Correction du TD d'application

I Trombone de Kœnig

1)

$$\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = -k\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = -k(\mathrm{OT}_2 - \mathrm{OT}_1)$$

Or, si on déplace T_2 par rapport à T_1 de d, l'onde passant dans T_2 doit parcourir $2d$ de plus, une fois pour chaque partie rectiligne ; ainsi

$$\boxed{\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = -2kd}$$

2) Cette observation traduit qu'un décalage de 11,5 cm fait passer d'une interférence destructive à celle qui la suit, donc augmente le déphasage de 2π ou la différence de marche de λ. On a donc

$$|\cancel{2}kd| = \cancel{2}\pi \Leftrightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}d = \cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{2df = c} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 11{,}5\times 10^{-2}\,\mathrm{m} \\ f = 1500\,\mathrm{Hz}\end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{c = 345\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

II Interférences de 2 ondes sonores frontales

1) À partir de HP1, repéré par le point H_1, les ondes parcourent la distance $D+x$ pour arriver au micro. À partir de HP2, repéré par le point H_2, elles parcourent la distance $D-x$. Ainsi,

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) &= -k\Delta L_{1/2}(\mathrm{M}) + \underbrace{\Delta\varphi_0(\mathrm{M})}_{=0 \text{ d'après l'énoncé}} \\ &= -k\left(|\mathrm{H}_1\mathrm{M}| - |\mathrm{H}_2\mathrm{M}|\right) \\ &= -k\left(\cancel{D} + x - (\cancel{D} - x)\right) \\ \Leftrightarrow &\boxed{\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = -2kx}\end{aligned}$$

2) Les ondes $p_1(\mathrm{M},t)$ et $p_2(\mathrm{M},t)$ étant de même amplitude P_0, on a que l'onde somme $p(\mathrm{M},t) = p_1(\mathrm{M},t) + p_2(\mathrm{M},t)$ est d'amplitude $P(\mathrm{M})$ telle que, après démonstration (cf. cours),

$$P(\mathrm{M}) = 2P_0\cos\left(\frac{\Delta\varphi(\mathrm{M})}{2}\right) \Leftrightarrow \boxed{P = 2P_0\cos(-kx)}$$

3) On a interférences constructives si l'amplitude est maximale, ici pour $\cos(-kx_n) = \pm 1 \Leftrightarrow -kx_n = n\pi$. Or,

$$-kx_n = n\pi \Leftrightarrow -\frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}x_n = n\cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{x_n = n\frac{\lambda}{2}}$$

Les maximums se trouvent aux positions x_n. La distance entre deux maximums est donc

$$\boxed{d = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2}}$$

4) Étant donné que $\lambda = cT = c/f$, on trouve

$$\frac{\lambda}{2} = d \Leftrightarrow \frac{c}{2f} = d \Leftrightarrow \boxed{c = 2df} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 21{,}2 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \\ f = 800\,\mathrm{Hz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{c = 339\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

C'est la valeur usuelle de célérité du son dans l'air à 20 °C.

☆ III Contrôle actif du bruit en conduite

1) Entre l'instant où le signal est détecté par le micro 1 et l'instant où ce signal passe en A, il s'écoule un temps égal à L/c. Pendant ce temps, il faut que le contrôleur calcule et produise le signal qu'il envoie dans le haut-parleur, et que ce signal se propage jusqu'à A, ce qui prend le temps ℓ/c. Ainsi, le temps disponible pour le calcul est

$$\boxed{\frac{L-\ell}{c}}$$

2) La phase du signal de bruit arrivant en A est

$$\varphi_{\text{bruit}} = \varphi_1 - kL$$

La phase du signal de correction arrivant en A est

$$\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{HP}} - k\ell$$

Pour avoir interférences destructives, il faut que $\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{bruit}} + \pi$, c'est-à-dire

$$\boxed{\Delta\varphi_{c/b}(\mathrm{A}) = \varphi_{\text{HP}} - \varphi_1 = \frac{\omega}{c}(\ell - L) + \pi}$$

3) Le micro 1 capte un signal qui est la superposition du bruit et du signal émis par le haut-parleur se propageant à partir de A vers l'amont. Le micro 2 donne un contrôle du résultat et permet la détermination du meilleur signal de correction.

☆ IV Interférences et écoute musicale

1) Chaque onde parcourt la distance enceinte – auditaire directement, mais l'onde réfléchie parcourt en plus $2D$ entre l'auditaire et le mur. Ainsi, la célérité étant notée c, on a

$$\tau = \frac{2D}{c}$$

La source étant similaire pour les deux ondes, la phase à l'origine des temps est la même ; de plus il est indiqué que la réflexion sur le mur n'implique pas de déphasage supplémentaire, donc le déphasage n'est dû qu'à la propagation. Ainsi, l'onde réfléchie a un déphasage

$$\Delta\varphi_{r/i}(\mathrm{M}) = \omega\tau = \frac{4\pi f D}{c}$$

2) Il peut y avoir une atténuation de l'amplitude si les deux ondes sont en opposition de phase, et donc que les interférences sont destructives, c'est-à-dire

$$\Delta\varphi_{r/i}(\mathrm{M}) = (2n+1)\pi \Leftrightarrow \frac{4\cancel{\pi} f_n D}{c} = (2n+1)\cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{f_n = (2n+1)\frac{c}{4D}}$$

avec $n \in \mathbb{N}$. Étant donné que le domaine audible s'étant de $[20\ ;\ 20 \times 10^3]$ Hz, il faudrait que la plus petite fréquence d'atténuation, celle avec $n = 0$, soit au-delà de 20 kHz ; autrement dit on cherche

$$f_{\max} < \frac{c}{4D} \Leftrightarrow \boxed{D < \frac{c}{4f_{\max}}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{aligned} c &= 342\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \\ f_{\max} &= 20\,\mathrm{kHz} \end{aligned} \right.$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{D < 4{,}3\,\mathrm{mm}}$$

On est donc sûrx de ne pas avoir d'atténuation dans l'audible si on colle notre oreille au mur... ce qui est réalisable, mais correspond presque à ne pas avoir d'interférences du tout.

3) Quand D augmente, l'onde réfléchie par le mur finit par avoir une amplitude faible devant l'onde directe étant donné qu'une onde sphérique voit son amplitude diminuer avec le rayon : les interférences deviennent de plus en plus négligeables.