

Correction du TD d'application



I Quelques ondes

I/A Onde sur une corde

1)

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ f = 50 \text{ Hz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \lambda = \underline{0,20 \text{ m}}$$

I/B Ondes infrasonores des éléphants

2)

$$c = \frac{L}{\Delta t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L = 24,0 \times 10^3 \text{ m} \\ \Delta t = 70,6 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } c = \underline{340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

On retrouve bien la célérité connue ! On avait en effet indiqué dans le cours que la propagation des ondes acoustiques se faisait sans dispersion, donc toutes les longueurs d'ondes vont à la même vitesse.

I/C Ondes à la surface de l'eau

3) a) oui

b) non

c) oui

4) a) non

b) oui

c) oui

d) non

5) La vitesse de phase est définie comme

$$v_{\varphi}(k) = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega}$$

La vitesse de phase dépend de la pulsation ω , ce qui signifie que la vitesse de propagation dans le milieu d'une OPPM de pulsation ω dépend de ω ; le milieu est donc dispersif. D'une manière générale, la relation liant ω et k est appelée **relation de dispersion**; le milieu est alors dispersif si la relation de dispersion n'est pas linéaire, ce qui est bien le cas ici.



II Applications directes du cours

1)

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,77 \text{ m}$$

2) On obtient simplement $s(x,t) = g(t - x/c)$ et $s(x,t) = g(t + x/c)$, le signe étant adapté au sens de propagation.

3) On obtient simplement $s(x,t) = f(x + ct)$. Ça aurait été $f(x - ct)$ pour le sens croissant.

4) Tout d'abord, $s(x,t) = A_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)$

De plus, avec $k = 2\pi/\lambda$, on obtient :

$$s(x_A = \lambda/4, 0) = A_0 \cos(k\lambda/4 + \varphi) = A_0 \cos(\pi/2 + \varphi)$$

Or, la phase est nulle d'après l'énoncé donc $\varphi = -\pi/2$. Finalement,

$$s(x,t) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + ct) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Le déphasage en A par rapport à l'origine est par définition la différence des phases instantanées entre les points A et O soit au final :

$$\Delta\varphi_{A/O} = \left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_A + ct) - \frac{\pi}{2}\right] - \left[\frac{2\pi}{\lambda}(0 + ct) - \frac{\pi}{2}\right] = \frac{2\pi}{\lambda}x_A = \frac{\pi}{2}$$

5) \diamond Pulsation : $\omega = 2,4 \times 10^3 \pi = 7,5 \times 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

\diamond Période : $T = 2\pi/\omega = 8,3 \times 10^{-4} \text{ s}$

\diamond Fréquence : $f = \omega/2\pi = 1,2 \times 10^3 \text{ Hz}$

\diamond Vecteur d'onde : $k = 6,3\pi = 19,8 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$

\diamond Longueur d'onde : $\lambda = 2\pi/k = 0,32 \text{ m}$

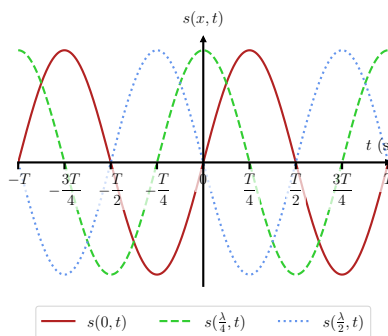
\diamond Nombre d'onde : $\sigma = k/2\pi = 3,15 \text{ m}^{-1}$

\diamond La vitesse de propagation est : $c = \lambda f = 384 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

6) L'onde se propageant avec la célérité c dans le sens négatif de (Ox) , on a :

$$s_2(x,t) = s_2(0, t + x/c) = A \sin(\omega t + kx)$$

On en déduit que $s_2(\lambda/4, t)$ est en quadrature avance sur $s_2(0, t)$ et $s_2(\lambda/2, t)$ est en quadrature avance sur $s_2(\lambda/4, t)$ et en opposition de phase par rapport à $s_2(0, t)$.



7) On obtient :

$$s(x,t) = s(0, t - x/c) = S_0 \exp\left(-\left(\frac{t - x/c}{\tau}\right)^2\right) \cos\left(\frac{2\pi(t - x/c)}{T}\right)$$

8) L'amplitude de l'onde vaut $Y_0 = 0,050 \text{ m}$. On a par ailleurs :

$\diamond \omega = 10\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} = 31 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$\diamond f = \omega/(2\pi) = 5,0 \text{ Hz}$

$\diamond T = 1/f = 0,20 \text{ s}$

$$\diamond k = \pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1} = 3,1 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\diamond \lambda = 2\pi/k = 2,0 \text{ m}$$

L'onde se propage vers les x décroissants d'après son expression. De plus

$$c = \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \quad \text{et} \quad c = \lambda f \quad \text{donc} \quad \boxed{T_s = \mu(\lambda f)^2} \quad \text{soit} \quad \underline{T_s = 10 \text{ N}}$$

Ainsi, λ évolue en $\sqrt{T_s}$, donc si T_s est multiplié par 2 alors λ est multiplié par $\sqrt{2}$.

☆☆ III Distance d'un impact de foudre

- 1) Une onde est un phénomène de propagation d'une perturbation de proche en proche sans déplacement de matière du milieu considéré. Progressive signifie qu'elle se propage dans un unique sens. La variation de la pression de l'air est une grandeur physique qui se propage de proche en proche pour une onde acoustique.
- 2) Le son se propage dans un milieu matériel élastique comme toute onde mécanique. On peut, par exemple, observer des ondes mécaniques :
 - ◇ Le long d'une corde tendue (instrument à cordes type violon/guitare ou à percussion type piano).
 - ◇ À la surface de la croûte terrestre et à l'intérieur des roches : ondes sismiques.
- 3) Les longueurs d'onde du spectre du visible sont telles que $\lambda \in [400 \text{ nm}, 800 \text{ nm}]$. La célérité de la lumière étant très élevée par rapport à celle du son, on peut considérer que l'on observe l'éclair à l'instant t_0 où il est émis (durée de propagation supposée nulle). L'onde acoustique nous arrive en revanche après s'être propagée à la célérité c_{air} . Nous entendons donc le tonnerre avec un certain retard :

$$\Delta t = t_{\text{propagation}} - t_0 = \frac{L}{c_{\text{air}}}$$

L étant la distance qui nous sépare de l'endroit où la foudre est tombée. D'après le texte, $L/\text{km} = (\Delta t/\text{s})/3$; donc $L/\text{m} = 1000 \times \Delta t/3 \text{ s}$; D'où

$$\boxed{c_{\text{air}} = \frac{L}{\Delta t}} \Rightarrow \boxed{c_{\text{air}} \approx 333 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Cette valeur est très proche de celle attendue de $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: l'estimation est fiable.