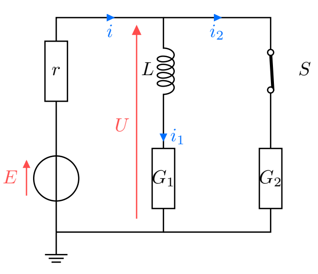

Figure 2.14 – (1)

Loi des mailles et loi des nœuds :

$$\begin{aligned}
E &\overset{1}{=} r_1 i + Ri_1 + L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} && i \overset{1}{=} i_1 + i_2 \\
\Leftrightarrow E &= r(i_1+i_2) + Ri_1 + L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

Or, avec les branches en parallèle,

$$Ri_2 \overset{1}{=} Ri_1 + L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \Rightarrow i_2 \overset{1}{=} i_1 + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

D'où en combinant :

$$
\begin{aligned}
E &\overset{(1)}{=} r\left(i_1 + i_1 + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}\right) + Ri_1 + L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\
\Leftrightarrow E &= i_1(2r+R) + L\left(1+\frac{r}{R}\right)\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\
\Leftrightarrow &\boxed{\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{i_1(t)}{\tau_f} \overset{(1)}{=} \frac{E}{L\left(1+\frac{r}{R}\right)}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau_f \overset{(1)}{=} \frac{L\left(1+\frac{r}{R}\right)}{2r+R}}
\end{aligned}
$$

On simplifie

Canonique

/7 $\boxed{13}$

La solution générale est la somme de la solution homogène et de la solution particulière (1). Or, pour la solution homogène, en injectant $i_{1,h}(t) = A\mathrm{e}^{rt}$ (1) on obtient :

$$
r + \frac{1}{\tau_f} = 0 \Leftrightarrow \boxed{r \overset{(1)}{=} -\frac{1}{\tau_f}} \quad \text{soit} \quad i_{1,h}(t) \overset{(1)}{=} A\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_f}}
$$

De plus, avec $i_{1,p}$ la solution particulière constante, on trouve

$$
\frac{i_{1,p}}{\tau_f} = \frac{E}{L\left(1+\frac{r}{R}\right)} \Leftrightarrow i_{1,p} \overset{(1)}{=} E\frac{\cancel{L\left(1+\frac{r}{R}\right)}}{(2r+R)\cancel{L\left(1+\frac{r}{R}\right)}}
$$

$$
\Leftrightarrow \boxed{i_{1,p} \overset{(1)}{=} \frac{E}{2r+R}}
$$

Ainsi, $$\boxed{i_1(t) \overset{(1)}{=} A\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_f}} + \frac{E}{2r+R}}$$

/6 $\boxed{14}$ On rappelle (question $\boxed{9}$) la valeur de $i_1(T/2)$:

$$
\begin{aligned}
i_1\left(\frac{T}{2}\right) &\overset{(1)}{=} \frac{E}{r+R} \\
\Leftrightarrow A\mathrm{e}^{-T/(2\tau_f)} + \frac{E}{2r+R} &= \frac{E}{r+R} \\
\Leftrightarrow A &\overset{(1)}{=} E\left(\frac{1}{r+R} - \frac{1}{2r+R}\right)\mathrm{e}^{T/(2\tau_f)} \\
\Leftrightarrow A &\overset{(1)}{=} E\left(\frac{\cancel{2}r + \cancel{R} - (\cancel{r} + \cancel{R})}{(r+R)(2r+R)}\right) \\
\Leftrightarrow &\boxed{A \overset{(1)}{=} \frac{Er}{(r+R)(2r+R)}\mathrm{e}^{T/(2\tau_f)}}
\end{aligned}
$$

D'où, dans la forme générale

$$
\begin{aligned}
i_1(t) &\overset{(1)}{=} \frac{Er}{(r+R)(2r+R)}\mathrm{e}^{\left(\frac{T}{2}-t\right)/\tau_f} + \frac{E}{2r+R} \times \underbrace{\frac{r+R}{r+R}}_{=1} \\
\Leftrightarrow i_1(t) &\overset{(1)}{=} \frac{E}{(r+R)(2r+R)}\left(r\mathrm{e}^{\left(\frac{T}{2}-t\right)/\tau_f} + r + R\right)
\end{aligned}
$$

/2 $\boxed{15}$ Il s'agit de la bobine L_a (1), puisque la charge de la bobine a le temps de se faire entièrement. (1)

/5 $\boxed{16}$ Le temps τ_f correspond au temps nécessaire pour réaliser 63% de la décharge de la bobine (1). À partir du point de bascule en $t = 1\,\mathrm{s}$, 63% de la décharge correspond à une intensité de 1,69 A, ce qui s'atteint pour $t_1 = 1{,}033\,\mathrm{s}$; ainsi,

$$
\underline{\tau_f = 33\,\mathrm{ms}} \text{ (1)} \quad \text{et} \quad L_a \overset{(1)}{=} \tau_f \frac{2r+R}{1+\frac{r}{R}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r = 1\,\Omega \\ R = 2\,\Omega \end{cases} \quad \text{A.N. : } \underline{L_a \overset{(1)}{=} 88\,\mathrm{mH}}
$$

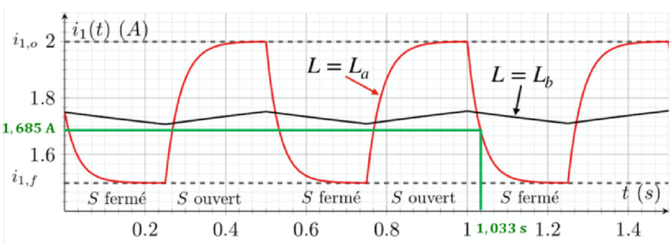

FIGURE 2.15 – (1)

On peut également réaliser une tangente au point de bascule, et trouver l'intersection avec l'asymptote $i_1(t) = i_{1,f}$.

/2 $\boxed{17}$ Le temps caractéristique du régime transitoire avec L_b est très supérieur devant celui avec L_a (1), d'où $\boxed{L_b \gg L_a}$. (1)

/2 $\boxed{18}$ Il s'agit de L_b, (1) car l'intensité $i_1(t)$ ne varie presque pas (1) (et il en va de même pous la tension U).