

Analyses spectrales de signaux électriques

✂ Capacités exigibles

- Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.
- Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences.

I Objectifs

- ◇ Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- ◇ Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges.

II S'appropriier : analyse spectrale

II/A Décomposition en série de Fourier

Propriété TP15.1 : Décomposition en série de Fourier

Toute fonction périodique peut se décomposer en série de Fourier, c'est-à-dire en une somme de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes. Soit y une fonction périodique de période T et de pulsation $\omega = 2\pi/T$. La décomposition en série de Fourier de y est :

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi)$$

Avec a_n et φ_n respectivement l'amplitude et la phase de l'harmonique de rang n .

Exemple TP15.1 :

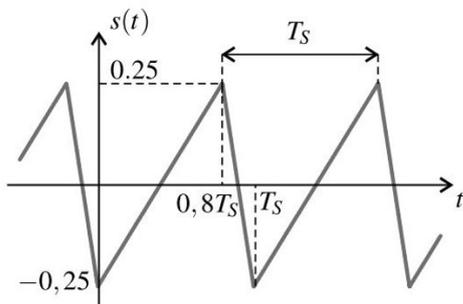


FIGURE TP15.1 – Représentation temporelle d'un signal périodique.

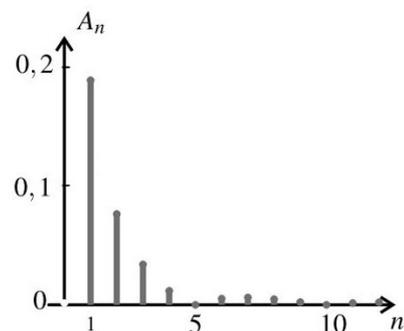


FIGURE TP15.2 – Spectrogramme du même signal périodique.

II/B Vocabulaire

Notation TP15.1 : Vocabulaire

- ◇ Spectre : représentation de l'amplitude de chacune des composantes spectrales d'un signal en fonction de leurs pulsations ou de leurs fréquences.
- ◇ $y_0 = \langle y(t) \rangle$ est la valeur moyenne du signal $y(t)$, c'est-à-dire sa **composante continue** ;
- ◇ $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ est appelé **fondamental** ;
- ◇ $a_i \cos(n\omega t + \varphi_i)$ est l'**harmonique** de rang i .

Remarque TP15.1 :

- 1) Le fondamental est aussi l'harmonique de rang 1.
- 2) Le spectre d'un signal temporel pair ne contient que des harmoniques de rang pair ($n = 2p, p \in \mathbb{N}$)
- 3) Le spectre d'un signal temporel impair ne contient que des harmoniques de rang impair ($n = 2p + 1, p \in \mathbb{N}$)

II/C Durée d'enregistrement et fréquence d'échantillonnage

Propriété TP15.2 : Échantillonnage

Le critère de SHANNON (vu en seconde année) impose que la **fréquence d'échantillonnage** (fréquence de calcul) soit **supérieure à deux fois la fréquence maximale du signal** étudié.

Par ailleurs, le temps d'acquisition total $T_{\text{acq tot}}$ doit être égal à un multiple entier de fois la période du signal étudié : $T_{\text{acq tot}} = nT$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Si ce n'est pas possible, il faut que la durée d'acquisition soit longue, sachant que le pas fréquentiel du spectre vaudra :

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{acq tot}}}$$

III Réaliser et valider

III/A Analyses spectrales de signaux périodiques de différentes formes

III/A) 1 Signal sinusoïdal

Expérience TP15.1 :

Réaliser une acquisition :

- 1) Connecter le générateur basses fréquences (GBF) à l'interface SYSAM entre les voies EA0 et la masse.
- 2) Ouvrir le logiciel Latispro en suivant le chemin : programmes → discipline → physique-chimie → latispro.
- 3) Allumer le GBF, choisir un signal sinusoïdal de fréquence 500 Hz et d'amplitude moyenne

(5 – 10 V par exemple).

4) Pour faire une acquisition : cliquer sur le bouton 

◇ *Pour activer la voie EA0* : Dans le cadre entrées analogiques, cliquer sur les boutons des entrées à activer (EA0 ici!).

◇ *Pour paramétrer l'acquisition* : Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition. On choisira :

▷ Nombre de points : 10 000 ;

▷ Acquisition temporelle ;

① Durée totale d'acquisition $T_{\text{acq,tot}}$ à choisir. Justifier ce choix succinctement.

▷ Fin des réglages, vous êtes prêt-e à faire vos enregistrements.

◇ Lancer l'acquisition en cliquant sur 

Tracer le spectre :

1) Aller dans traitements → calculs spécifiques → analyse de Fourier.

2) Accéder à la liste des courbes grâce à 

3) Glisser la courbe et cliquer sur calcul.

1] Quelle est l'allure du spectre ? Observez-vous des harmoniques ?

2] En cliquant droit sur le graphe, prendre la loupe + pour zoomer, plusieurs fois si nécessaire ou utiliser le calibrage. Relever la fréquence fondamentale grâce à la fonction réticule (toujours en cliquant droit sur le graphe) et la comparer à celle indiquée par le GBF. Commenter l'éventuelle différence.

III/A) 2 Signaux triangulaires et carrés

Expérience TP15.2 :

Changer la forme du signal délivré par le GBF en gardant la même fréquence fondamentale et recommencer le même protocole.

3] Quelle est l'allure de chacun des spectres (signal triangulaire et carré) ? Observez-vous des harmoniques ?

4] Quelle est la particularité de ces deux spectres ? Quelles sont leurs différences ?

III/B Étude du spectre obtenu en sortie du filtre de Rauch

On reprend le filtre de RAUCH de la semaine précédente afin de filtrer le signal carré :

$$\frac{H(j\omega)}{e} = \frac{s}{e} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Avec $Q = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}}$, $H_0 = -1$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}} \frac{1}{RC}$

Notre objectif est d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale triple**.

Expérience TP15.3 : Manipulation amplificateur

- 1) Connecter la borne +15 V du boîtier à la sortie +15 V d'un générateur de tension continue,
- 2) Connecter la borne -15 V du boîtier à la sortie -15 V du générateur
- 3) Connecter le point milieu du boîtier à la masse du générateur.



Attention TP15.1 : Attention

À la fin de la séance, on coupe le signal du GBF avant les alimentations de l'amplificateur opérationnel qui doivent être coupées en dernier.

- 4) Réalisez ensuite le montage en prenant $C = 1 \text{ nF}$ (cavalier prêt à être connecté sur la boîte) et αR avec une boîte de résistances variables.

On réalise le montage en prenant $C = 1 \text{ nF}$ (cavalier prêt à être connecté sur la boîte) et αR est une boîte de résistances variables. Le filtre a été fabriqué avec $R = 100 \text{ k}\Omega$.

On s'intéresse tout d'abord au cas où $\alpha = 1$: On prend donc $\alpha R = 100 \text{ k}\Omega$. On injecte à l'entrée du filtre un signal créneau de fréquence fondamentale f_e .

- 5) Comment choisir f_e *a priori* afin d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale triple** ? Choisir cette fréquence sur le GBF.

Expérience TP15.4 :

Choisir une durée d'enregistrement telle que $T_{\text{acq tot}} = 2T$, ou une durée d'enregistrement très grande pour que l'analyse spectrale soit de bonne qualité. Faire l'analyse spectrale du signal à l'entrée et à la sortie du filtre.

- 6) Qu'observez-vous ? Quelle est l'allure du signal de sortie ?

Expérience TP15.5 :

Refaire le même protocole pour $\alpha = 10^{-2}$: on prend donc $\alpha R = 1000 \Omega$. On rappelle que la fréquence de résonance trouvée la semaine précédente dans ce cas est différente.

- 7) Quelle valeur faut-il alors choisir pour la fréquence fondamentale du créneau ? En déduire la valeur à donner à $T_{\text{acq tot}}$.

IV Conclure

- 8) Comparez les deux spectres de sortie. Interprétez les différences obtenues. Quel filtre permet d'atteindre l'objectif que l'on s'est initialement fixé ?