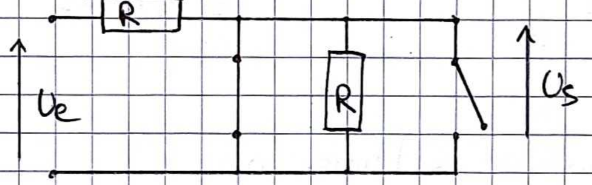
Ronçay
Céline
travaillé
avec Léa
Millérioux

DM n°2 : Physique-Chimie

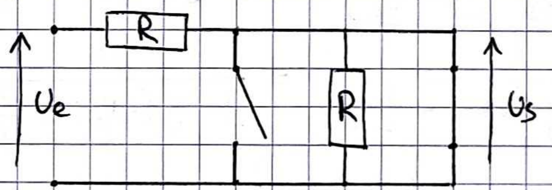
SP

1) En basse fréquence, le premier filtre devient:



La tension Us est aux bornes d'un fil donc $U_s = 0$.

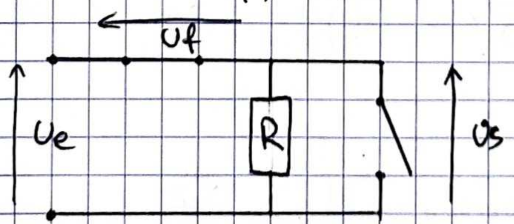
En haute fréquence, le filtre devient:



Ici aussi, Us est aux bornes d'un fil donc $U_s = 0$

Us est nulle en haute et basse fréquence donc le filtre est un passe-bande.

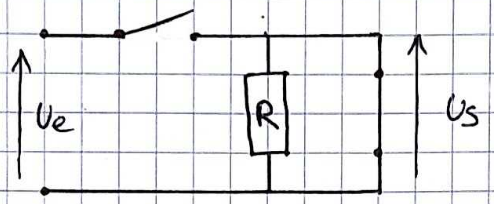
En haute fréquence, le deuxième filtre devient:



$U_f = 0$ donc avec la loi des mailles, $U_e = U_s$

Copie 1/2

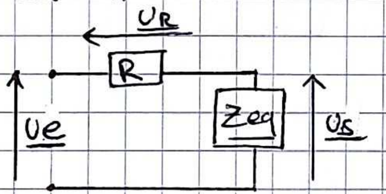
En basse fréquence, le filtre devient :



Us est aux bornes d'un fil donc $\underline{Us = 0}$.

Us est nulle en basse fréquence et non-nulle en haute fréquence donc le filtre est un $\boxed{\text{passe-haut}}$.

2) On étudie le premier filtre qui correspond au premier diagramme car c'est un passe-bande.
Si on passe le filtre en complexes, il est équivalent au filtre suivant :



Avec $\underline{Z_{eq}} = \dfrac{1}{\frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_R}} + \frac{1}{\underline{Z_L}}}$

Avec un pont diviseur de tension, on a :

$\underline{Us} = \dfrac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} \times \underline{Ue} \iff \underline{H} = \dfrac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} = \dfrac{1}{1 + \frac{R}{\underline{Z_{eq}}}}$

Donc $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + R\left(\frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_R}} + \frac{1}{\underline{Z_L}}\right)} = \dfrac{1}{1 + jCR\omega + 1 + \frac{R}{jL\omega}}$

$= \dfrac{1}{2 + j\left(CR\omega - \frac{R}{L\omega}\right)} = \dfrac{1/2}{1 + j\left(\frac{CR\omega}{2} - \frac{R}{2L\omega}\right)}$

On identifie $\dfrac{Q}{\omega_0} = \dfrac{CR}{2}$ et $Q\omega_0 = \dfrac{R}{2L}$

donc $Q^2 = \dfrac{CR^2}{4L} \iff Q = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

et $\omega_0^2 = \dfrac{R}{2L} \times \dfrac{2}{CR} = \dfrac{1}{LC} \iff \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Donc $\underline{H} = \dfrac{1/2}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

Ainsi, $\boxed{G_0 = \frac{1}{2}}$

En basse fréquence, on a : $\underline{H} \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{jx}{2Q}$

et $G_{dB}(x) \sim 20\log(x) - 20\log(2Q)$

En haute fréquence, on a : $\underline{H} \underset{x \to +\infty}{\sim} \frac{-j}{2Qx}$

et $G_{dB}(x) \sim -20\log(x) - 20\log(2Q)$

À l'intersection des deux asymptotes, on a :

$$20\log(x) - 20\log(2Q) = -20\log(x) - 20\log(2Q)$$

$$\Leftrightarrow 40\log(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \Leftrightarrow \omega = \omega_0$$

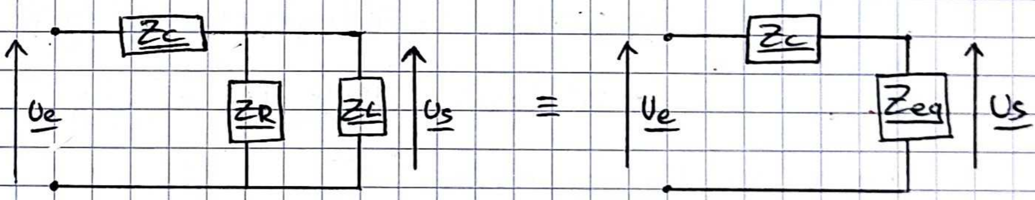
Or sur le diagramme, l'intersection se fait en $\omega = 10^4$ rad/s
donc $\boxed{\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}}$.

L'asymptote en basses fréquences est égale à $-20\text{ dB} = -20\log(10)$
en $\omega = \omega_0$.

On a donc : $20\log\left(\frac{1}{2Q}\right) = -20\log(10)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2Q} = 10^{-1} \qquad \Leftrightarrow \boxed{Q = 5}$$

On étudie ensuite le deuxième filtre qui correspond au deuxième diagramme car c'est un passe-haut. Si on passe le filtre en complexes, il est équivalent au filtre suivant :



Avec $\underline{Z_{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z_R}} + \frac{1}{\underline{Z_L}}}$

Avec un pont diviseur de tension :

$$\underline{U_s} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_{eq}}} \times \underline{U_e} \qquad \Leftrightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_{eq}}}}$$

donc $\underline{H} = \frac{1}{1 + \underline{Z_C}\left(\frac{1}{\underline{Z_R}} + \frac{1}{\underline{Z_L}}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{jRC\omega} + \frac{1}{-\omega^2 LC}}$

On identifie : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

donc $\underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - j\frac{1}{RC\omega}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2} - j\frac{1}{RC\omega}}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1-x^2+j\frac{x^2}{RC\omega}} = \frac{-x^2}{1-x^2+j\frac{x}{\omega_0 RC}}$$

On identifie $\frac{1}{Q} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\sqrt{LC}}{RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

$\Leftrightarrow Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ainsi, $\underline{H} = \frac{-x^2}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$ Avec $\boxed{G_0 = 1}$

En basse fréquence, on a: $\underline{H} \underset{x \to 0}{\sim} -x^2$

Donc $G_{dB}(x) \sim 40 \log(x)$

En haute fréquence, on a: $\underline{H} \underset{x \to +\infty}{\sim} \frac{-x^2}{-x^2} = 1$

donc $G_{dB}(x) \sim 0$

À l'intersection des deux asymptotes, on a:

$40\log(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \Leftrightarrow \omega = \omega_0$

Or à l'intersection, $\omega = 4 \times 10^2$ rad/s
donc $\boxed{\omega_0 = 4 \times 10^2 \text{ rad/s}}$

On a $G_{dB}(x) = 20\log(|\underline{H}(x)|)$

$$= 40\log(x) - 20\log\left(\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}\right)$$

$$= 40\log(x) - 10\log\left((1-x)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2\right)$$

Pour $x = 1$, on a:

$G_{dB}(1) = 0 - 10\log\left(0 + \frac{1}{Q^2}\right) = -10\log\left(\frac{1}{Q^2}\right) = 20\log(Q)$

Or sur le diagramme, $G_{dB}(1) = 20\log(10)$

Donc $\boxed{Q = 10}$

3) Par le théorème de Fourier, le signal d'entrée e(t) s'exprime:

$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$. Avec E_0 la moyenne de e(t).

Comme e(t) est un signal créneau, on ne somme que les composantes pour n impair et

$E_{2n+1} = \frac{E}{2n+1}$ Avec E, l'amplitude du signal créneau.

On a aussi $\varphi_n = \varphi_1 + 2p\pi$ car les signaux doivent être en phase pour former un créneau. On considère donc que

Ronçay
Céline

Suite DM n°2 : Physique - Chimie : Copie 2

Le signal s'écrit : $e(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^{\infty} E_n \cos(n\omega t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_{2n+1} \cos((2n+1)\omega t)$

Donc $e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E}{2n+1} \cos((2n+1)\omega t)$ Avec E, l'amplitude du signal e(t).

FAN-TAS-TIQUE

On utilise l'expression de $|\underline{H}|$ pour calculer les différentes composantes du signal de sortie s(t) :

$H(\omega) = \frac{1/2}{\sqrt{1 + 25\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$ Avec $\omega_0 = 10^4$ rad/s et $\omega = 2 \times 10^3$ rad/s

$e_1(t) = E\cos(\omega t)$ donc $s_1(t) = \frac{E}{50}\cos(\omega t)$ avec $H(\omega) \approx 0{,}02$

$e_3(t) = \frac{E}{3}\cos(3\omega t)$ donc $s_3(t) = \frac{E}{11}\cos(3\omega t)$ avec $H(3\omega) \approx 0{,}09$

$e_5(t) = \frac{E}{5}\cos(5\omega t)$ donc $s_5(t) = \frac{E}{10}\cos(5\omega t)$ avec $H(5\omega) = 0{,}50$

$e_7(t) = \frac{E}{7}\cos(7\omega t)$ donc $s_7(t) = \frac{E}{33}\cos(7\omega t)$ avec $H(7\omega) \approx 0{,}03$

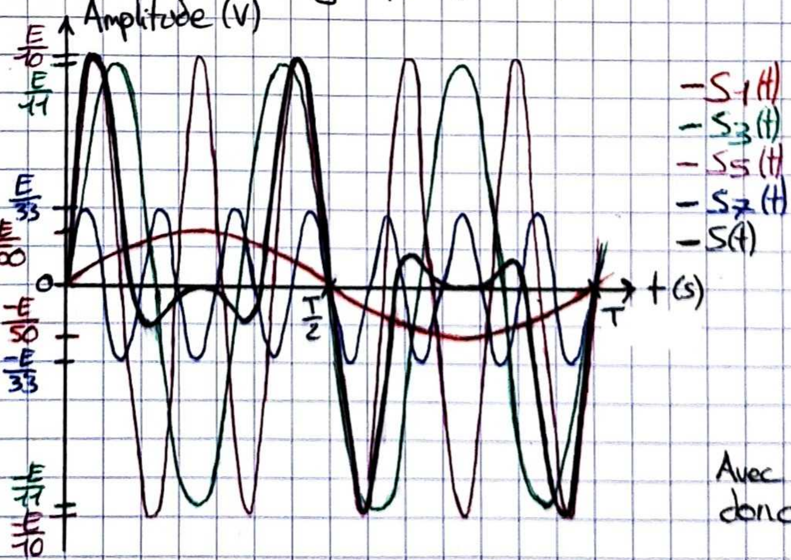
$e_9(t) = \frac{E}{9}\cos(9\omega t)$ donc $s_9(t) = \frac{E}{100}\cos(9\omega t)$ avec $H(9\omega) \approx 0{,}01$

On peut négliger $e_9(t)$ devant $e_5(t)$, et il en est de même pour les composantes suivantes qui participent de moins en moins à la somme totale.

Ainsi, $s(t) = s_1(t) + s_3(t) + s_5(t) + s_7(t)$

$\Leftrightarrow s(t) = \frac{E}{50}\cos(\omega t) + \frac{E}{11}\cos(3\omega t) + \frac{E}{10}\cos(5\omega t) + \frac{E}{100}\cos(9\omega t)$

On a donc le graphique ci-dessous :



Avec $T = \frac{2\pi}{\omega}$; $\omega = 2 \times 10^3$ rad/s
donc $T \approx 3 \times 10^{-3}$ s

4) De la même manière que précédement, on obtient :

$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E}{2n+1} \cos((2n+1)\omega t)$ avec E l'amplitude du signal créneau.

Et $H(\omega) = \dfrac{1/2}{\sqrt{1 + 25\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$ Avec $\omega_0 = 10^4$ rad/s et $\omega = 2 \times 10^4$ rad/s.

On calcule les différentes composantes :

$e_1(t) = E\cos(\omega t)$ donc $S_1(t) = \frac{E}{16}\cos(\omega t)$ avec $H(\omega) \approx 0{,}06$

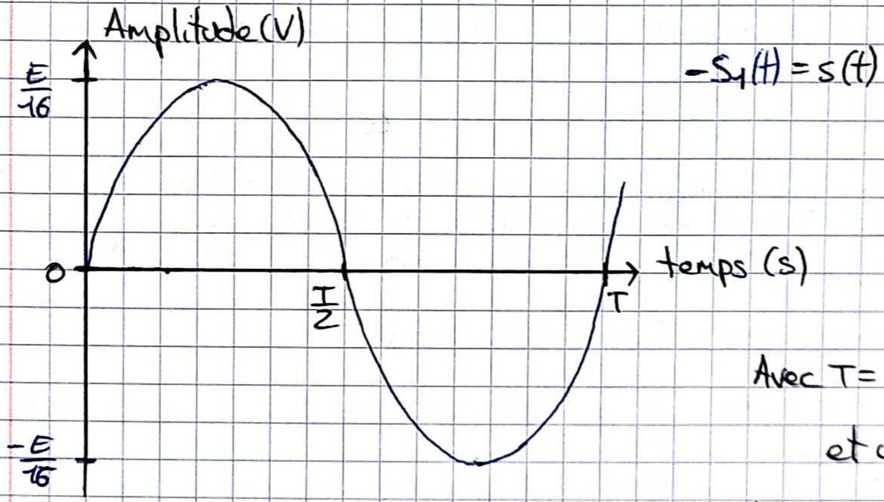
$e_3(t) = \frac{E}{3}\cos(3\omega t)$ donc $S_3(t) = \frac{E}{177}\cos(3\omega t)$ avec $H(3\omega) \approx 0{,}017$

$e_5(t) = \frac{E}{5}\cos(5\omega t)$ donc $S_5(t) = \frac{E}{500}\cos(5\omega t)$ avec $H(5\omega) \approx 0{,}010$

$e_3(t)$ et $e_5(t)$ sont négligeables devant $e_1(t)$ et il en est de même pour les composantes suivantes.

Ainsi, $s(t) = S_1(t) = \frac{E}{16}\cos(\omega t)$

On obtient donc le graphe suivant :



Avec $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et $\omega = 2 \times 10^4$ rad/s

donc $T = 3{,}14 \times 10^{-4}$ s