TRACÉ DES DIAGRAMMES DE BODE FONDAMENTAUX

- PROPORTIONNEL
- INTEGRATEUR
- DERIVATEUR
- 1ER ORDRE
- 2EME ORDRE
- Un exemple

A CONNAITRE par cœur :

20.Log 2 = 6,0 dB

20.Log 3 = 9,5 dB

On peut déduire, par exemple :

20 log **6** = 20 log **2** + 20 log **3**

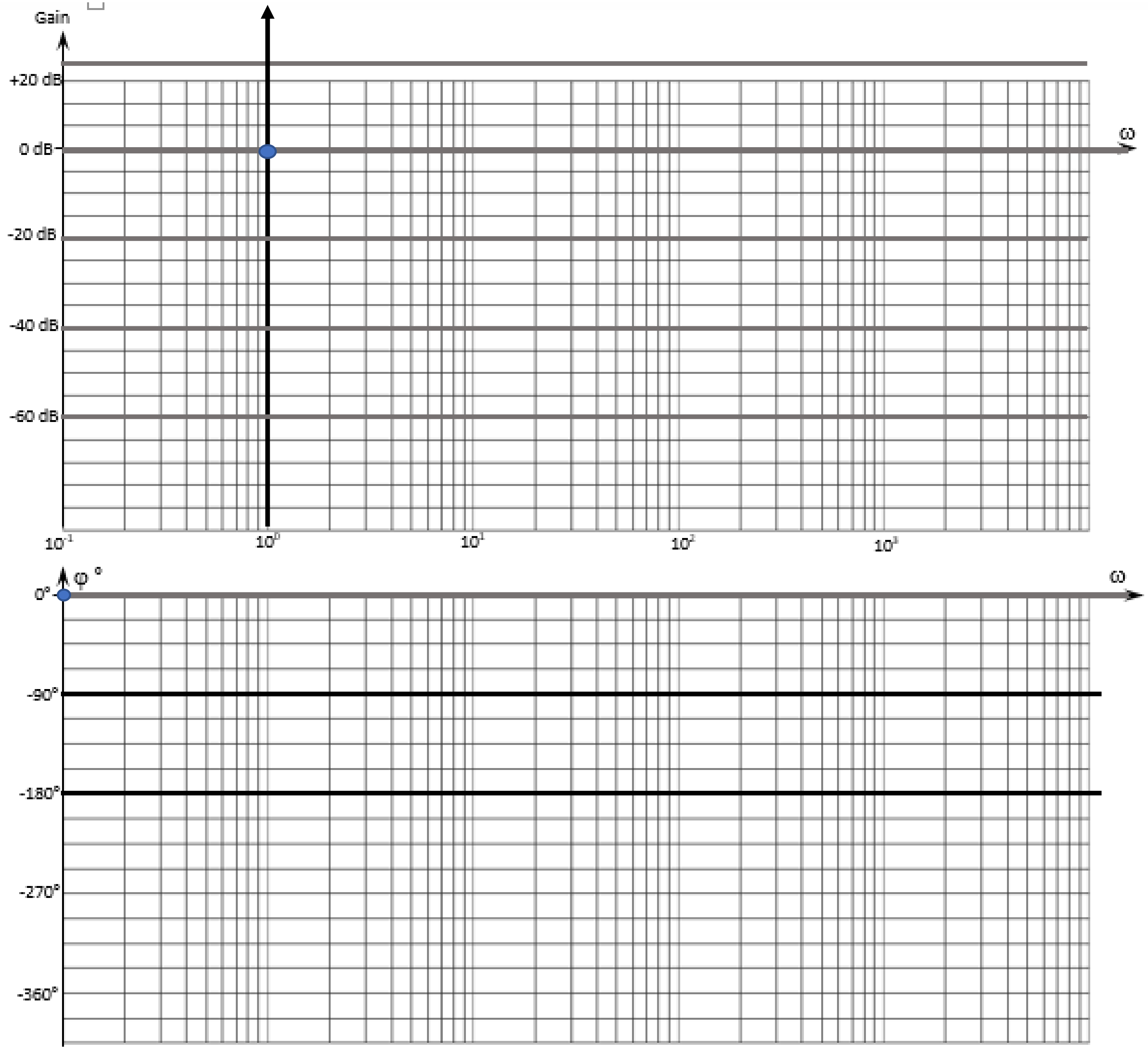
20 log **5** = 20 log (10/2) = 20 log **10** - 20 log **2**

20 log **7** $\approx$ 20 log (**20**/**3**) …

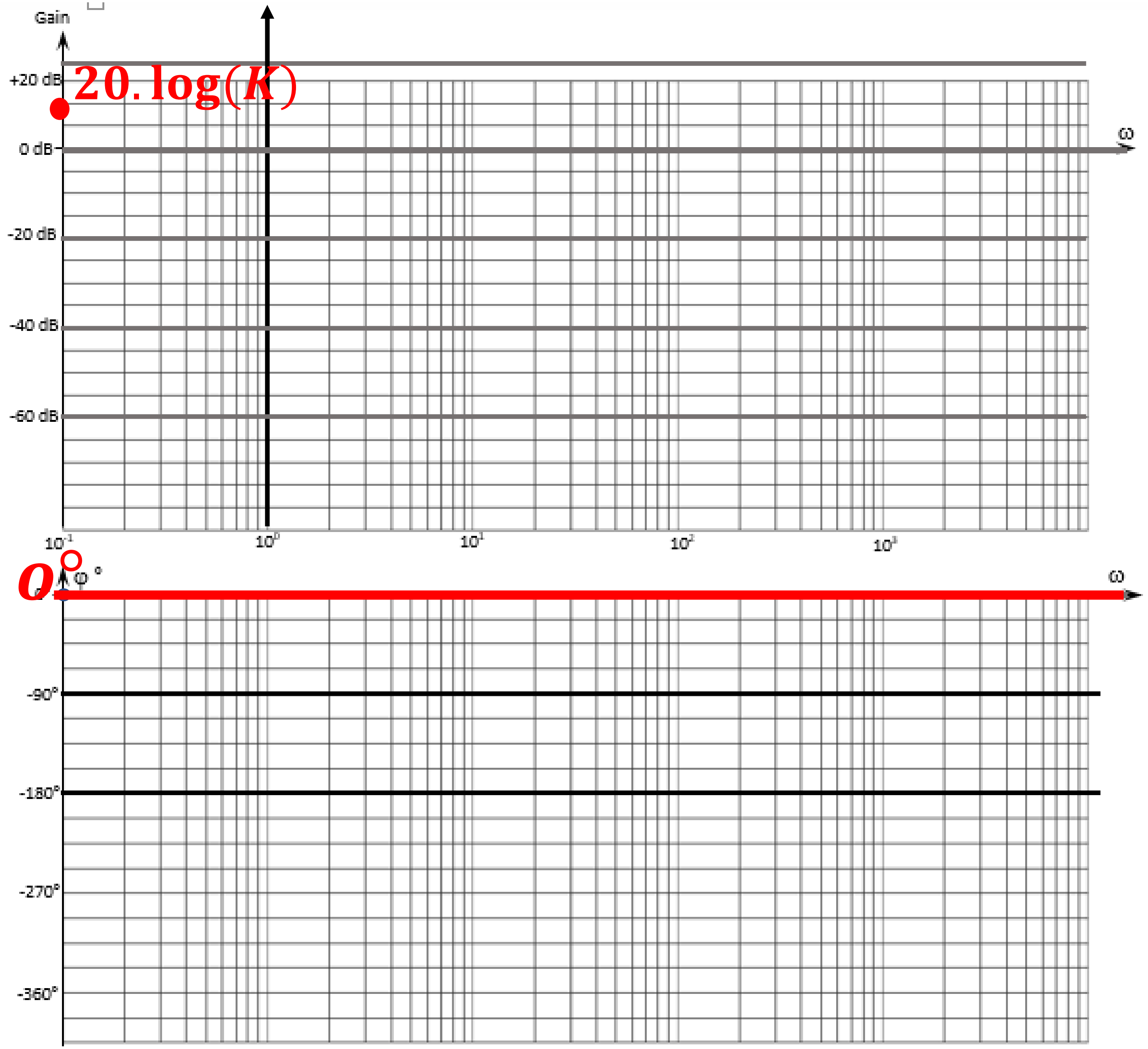
20 log **8** = 20 log($\mathbf{2}^3$)…

Fonction de transfert : « gain pur »

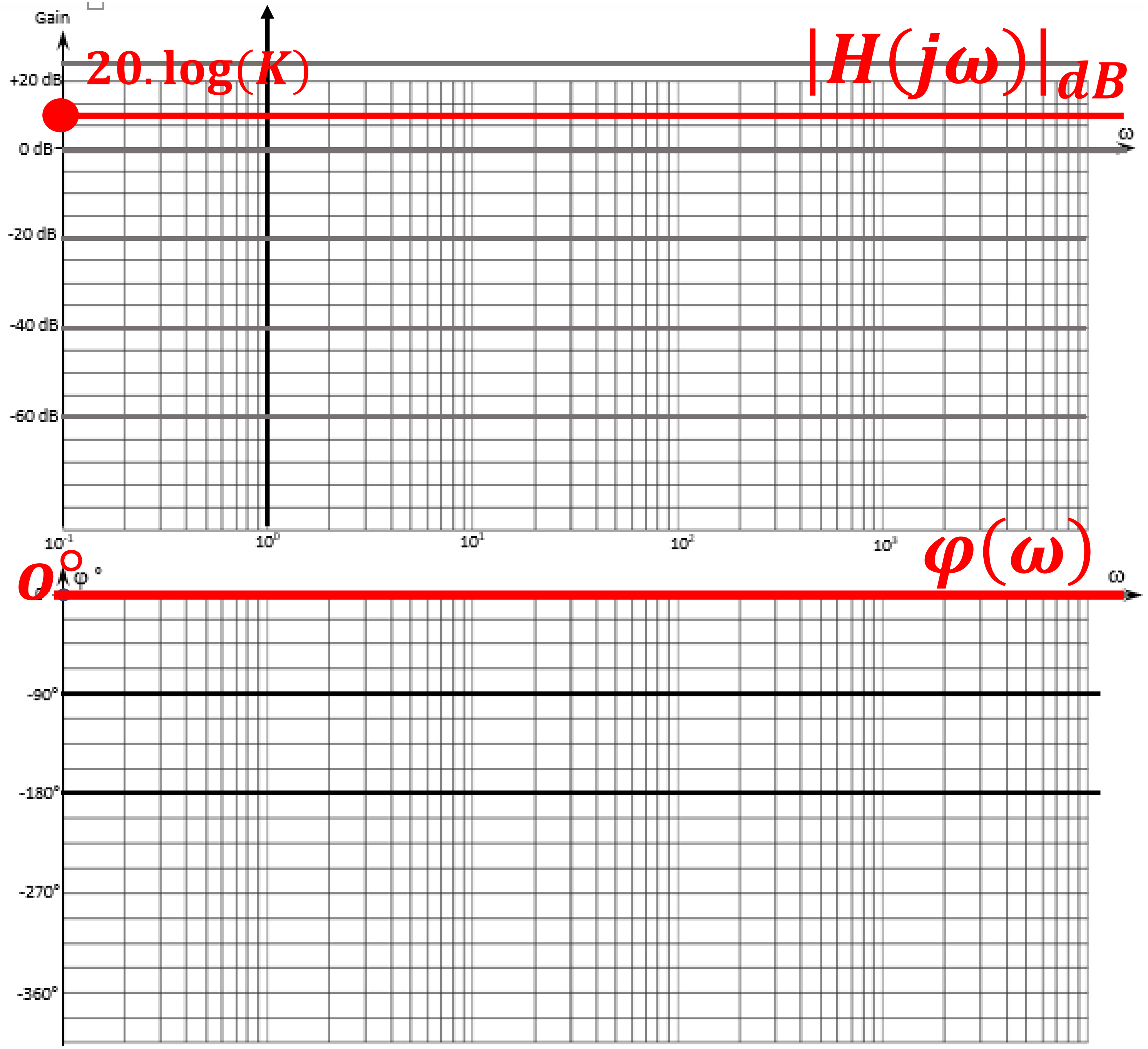
$$\boldsymbol{H(p) = K}$$


Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
ω
10⁻¹
10⁰
10¹
10²
10³
φ °
0°
ω
-90°
-180°
-270°
-360°

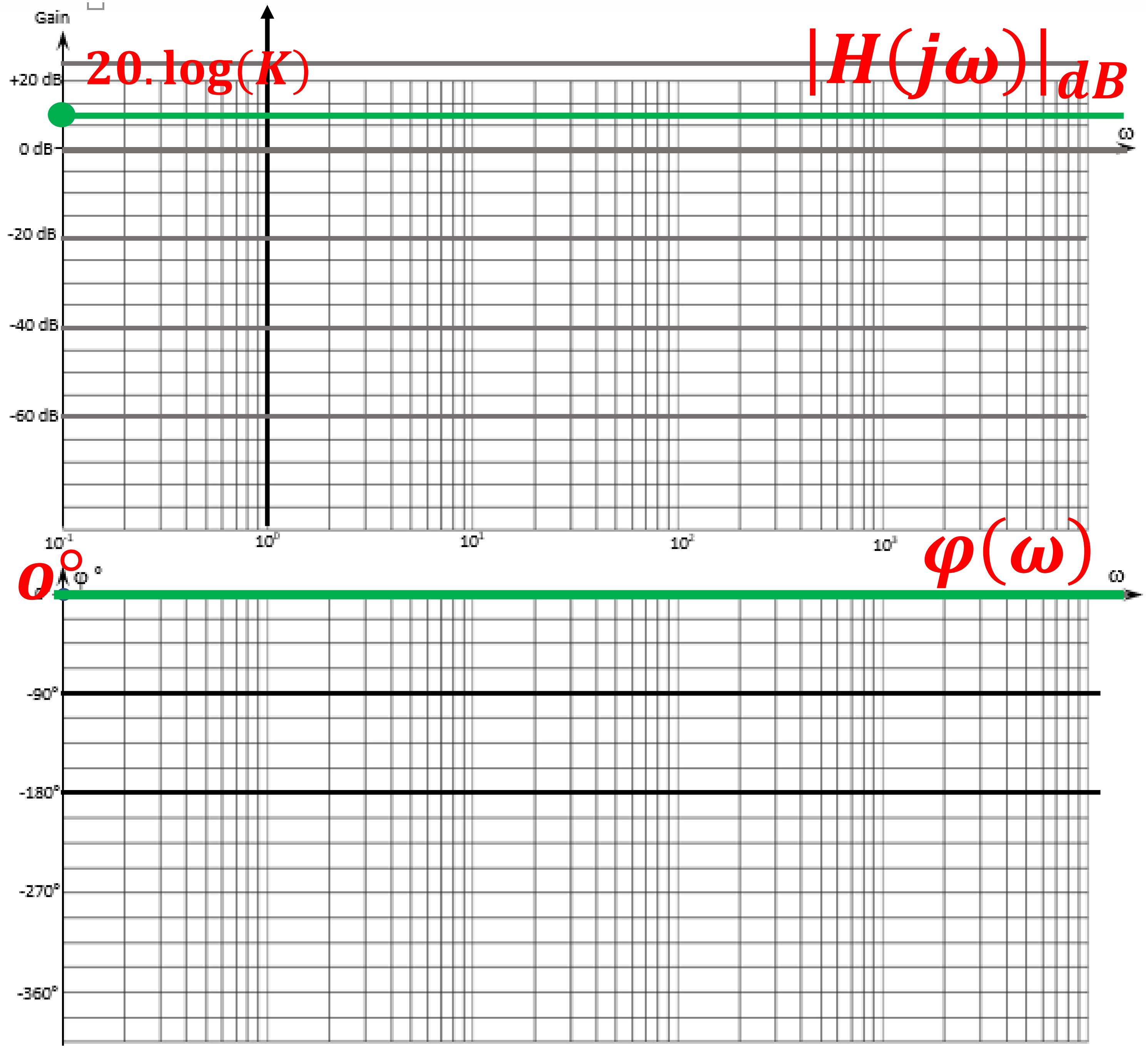
$$H(p) = K$$


Gain
+20 dB
20.log(K)
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
ω
10-1
100
101
102
103
0°
φ °
ω
-90°
-180°
-270°
-360°

$$H(p) = K$$


Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
20.log(K)
|H(jω)|dB
ω
10-1
100
101
102
103
φ(ω)
0°
φ °
ω
-90°
-180°
-270°
-360°

$$H(p) = K$$

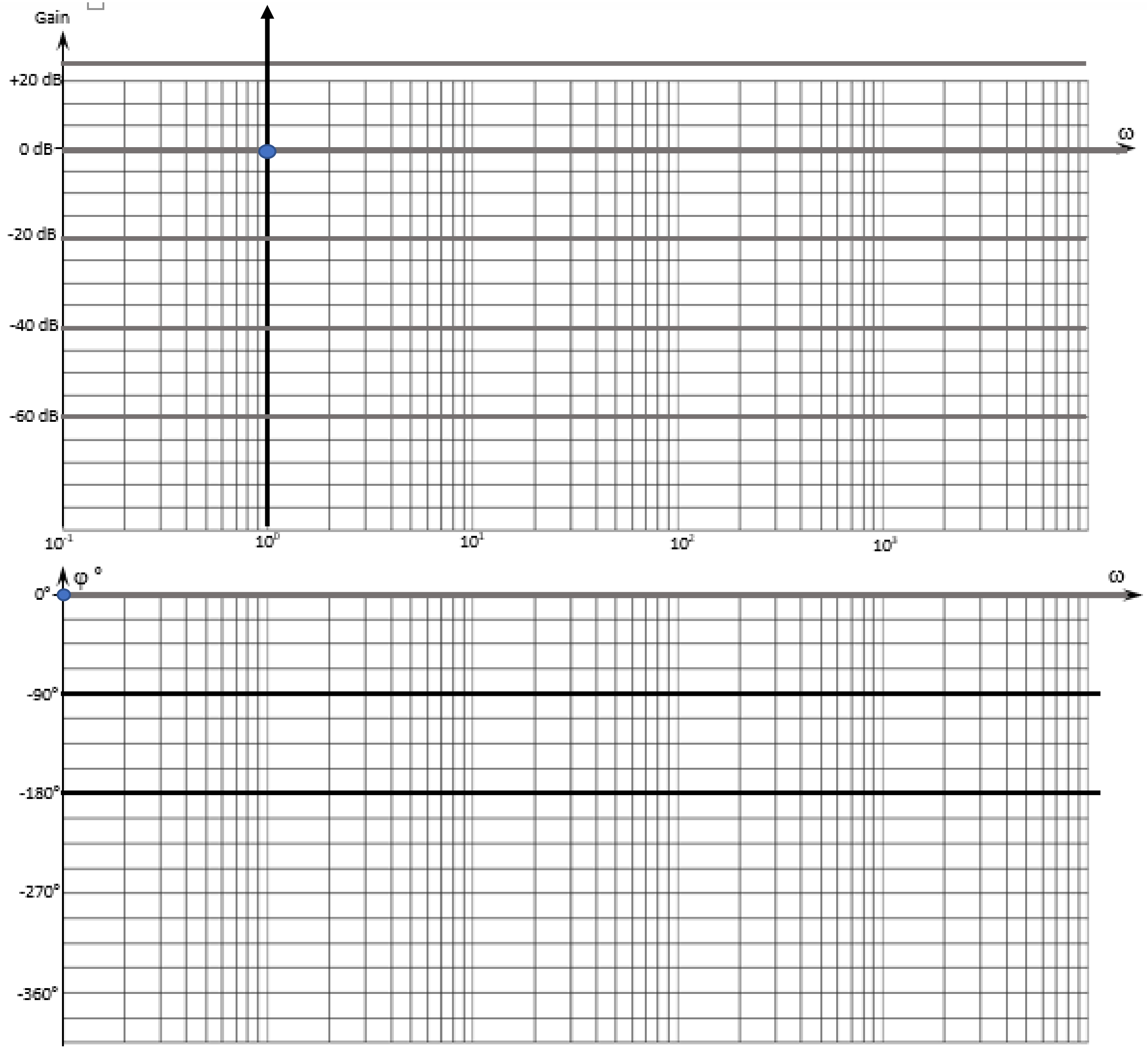


Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
20.log(K)
|H(jω)|dB
ω
10-1
100
101
102
103
φ(ω)
0°
φ °
ω
-90°
-180°
-270°
-360°

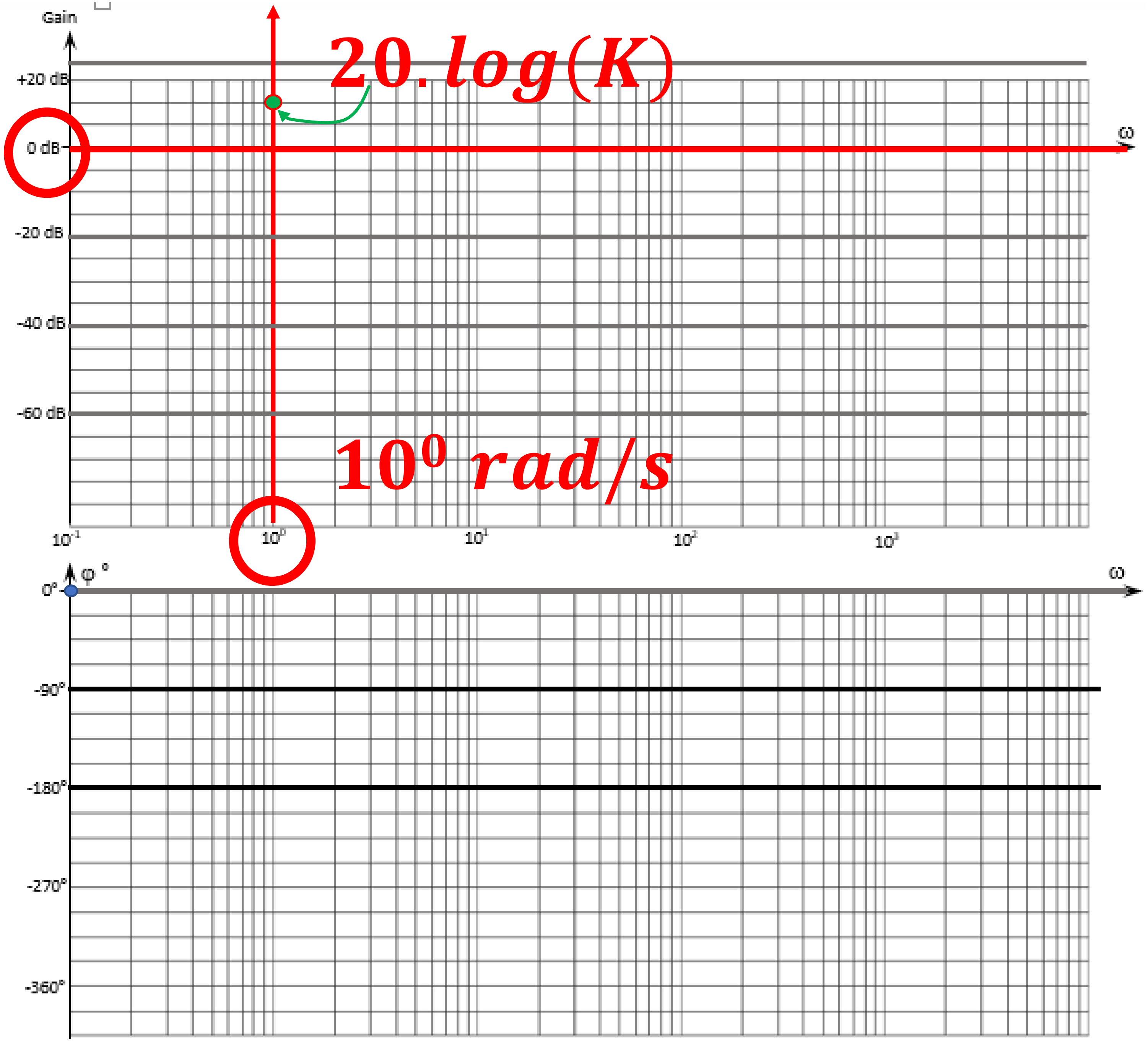
$$H(p) = K$$

FONCTION DE TRANSFERT : intégrateur

$$\boldsymbol{H(p) = \frac{K}{p}}$$

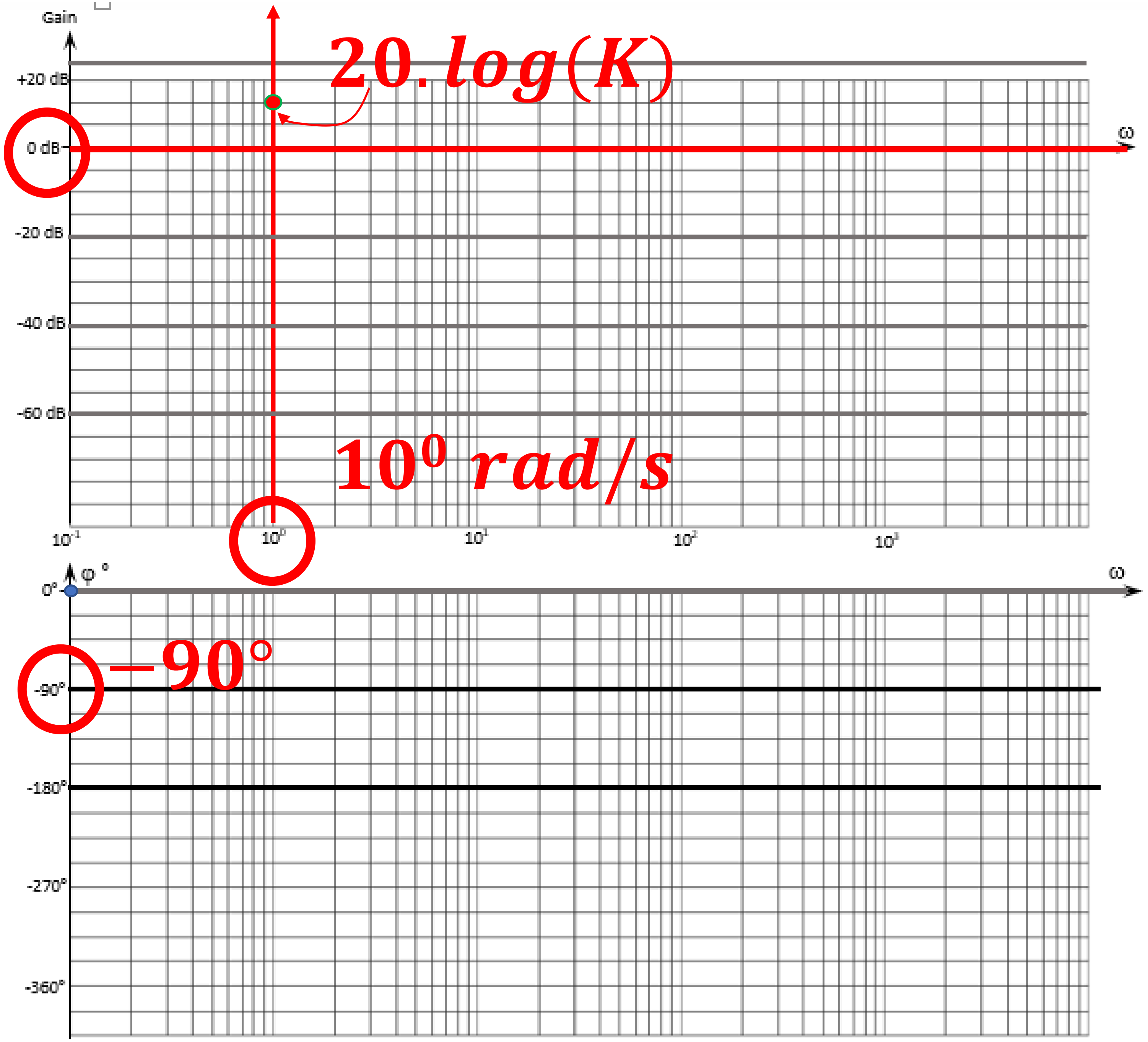

Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
ω
10⁻¹
10⁰
10¹
10²
10³
φ °
0°
ω
-90°
-180°
-270°
-360°

$$H(p) = \frac{K}{p}$$

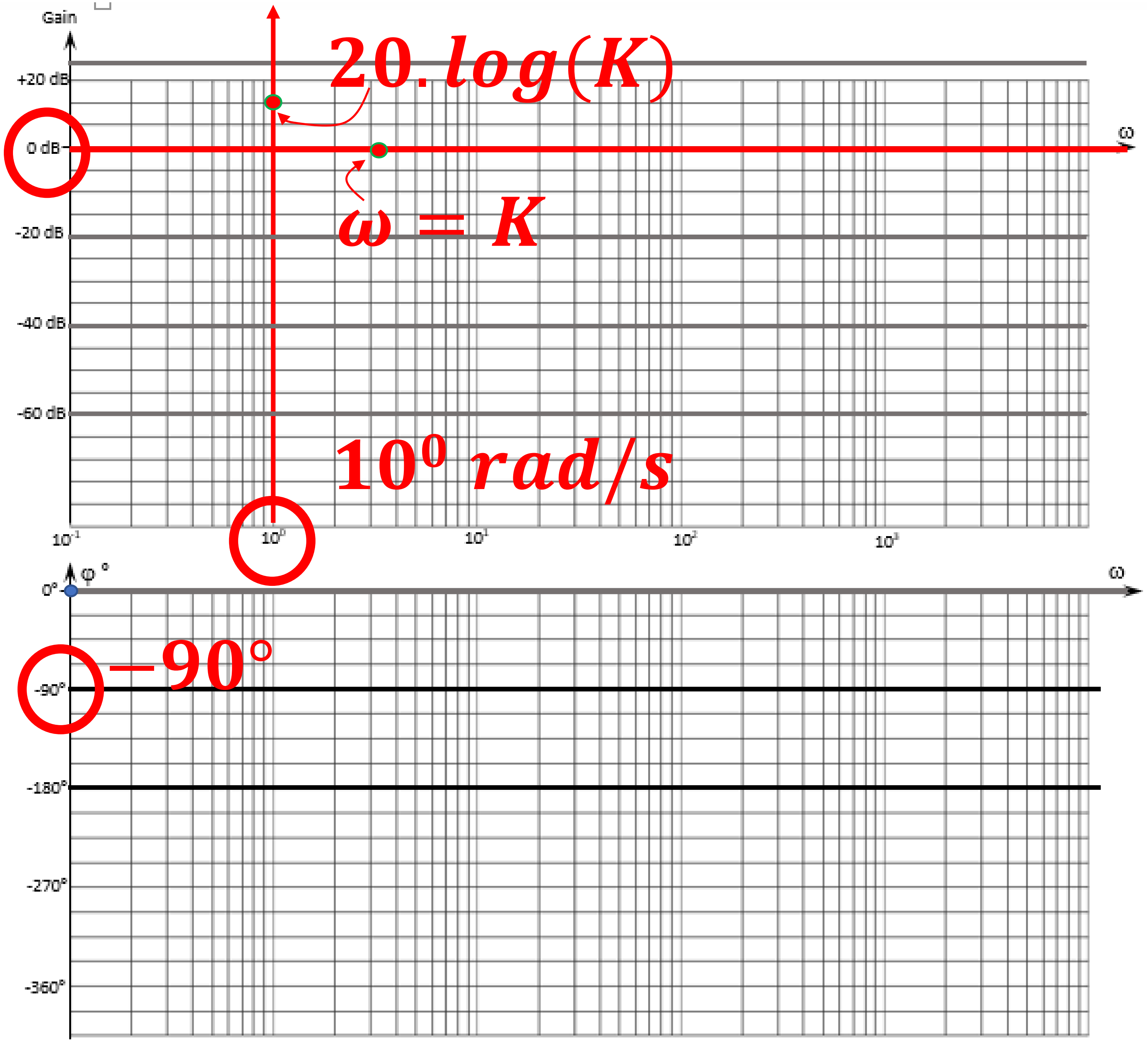


Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
20.log(K)
10⁰ rad/s
10⁻¹
10⁰
10¹
10²
10³
ω
φ °
0°
-90°
-180°
-270°
-360°
ω

$$H(p) = \frac{K}{p}$$

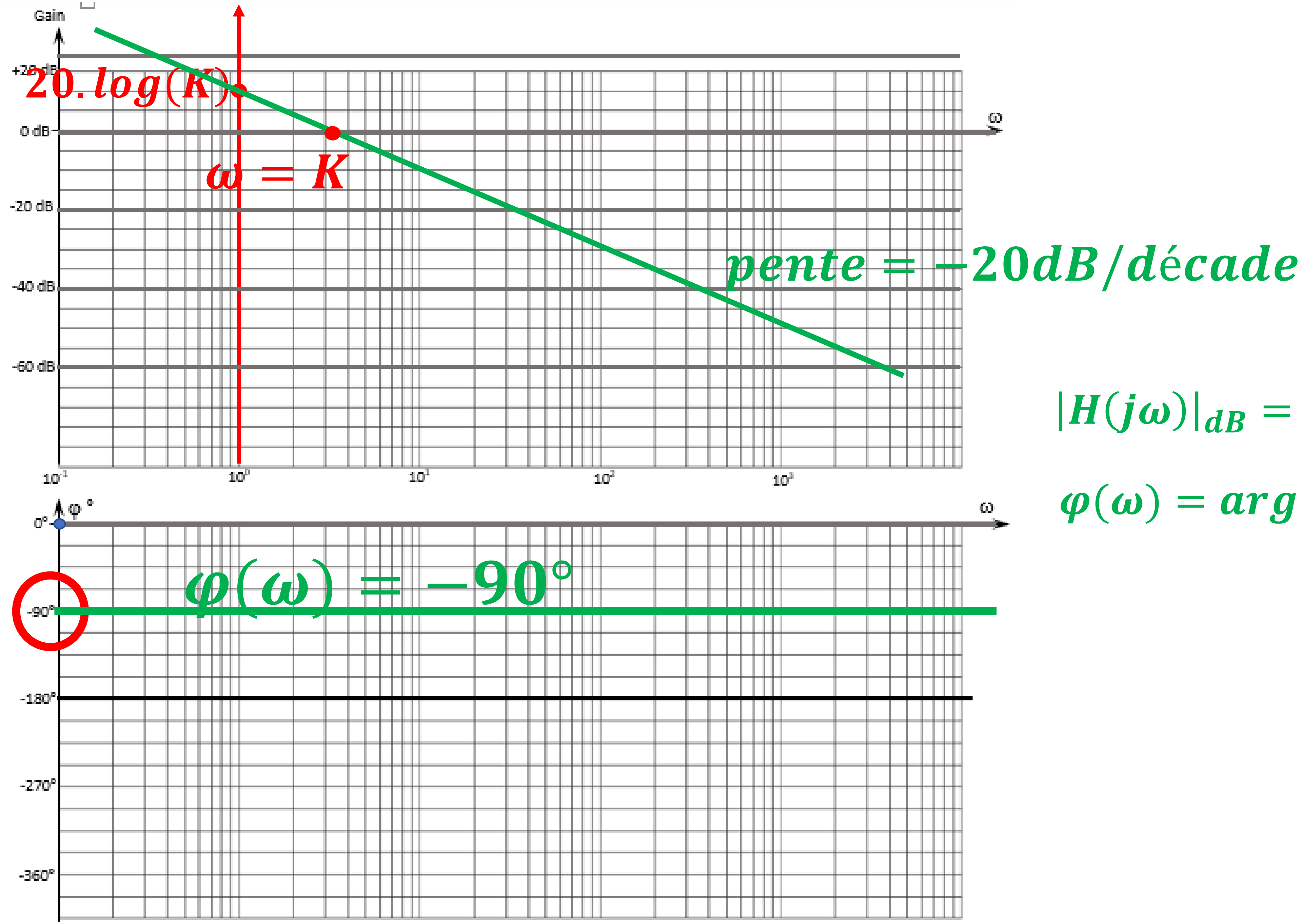

Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
ω
20.log(K)
10^0 rad/s
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
φ °
0°
ω
−90°
-90°
-180°
-270°
-360°

$$H(p) = \frac{K}{p}$$


Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
20.log(K)
ω = K
10⁰ rad/s
ω
10⁻¹
10⁰
10¹
10²
10³
φ °
0°
−90°
-90°
-180°
-270°
-360°
ω

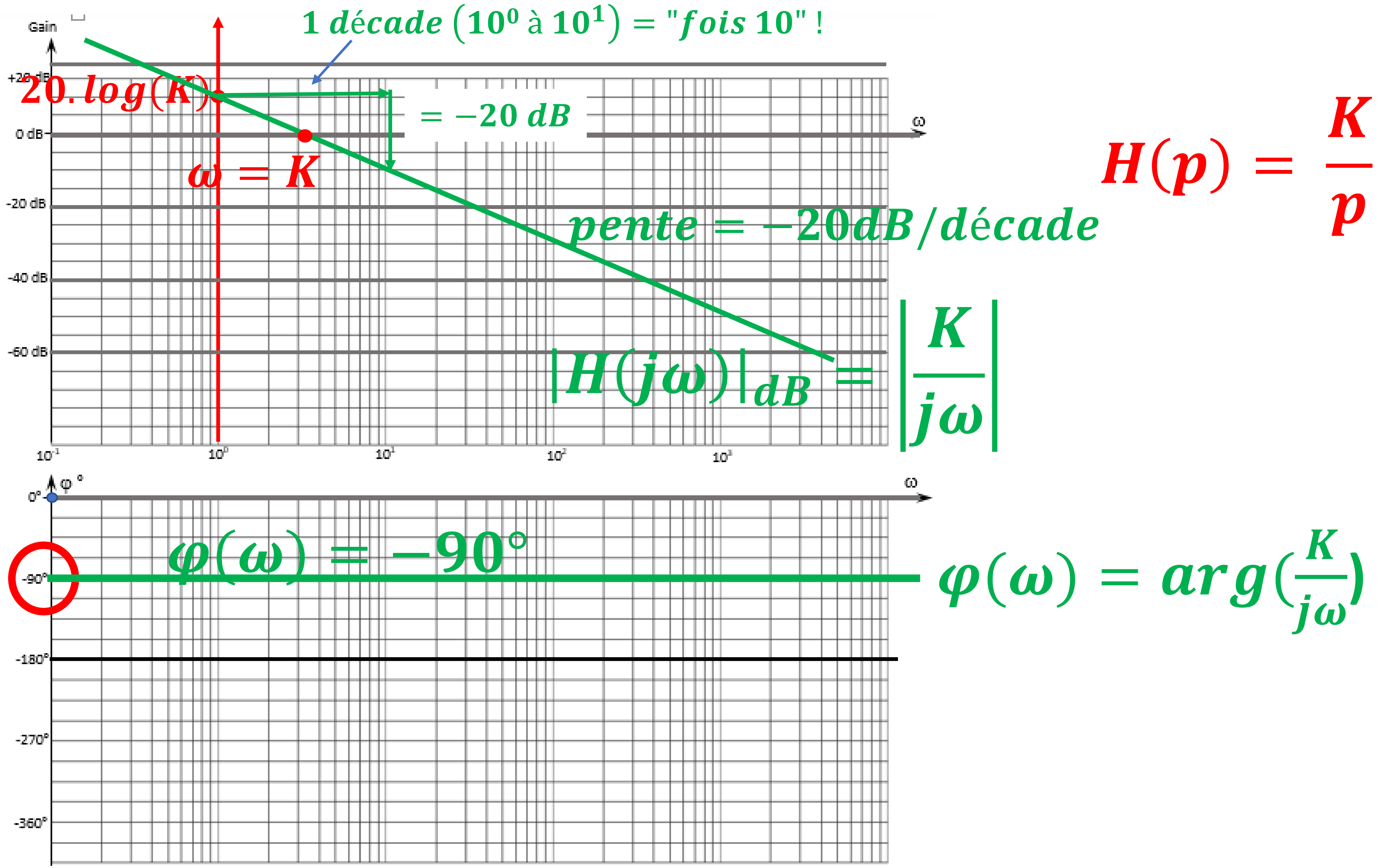
$$H(p) = \frac{K}{p}$$

$$H(p) = \frac{K}{p}$$

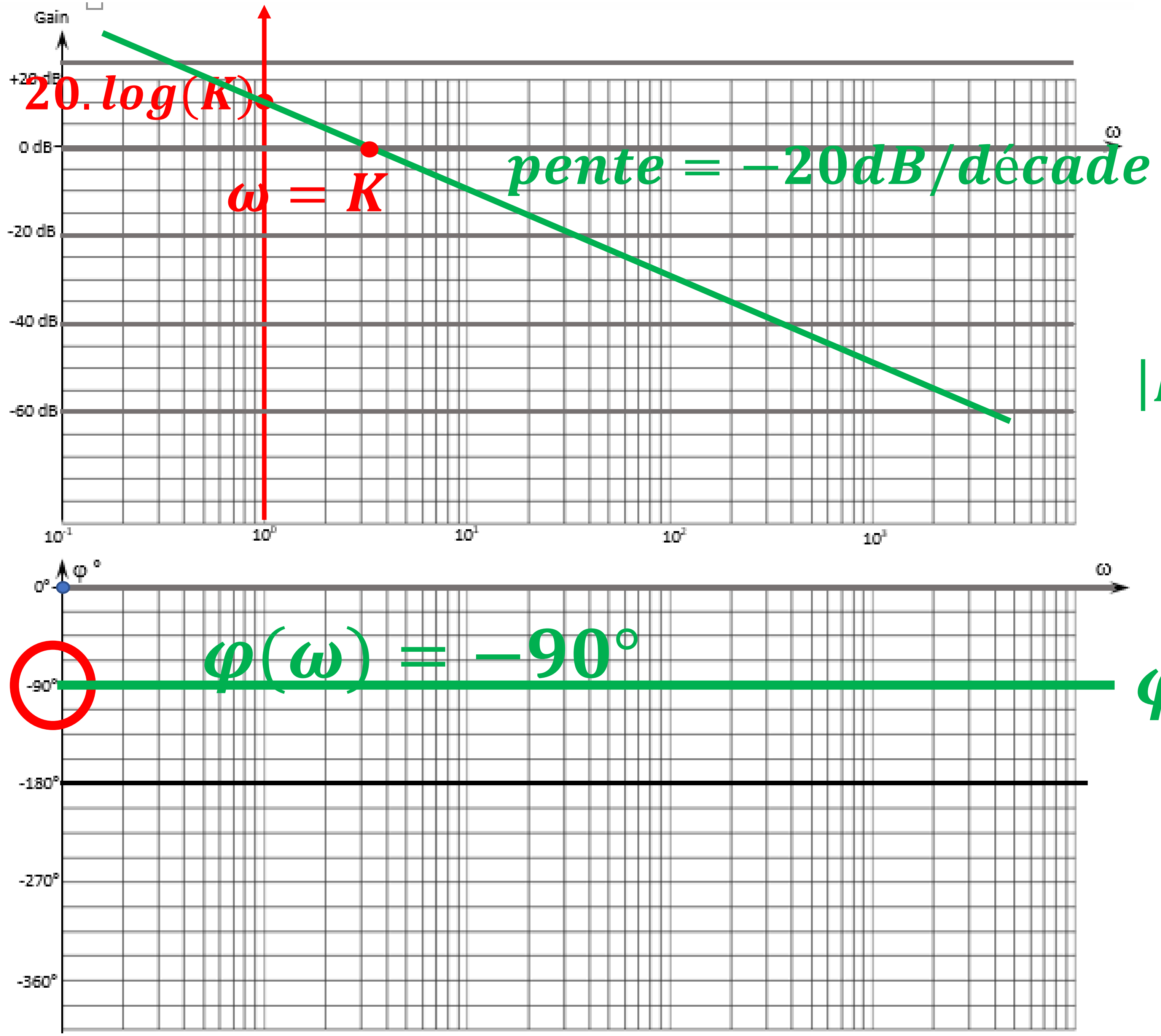


$$|H(j\omega)|_{dB} = 20.\log\left|\frac{K}{j\omega}\right|$$

$$\varphi(\omega) = arg(\frac{K}{j\omega})$$



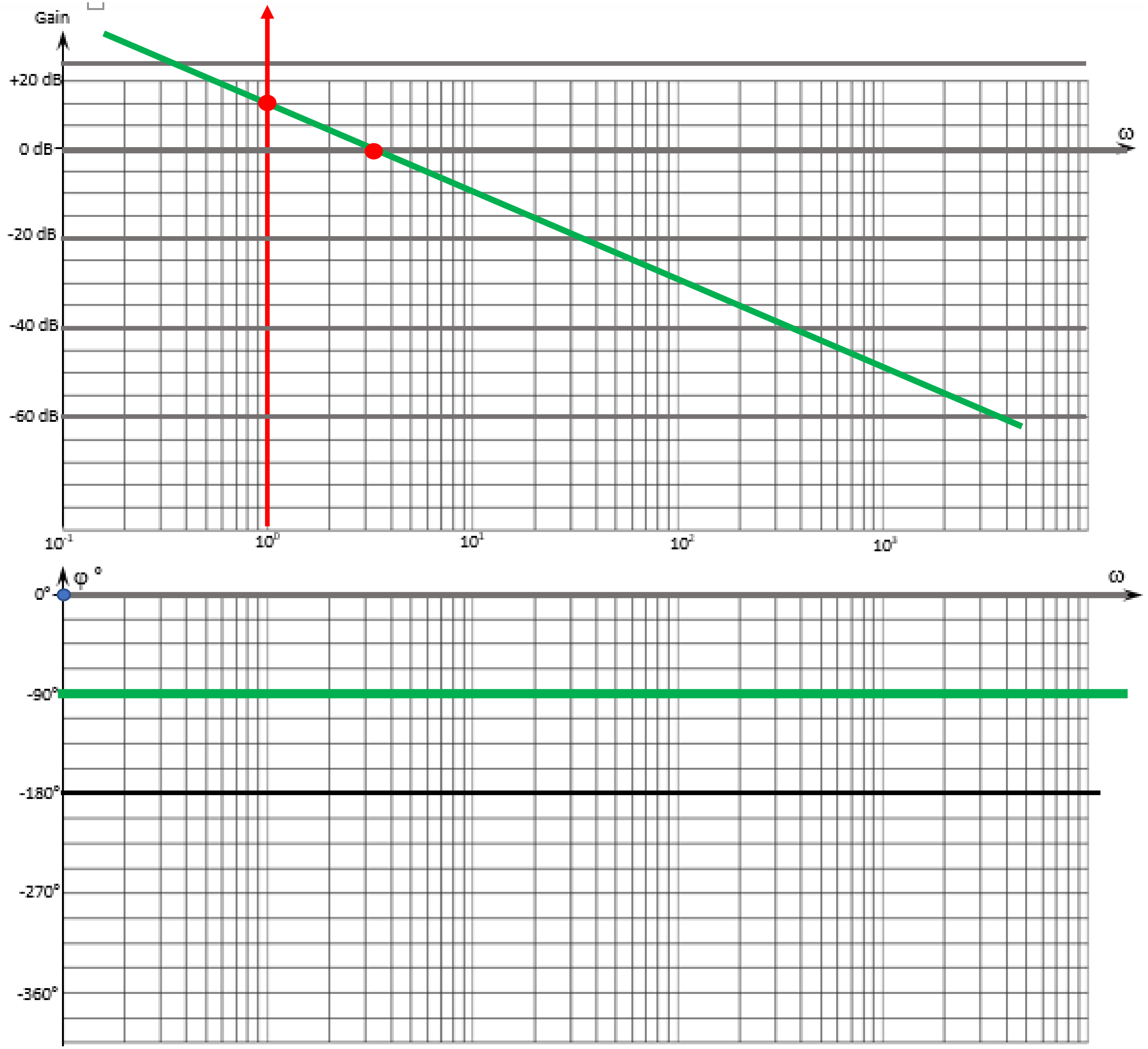
1 décade (10^0 à 10^1) = "fois 10" !
Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
$20.\log(K)$
$= -20\ dB$
$\omega = K$
$pente = -20dB/décade$
$|H(j\omega)|_{dB} = \left|\frac{K}{j\omega}\right|$
$H(p) = \frac{K}{p}$
ω
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
φ °
0°
-90°
-180°
-270°
-360°
$\varphi(\omega) = -90°$
$\varphi(\omega) = arg(\frac{K}{j\omega})$



$$H(p) = \frac{K}{p}$$

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20.\log\left|\frac{K}{j\omega}\right|$$

$$\varphi(\omega) = arg\left(\frac{K}{j\omega}\right)$$

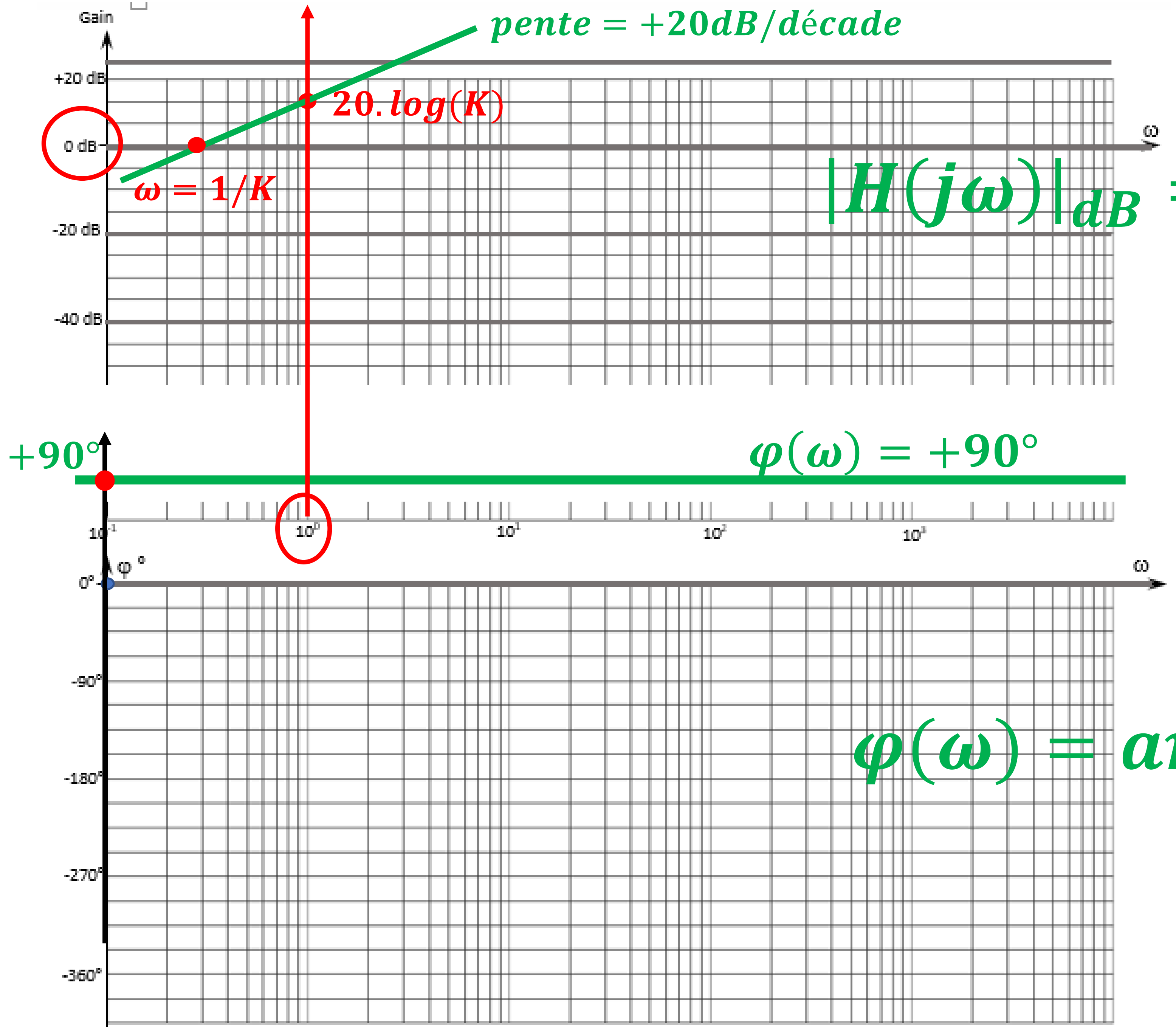

Gain
+20 dB
0 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
ω
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
φ °
0°
-90°
-180°
-270°
-360°
ω

$$H(p) = \frac{K}{p}$$

Dérivateur pur

$$\boldsymbol{H(p) = K.p}$$

$$H(p) = K.p$$

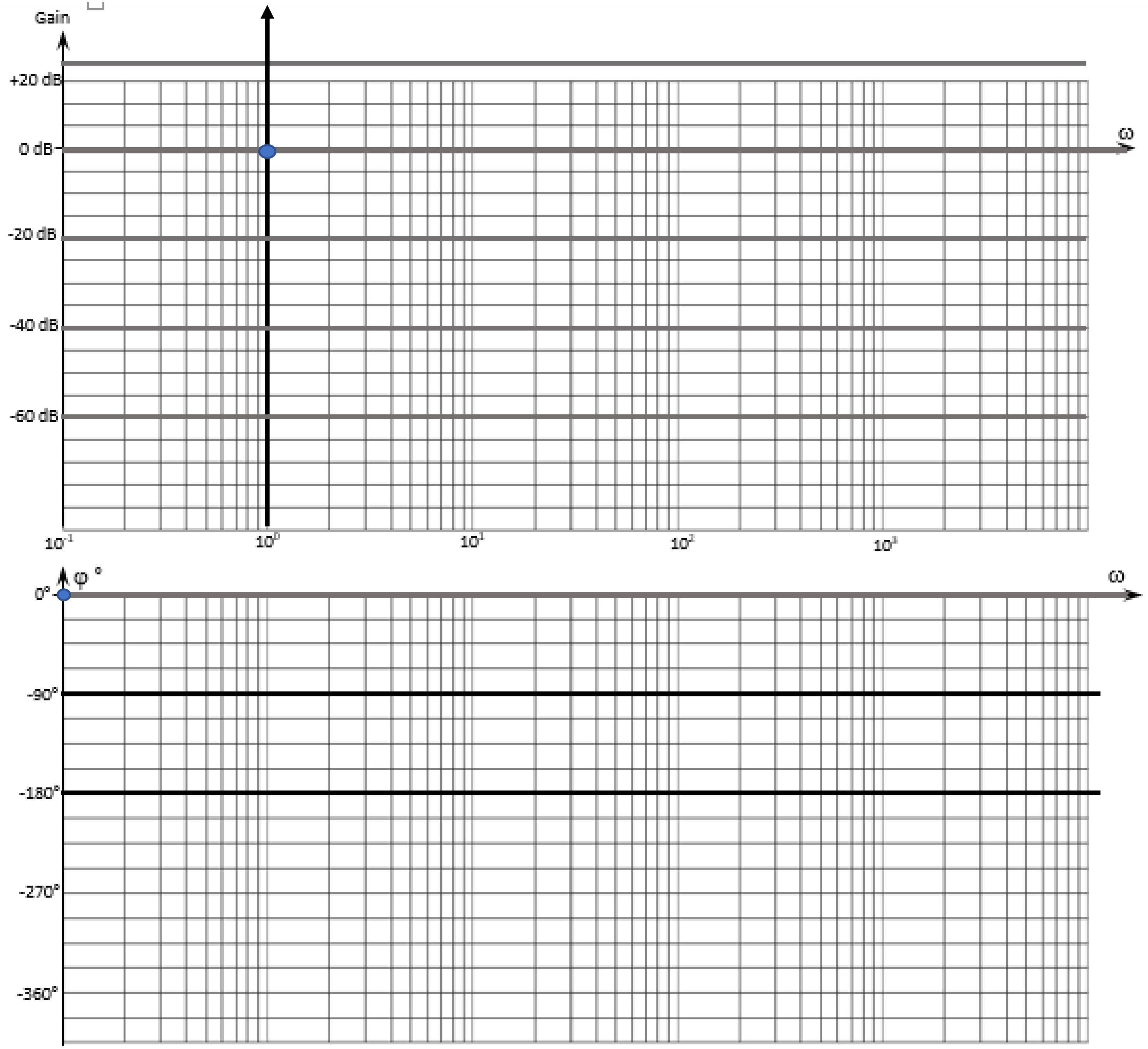


$$|H(j\omega)|_{dB} = 20.log|jK\omega|$$

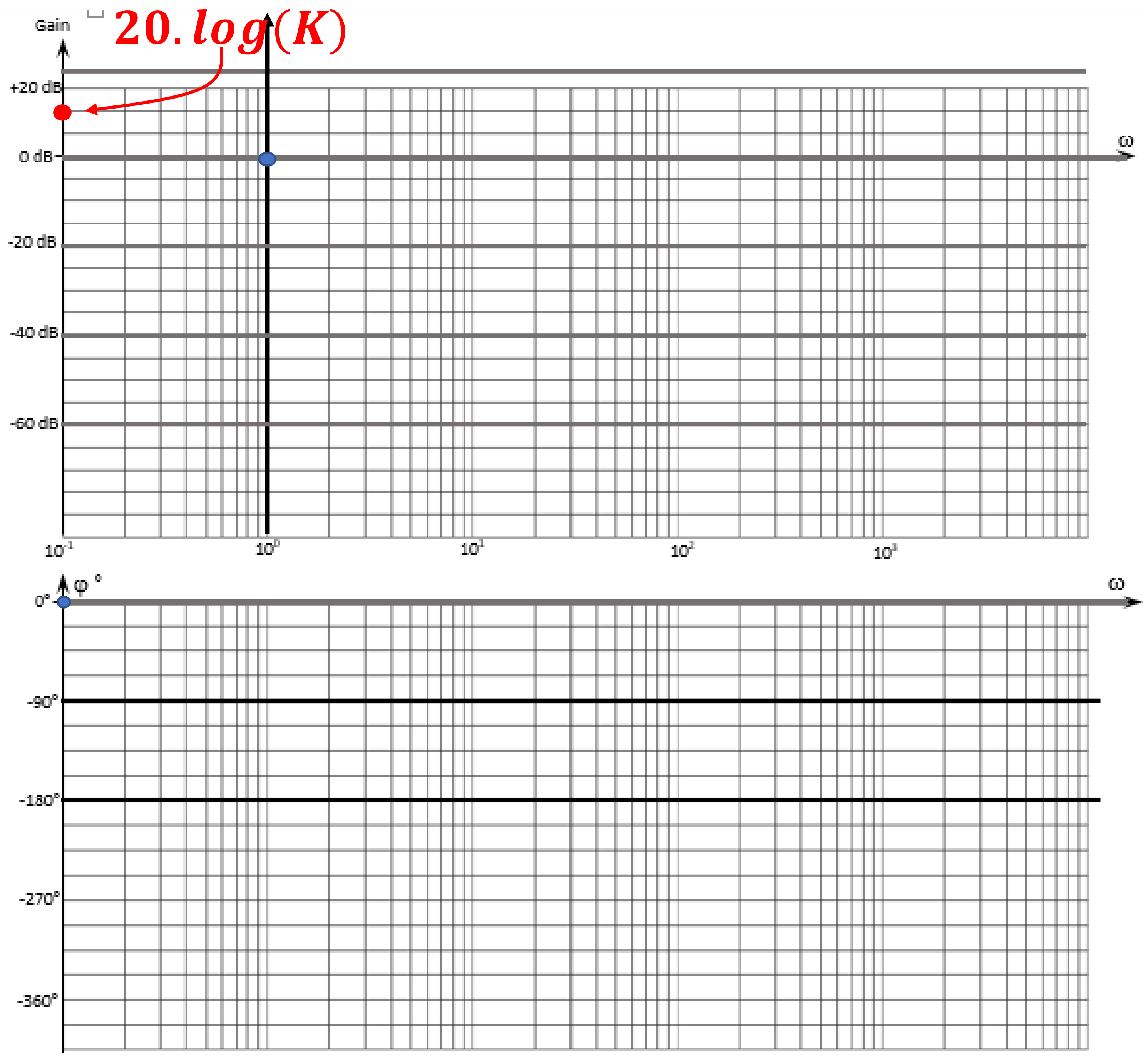
$$\varphi(\omega) = arg(\frac{K}{j\omega})$$

FONCTION DE TRANSFERT : 1ER ORDRE

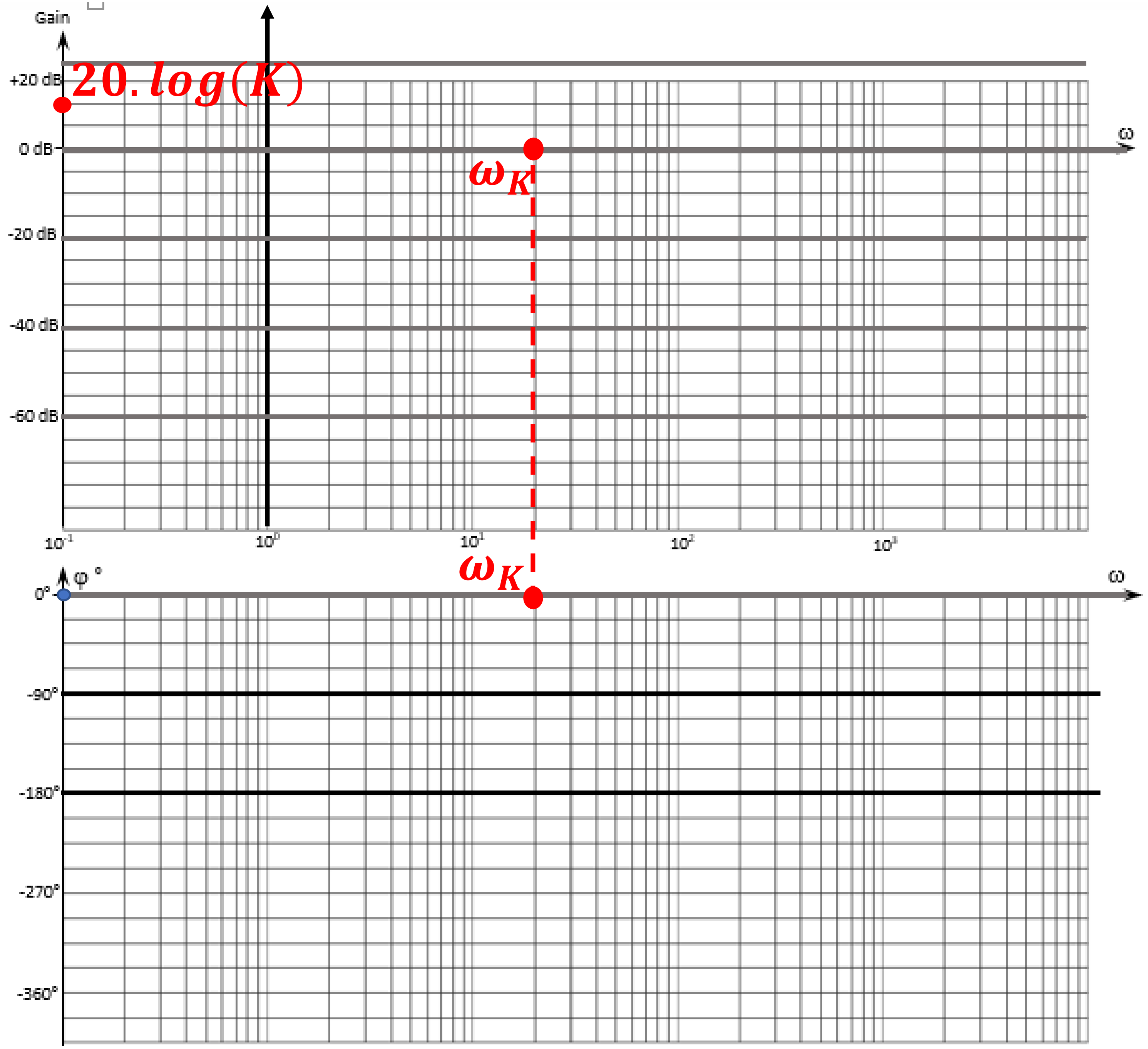
$$\boldsymbol{H(p) = \frac{K}{1 + \tau . p}}$$



$$H(p) = \frac{K}{1+\tau.p}$$



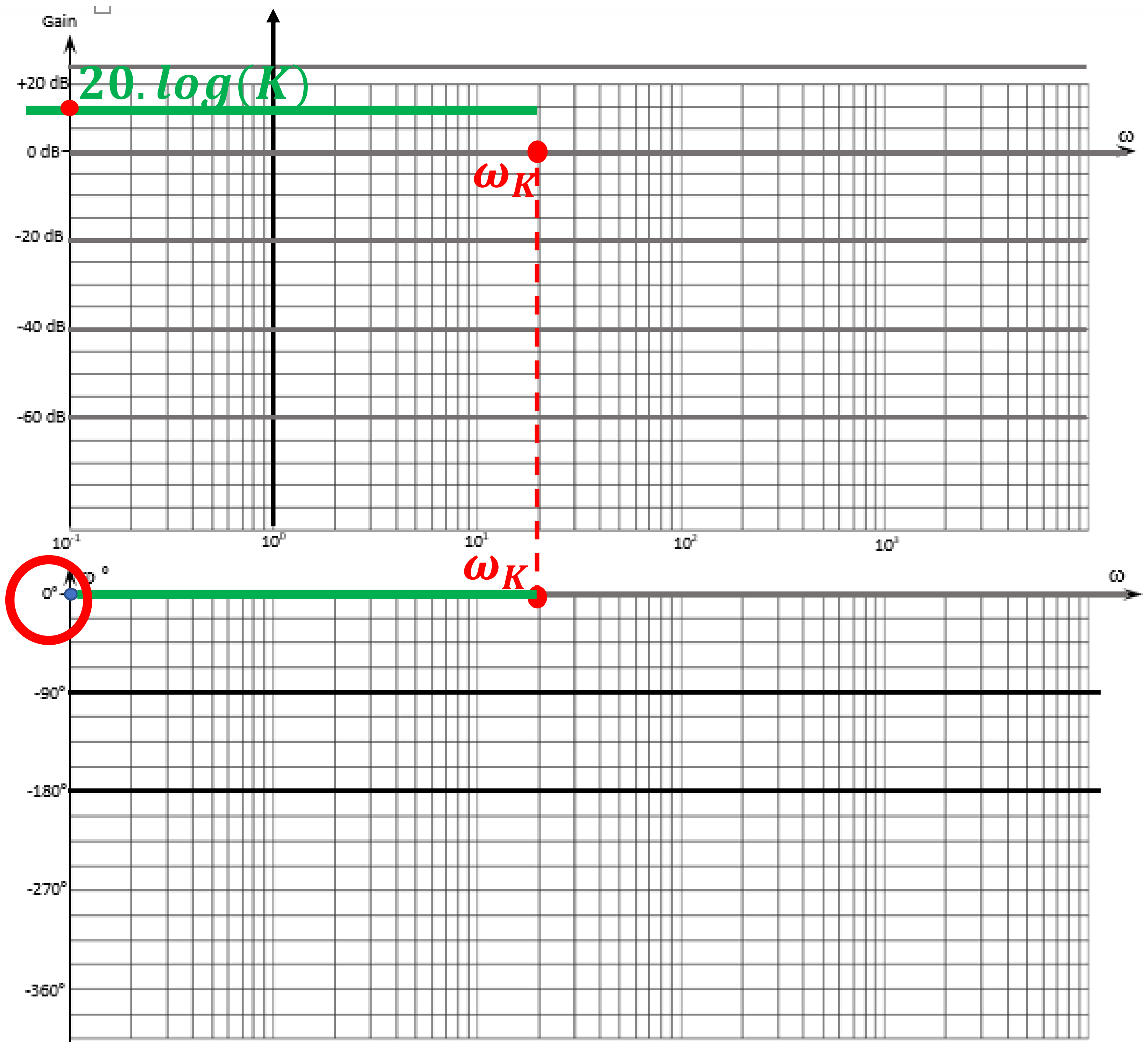
$$H(p) = \frac{K}{1+\tau.p}$$



$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau . p}$$

Pulsation de CASSURE :

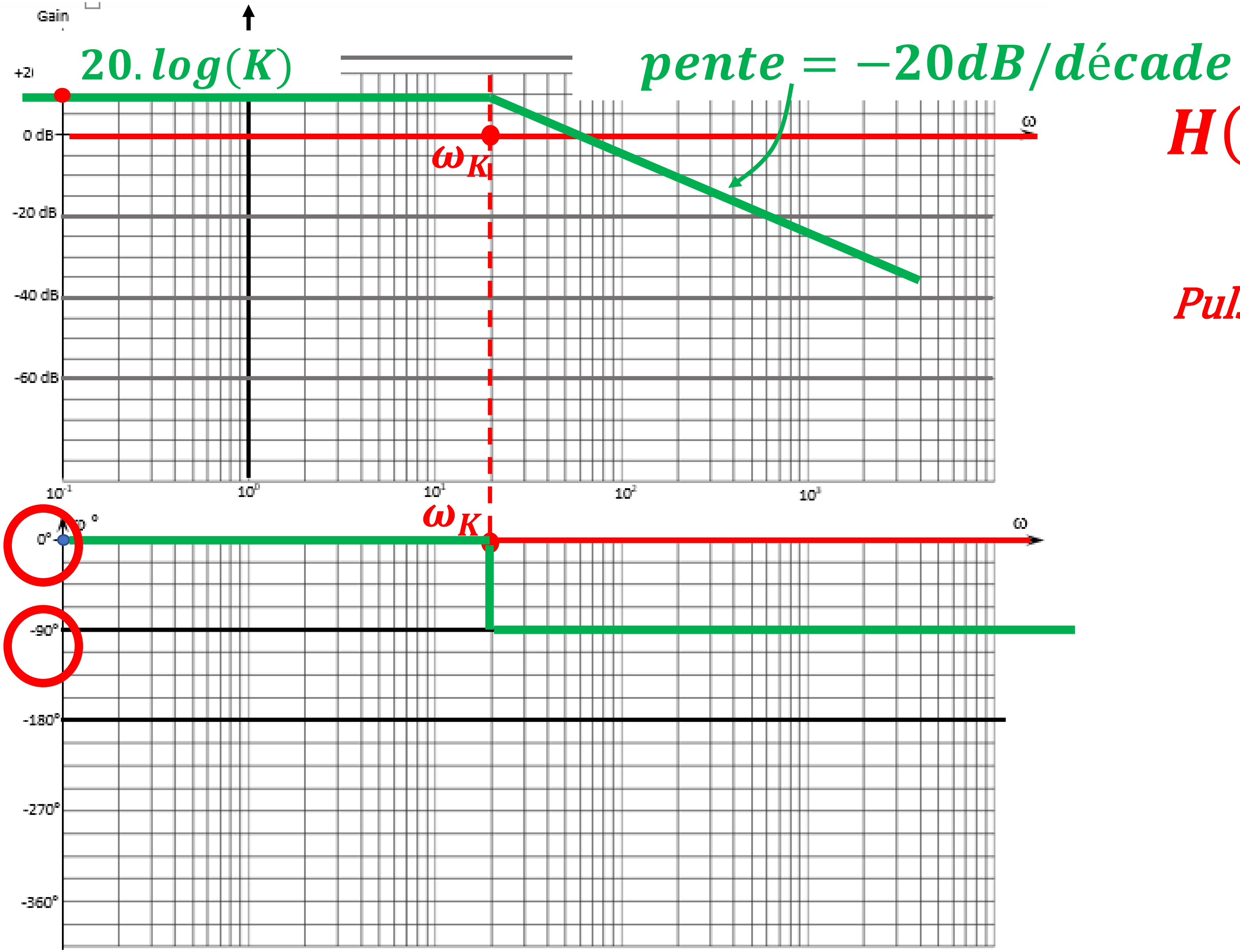
$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$



$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau . p}$$

Pulsation de CASSURE :

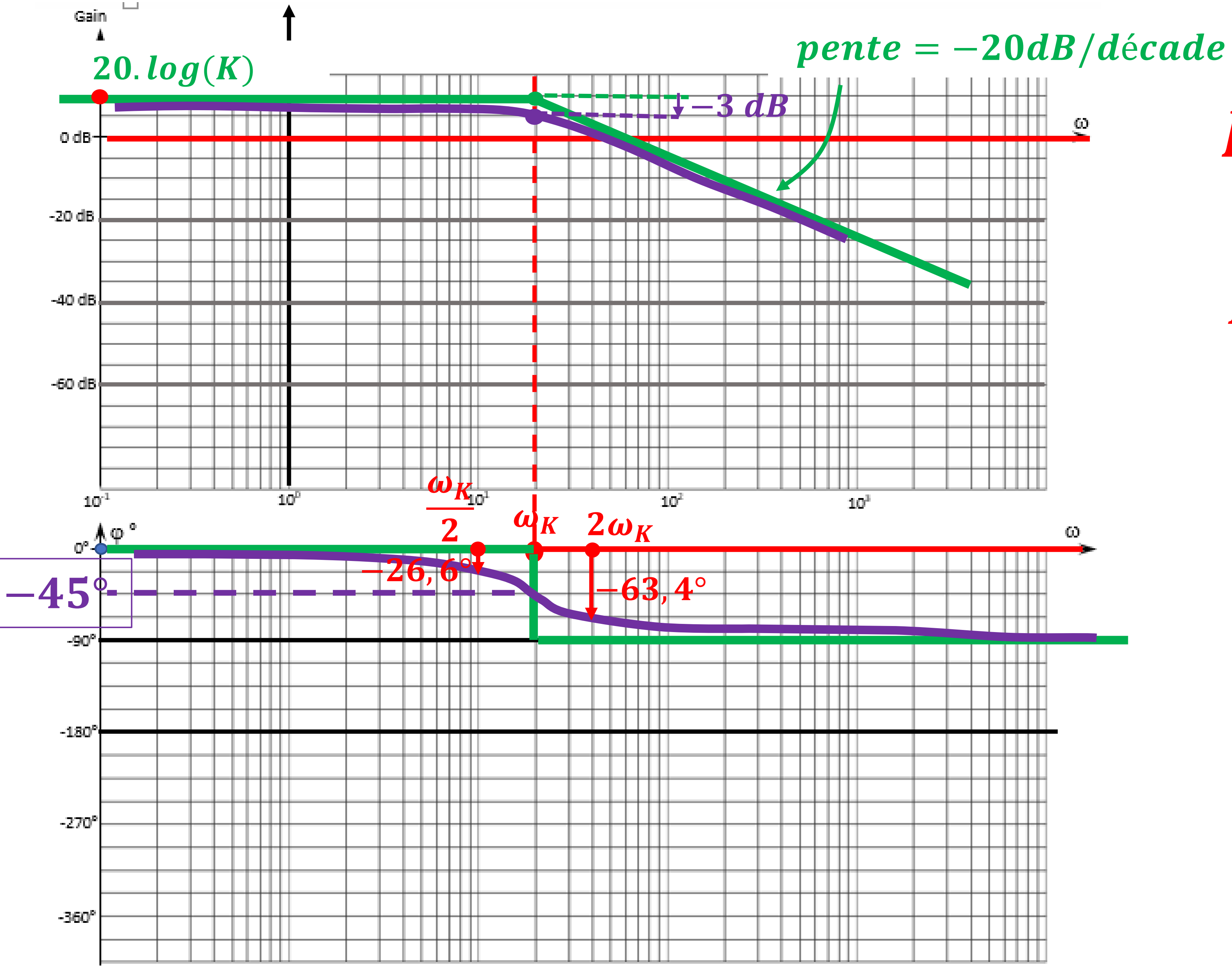
$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$



$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau.p}$$

Pulsation de CASSURE :

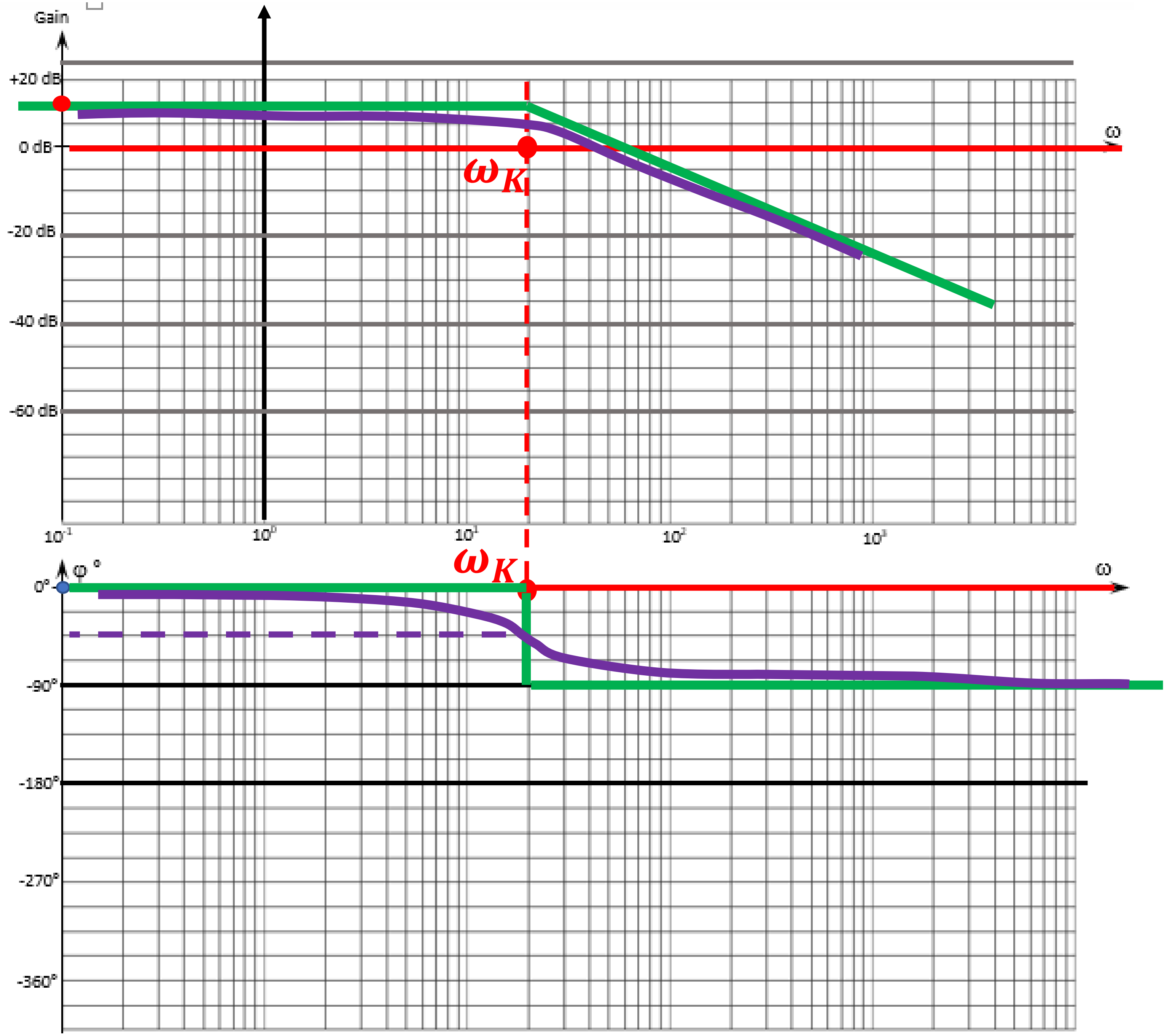
$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$



$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau . p}$$

Pulsation de CASSURE :

$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$



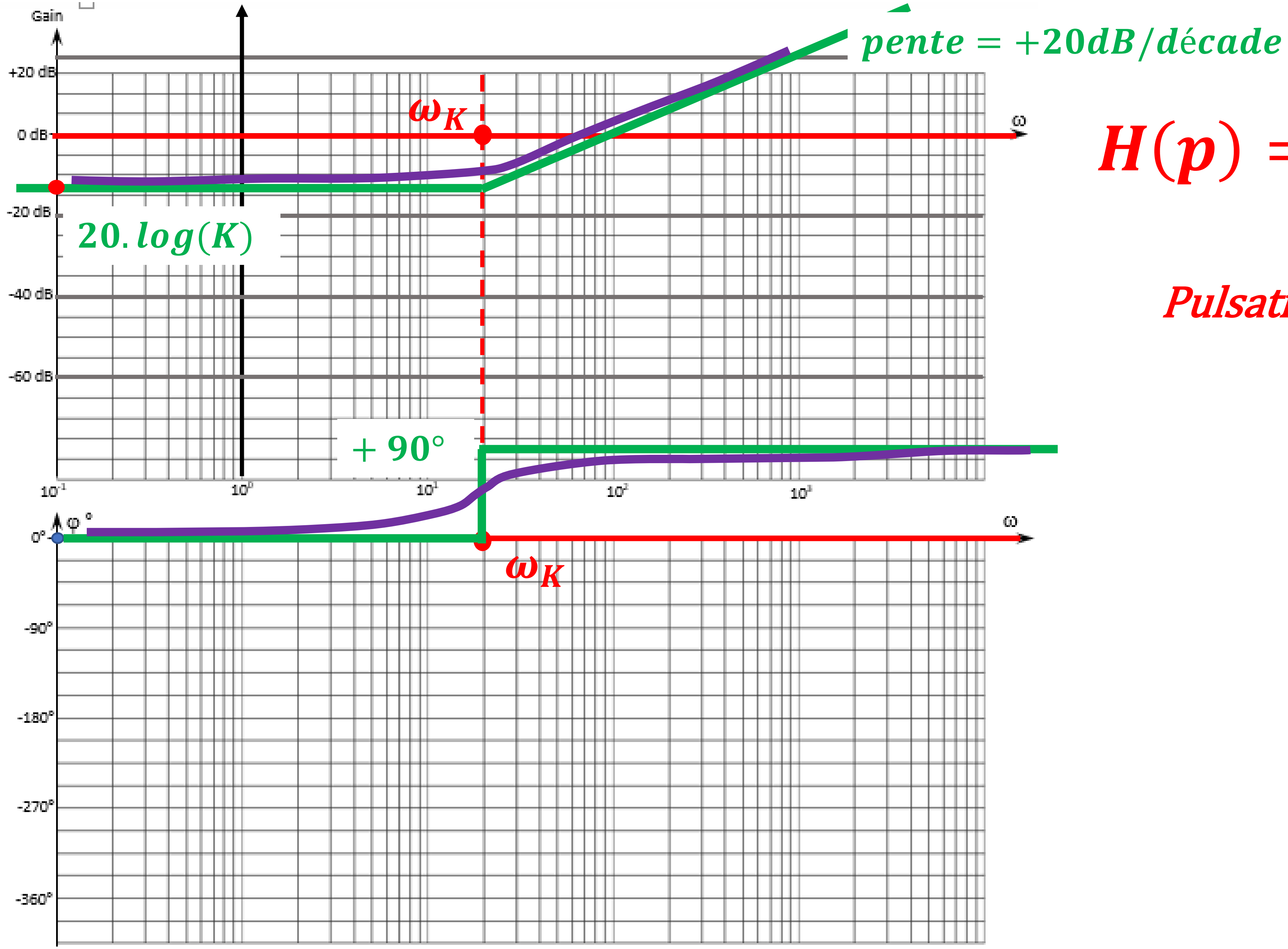
$$H(p) = \frac{K}{1+\tau.p}$$

Pulsation de CASSURE :

$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$

Dérivateur de classe 0

$$\boldsymbol{H(p) = K(1 + \tau . p)}$$



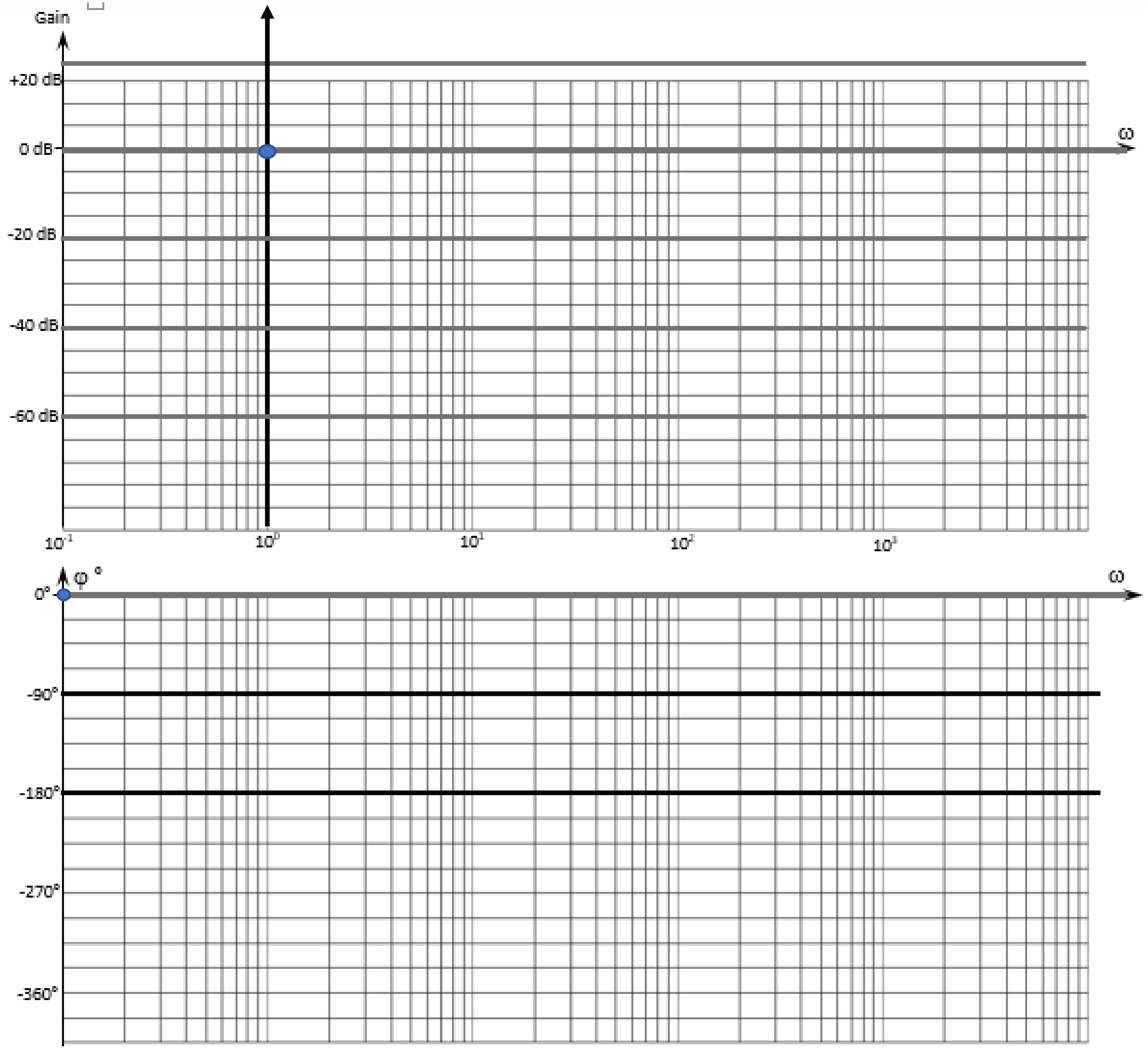
$$H(p) = K(1 + \tau . p)$$

Pulsation de CASSURE :

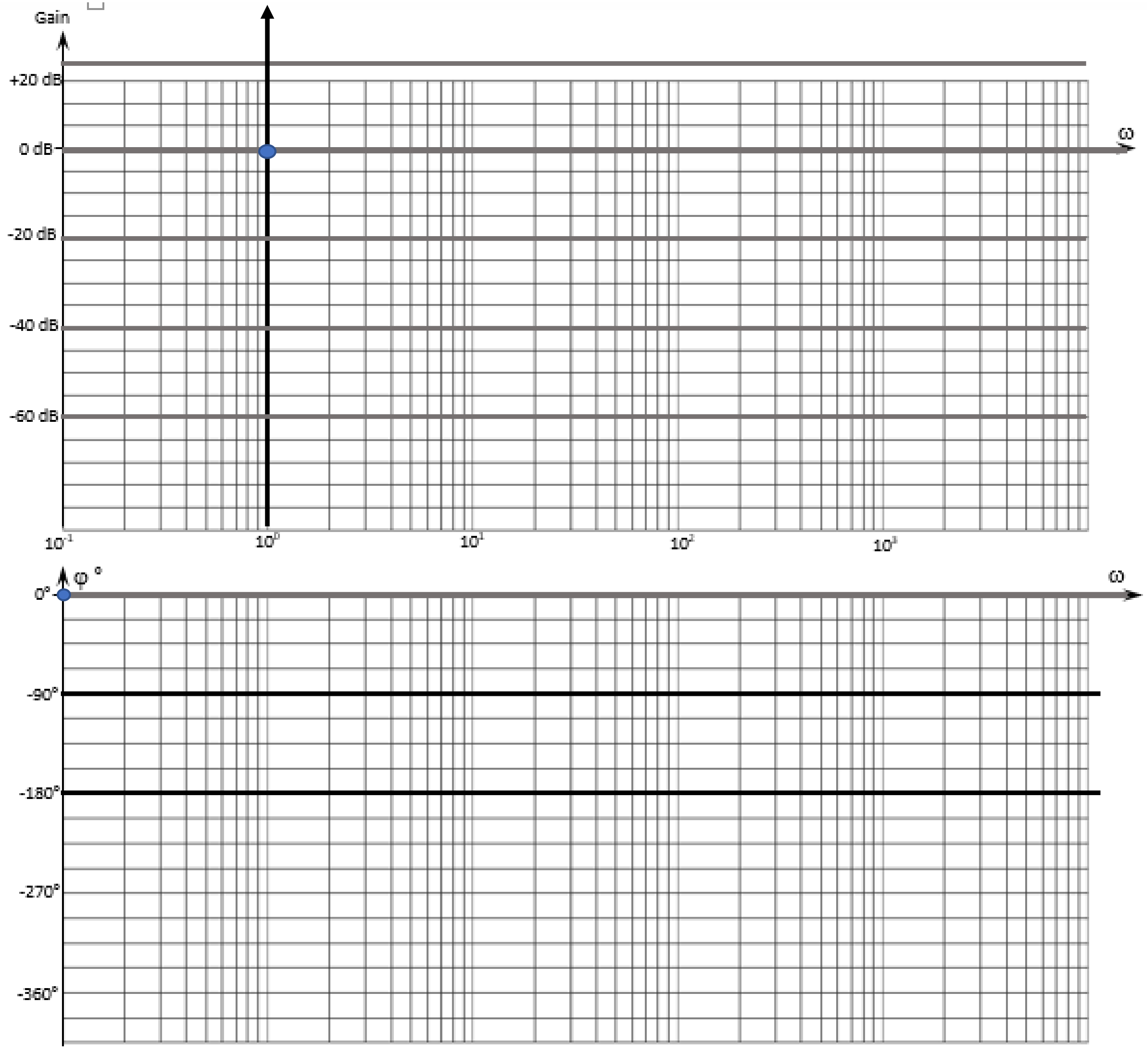
$$\omega_K = \frac{1}{\tau}$$

FONCTION DE TRANSFERT : 2ème ordre (de classe zéro)

$$\boldsymbol{H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}}$$



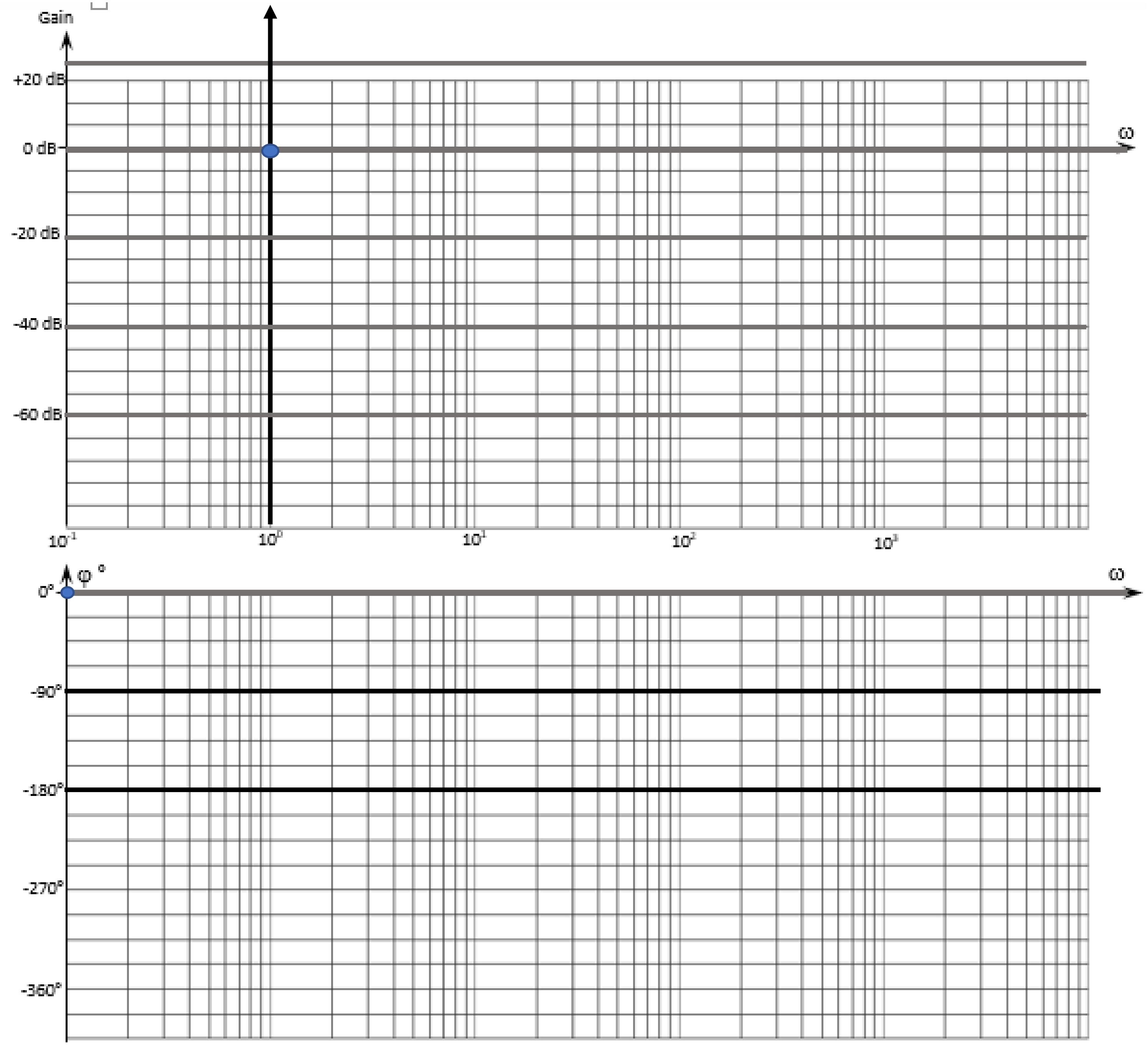
$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

ATTENTION : on <u>ne</u> lance <u>aucun</u> calcul, <u>aucun</u> tracé, on <u>ne</u> fait <u>aucune</u> hypothèse !..

…avant de connaître <u>l'amortissement ξ !</u>

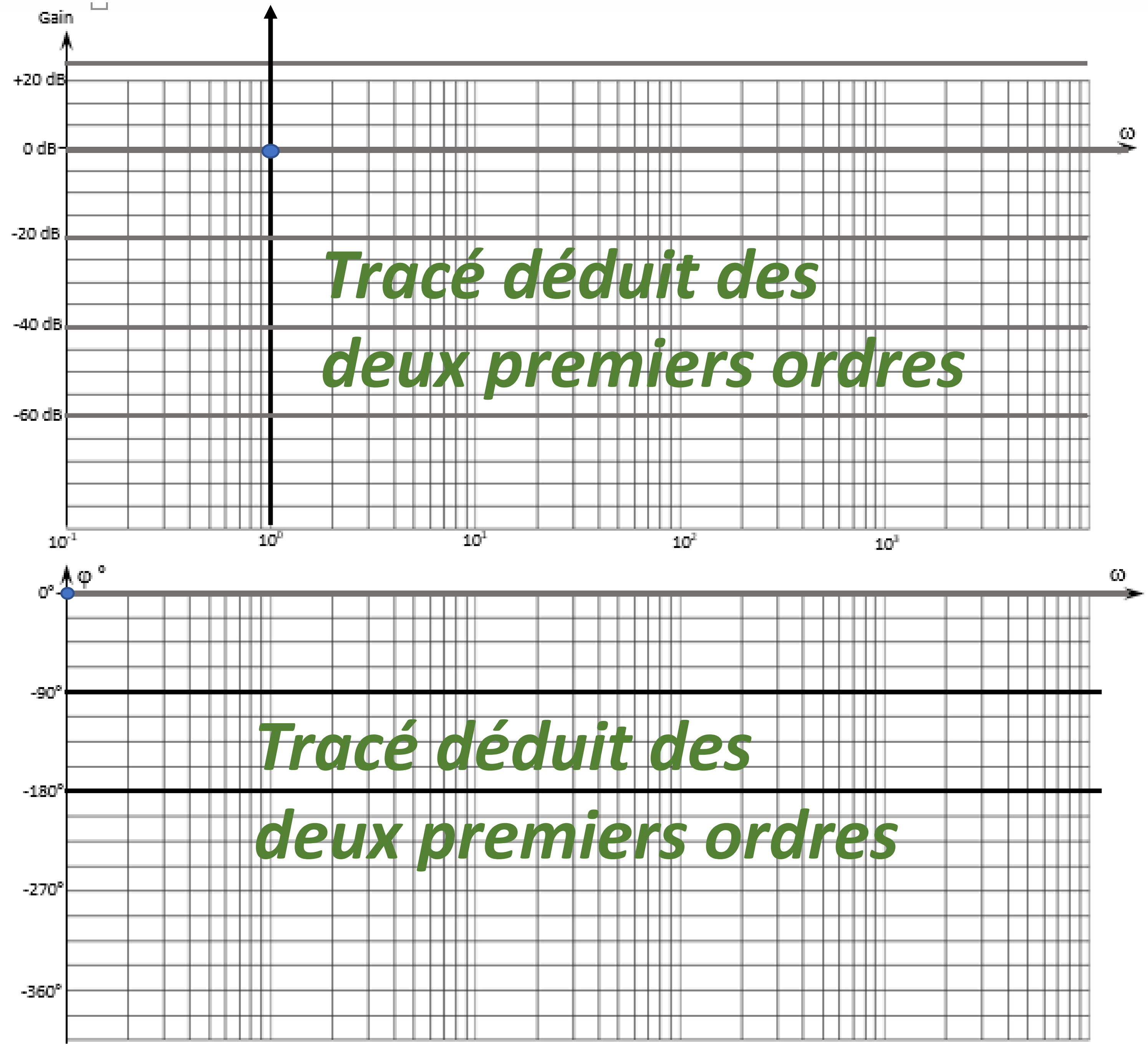


$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Deux cas, deux tracés différents :

$\xi \geq 1$ **: apériodique, non-oscillant, sur-amorti**

$\xi < 1$ **: pseudo-périodique, oscillant, sous-amorti**

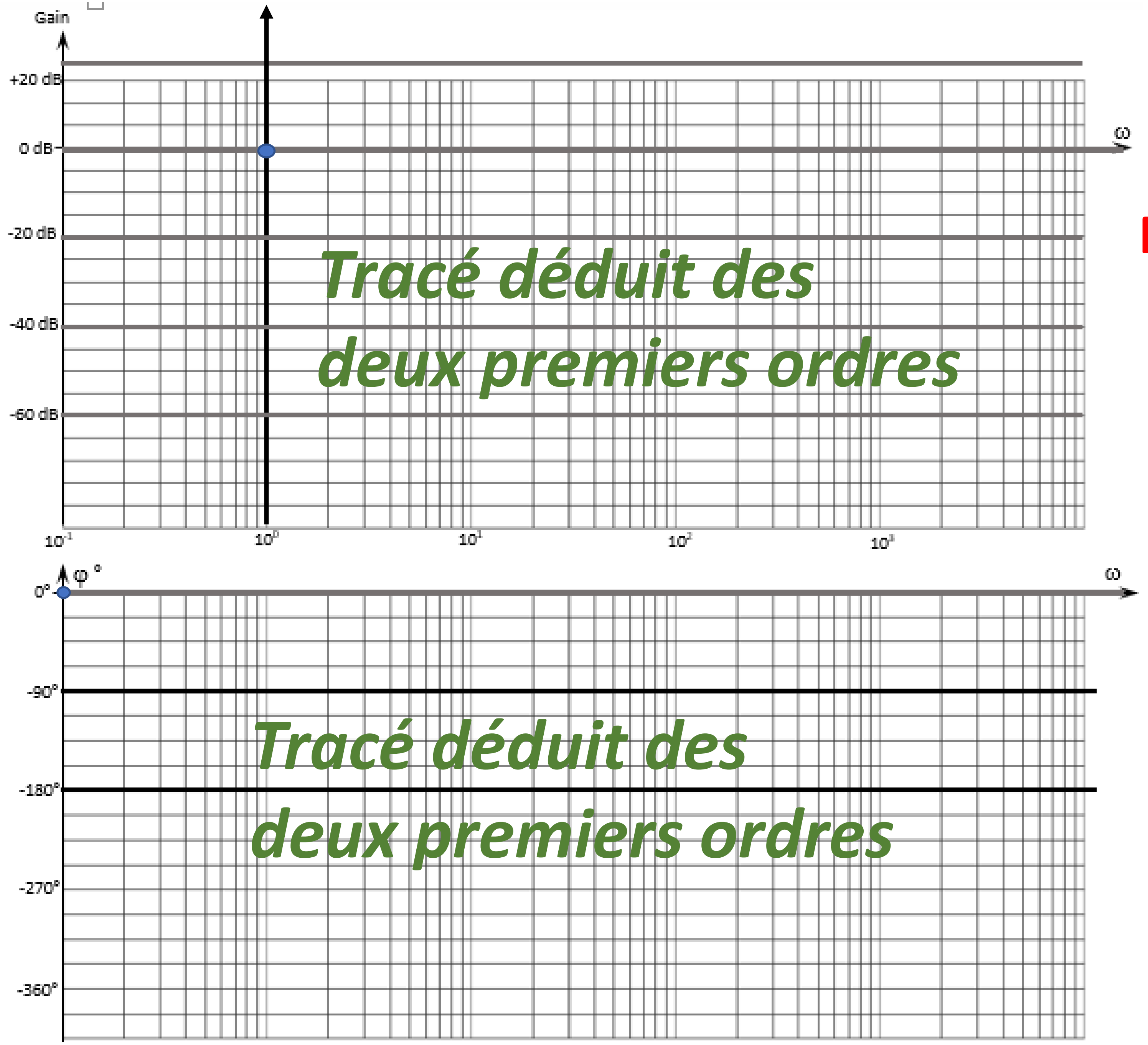


$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

H(p) a un dénominateur factorisable dans $\mathbb{R}$, donc vous le factorisez :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$



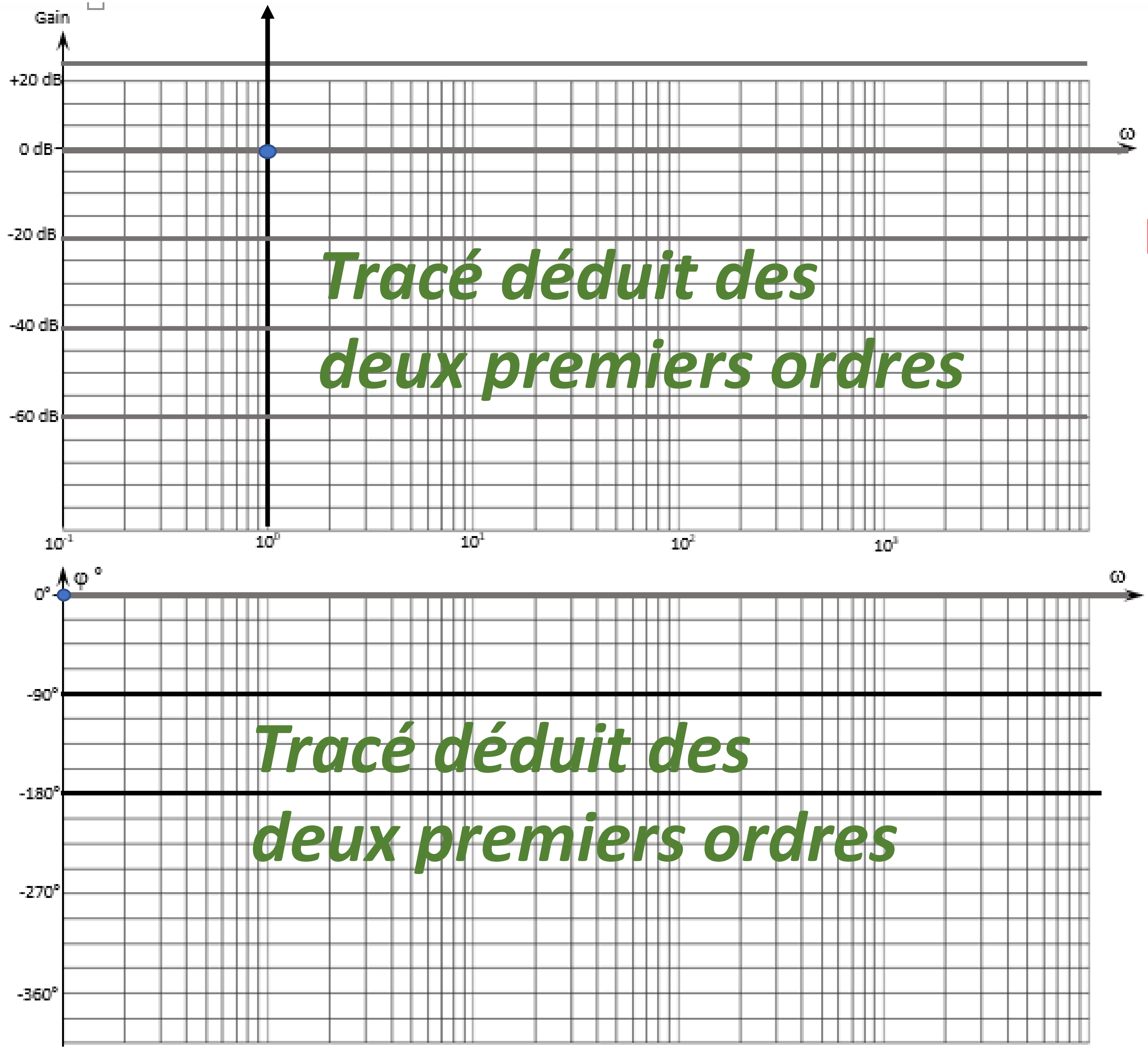
$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

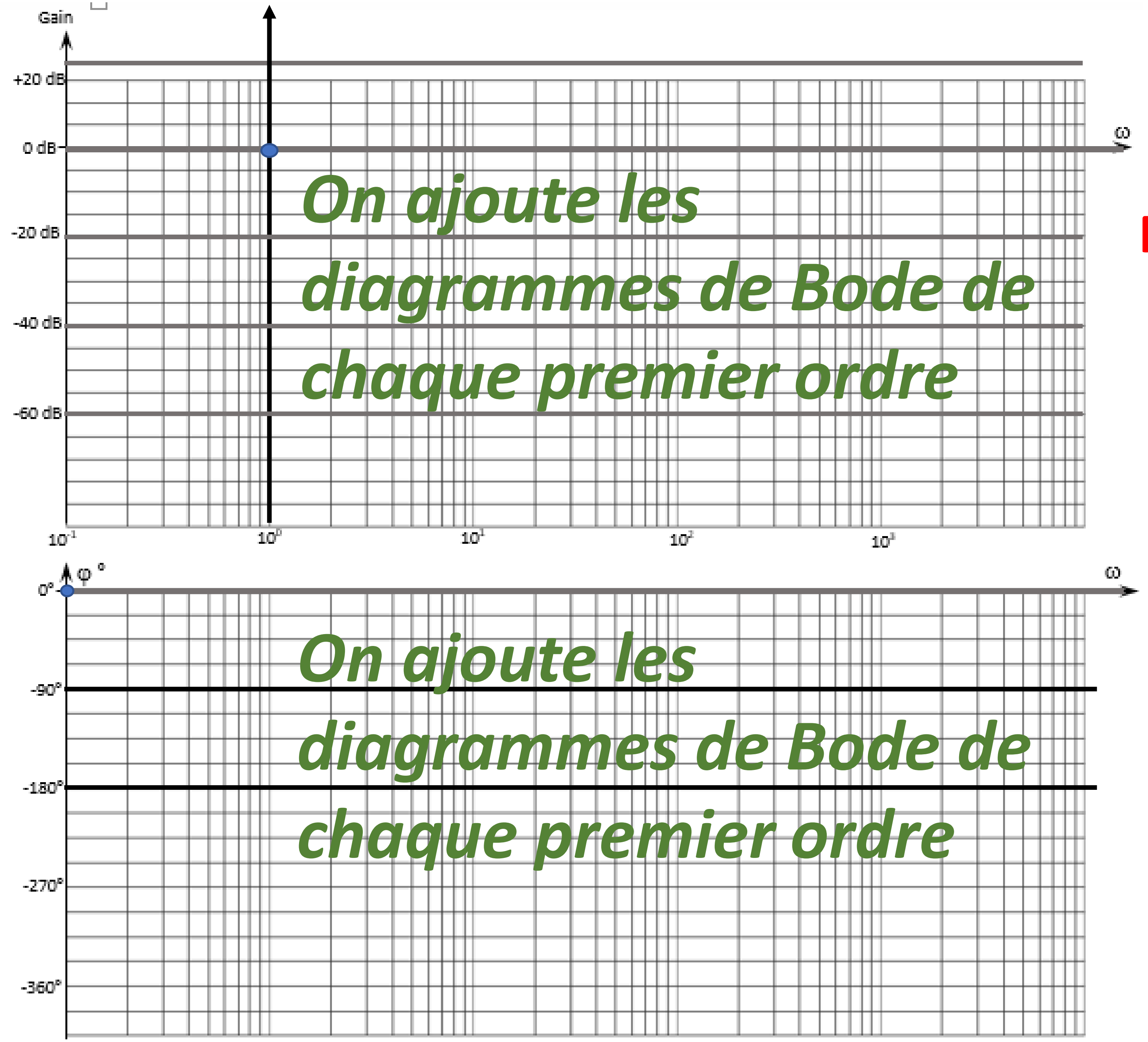
$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

<u>Deux</u> pulsations de cassure :

$$\omega_{K1} = 1/\tau_1$$
$$\omega_{K2} = 1/\tau_2$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

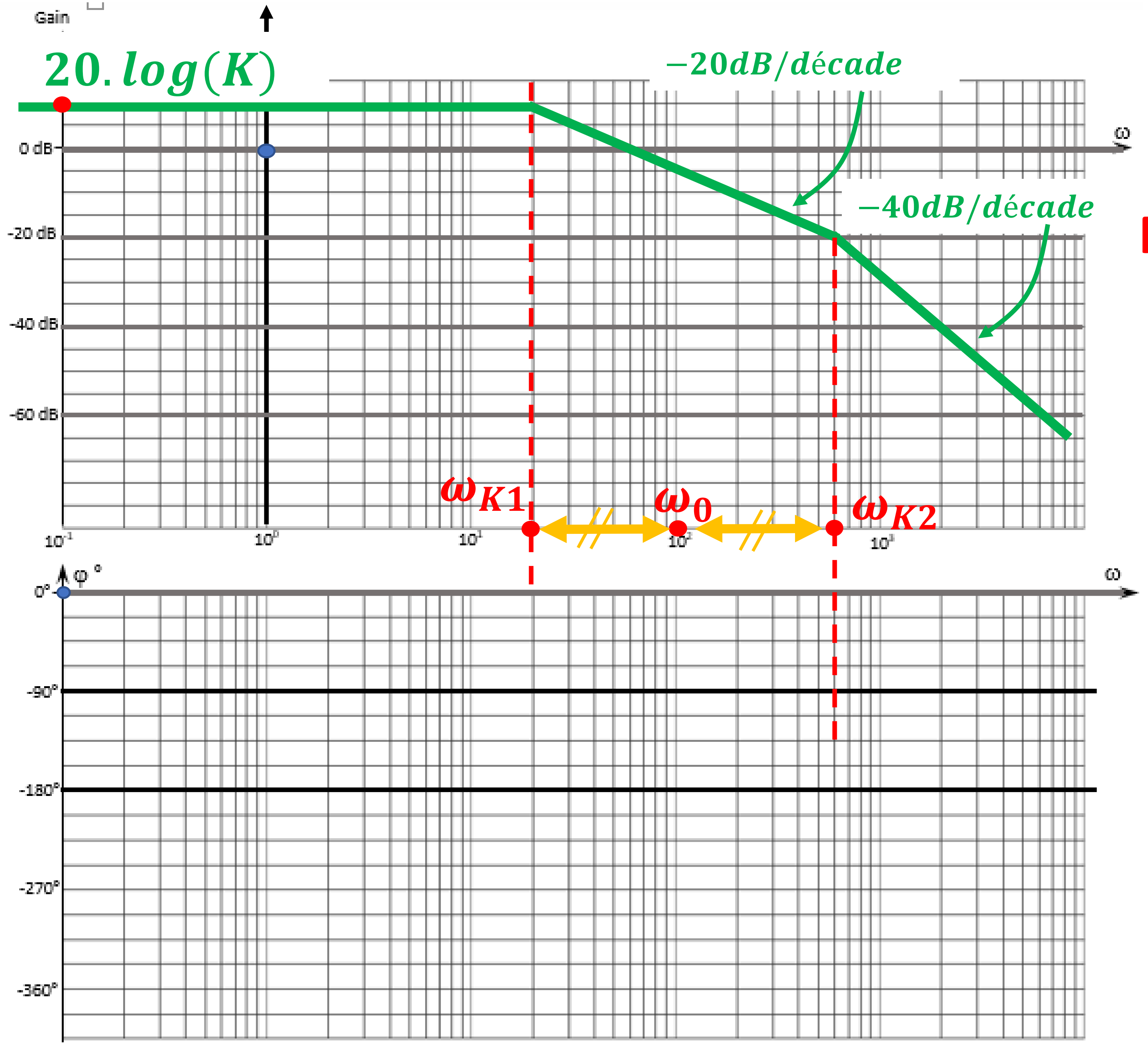
$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

Deux pulsations de cassure :

$$\omega_{K1} = 1/\tau_1$$
$$\omega_{K2} = 1/\tau_2$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Gain en basses fréquences :

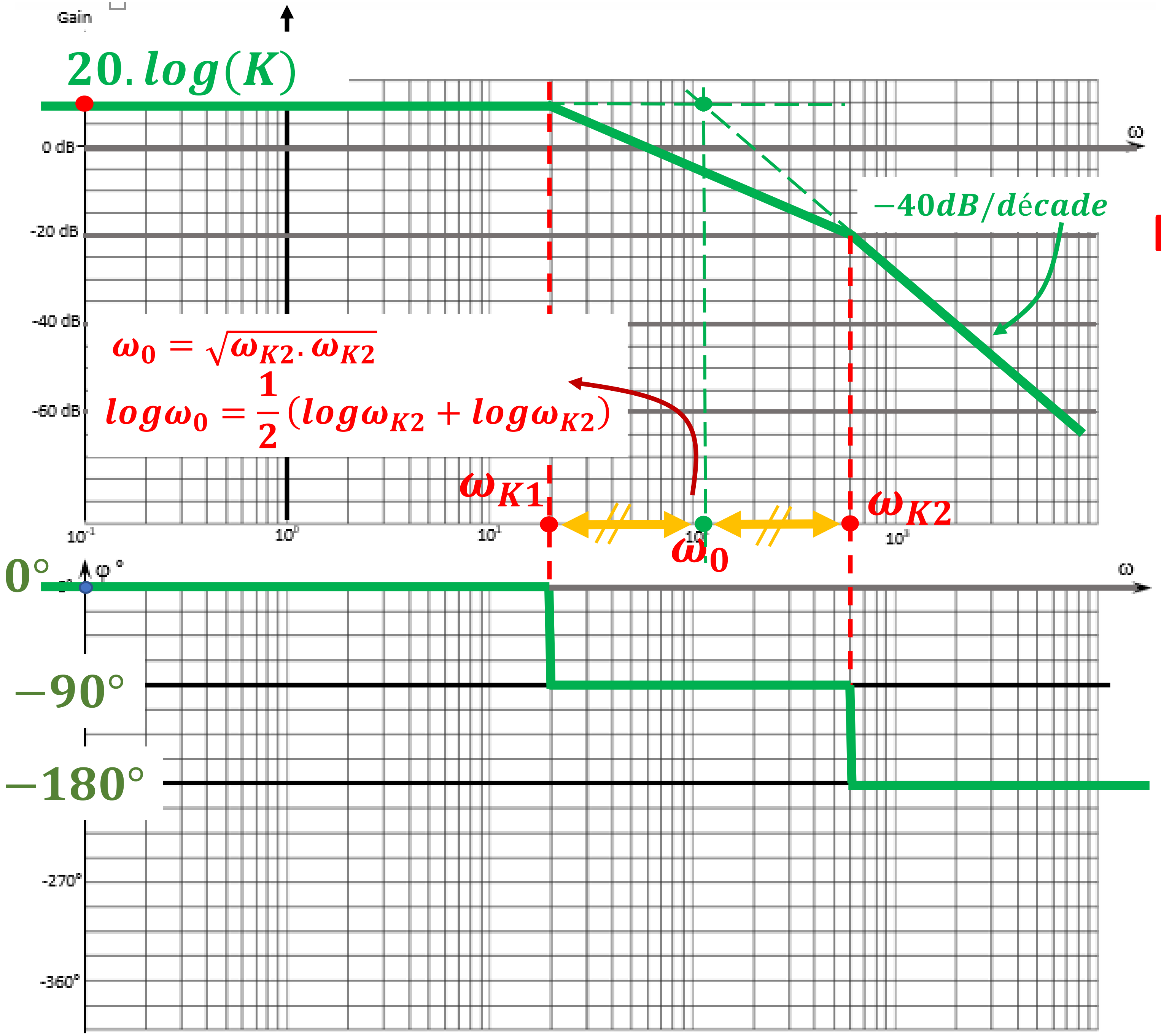
$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

<u>Deux</u> pulsations de cassure :

$$\omega_{K1} = 1/\tau_1$$

$$\omega_{K2} = 1/\tau_2$$

=> Pour le gain : deux as. obliques à -20 et -40 dB/déc.



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

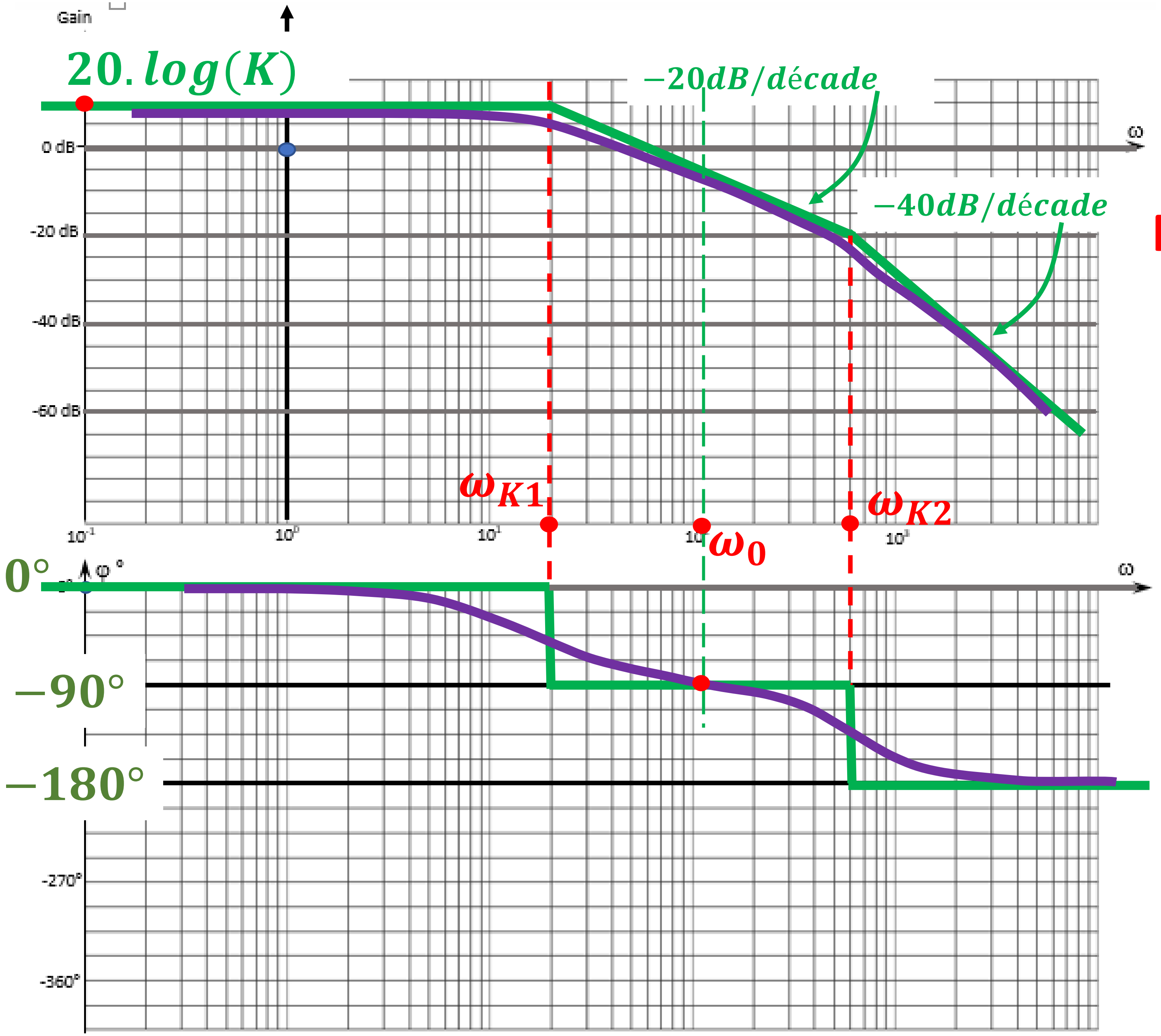
Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

Deux pulsations de cassure :

$$\omega_{K1} = 1/\tau_1$$
$$\omega_{K2} = 1/\tau_2$$

=> Pour le gain : deux as. obliques à -20 et -40 dB/déc.



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

Premier cas $\xi > 1$:

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

Gain en basses fréquences :

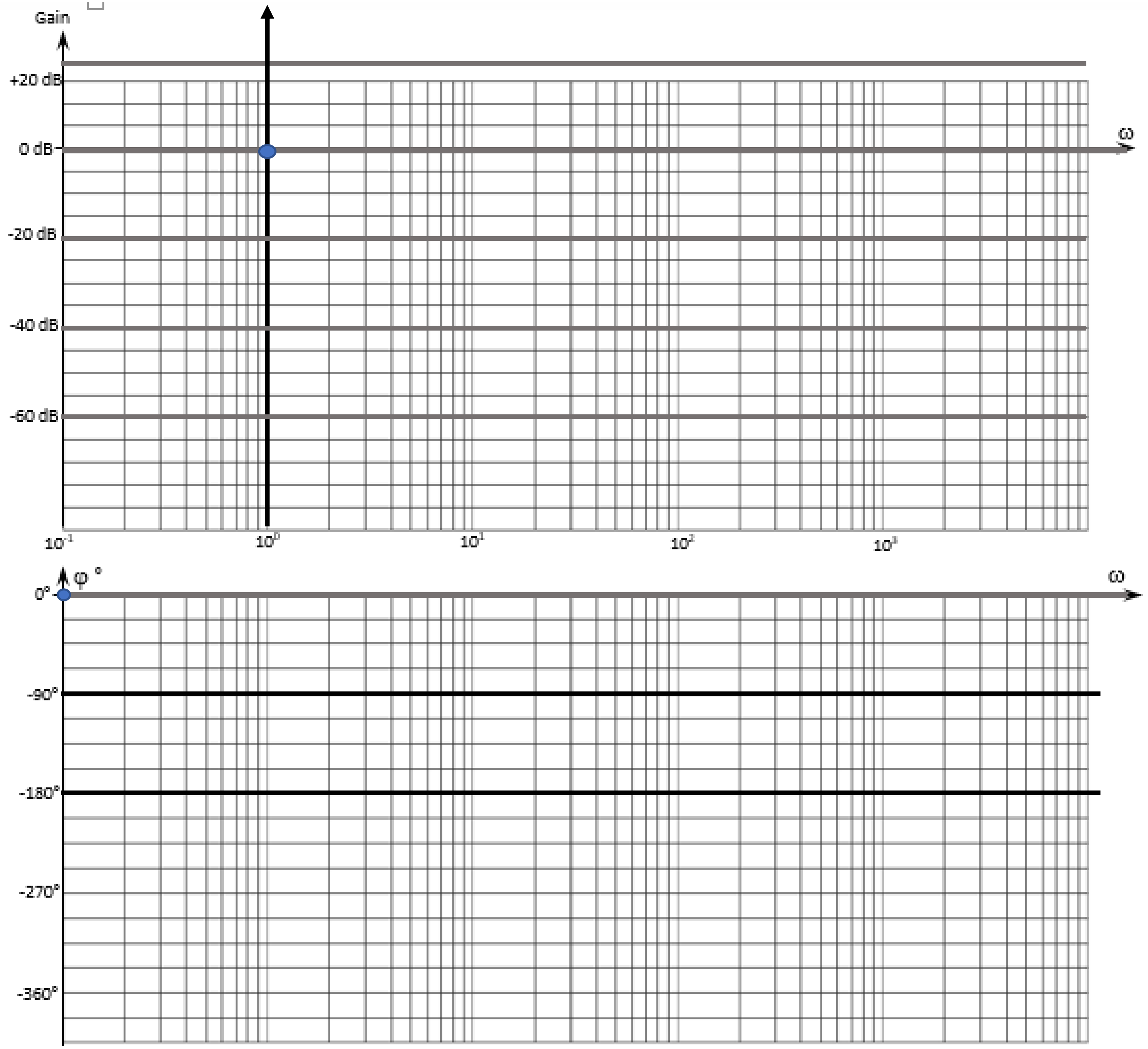
$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

<u>Deux</u> pulsations de cassure :

$$\omega_{K1} = 1/\tau_1$$

$$\omega_{K2} = 1/\tau_2$$

=> Pour le gain : deux as. obliques à -20 et -40 dB/déc.

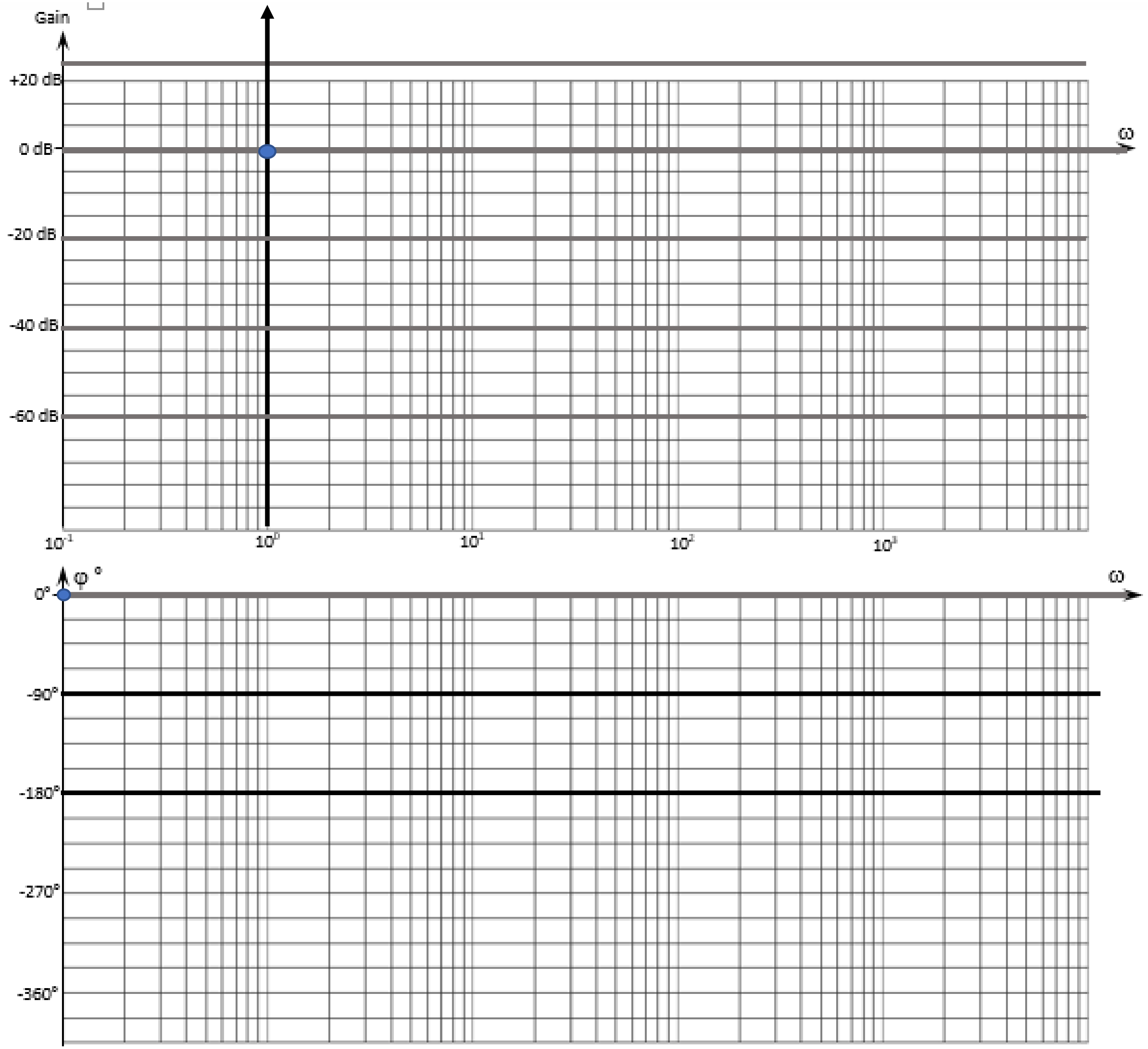


$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$:

Le dénominateur de H(p) n'est pas factorisable dans $\mathbb{R}$.

Remarque : le tracé du diagramme de Bode pour le cas critique $\xi = 1$, entre dans le cas $\xi \leq 1$. Voir ci-après.



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

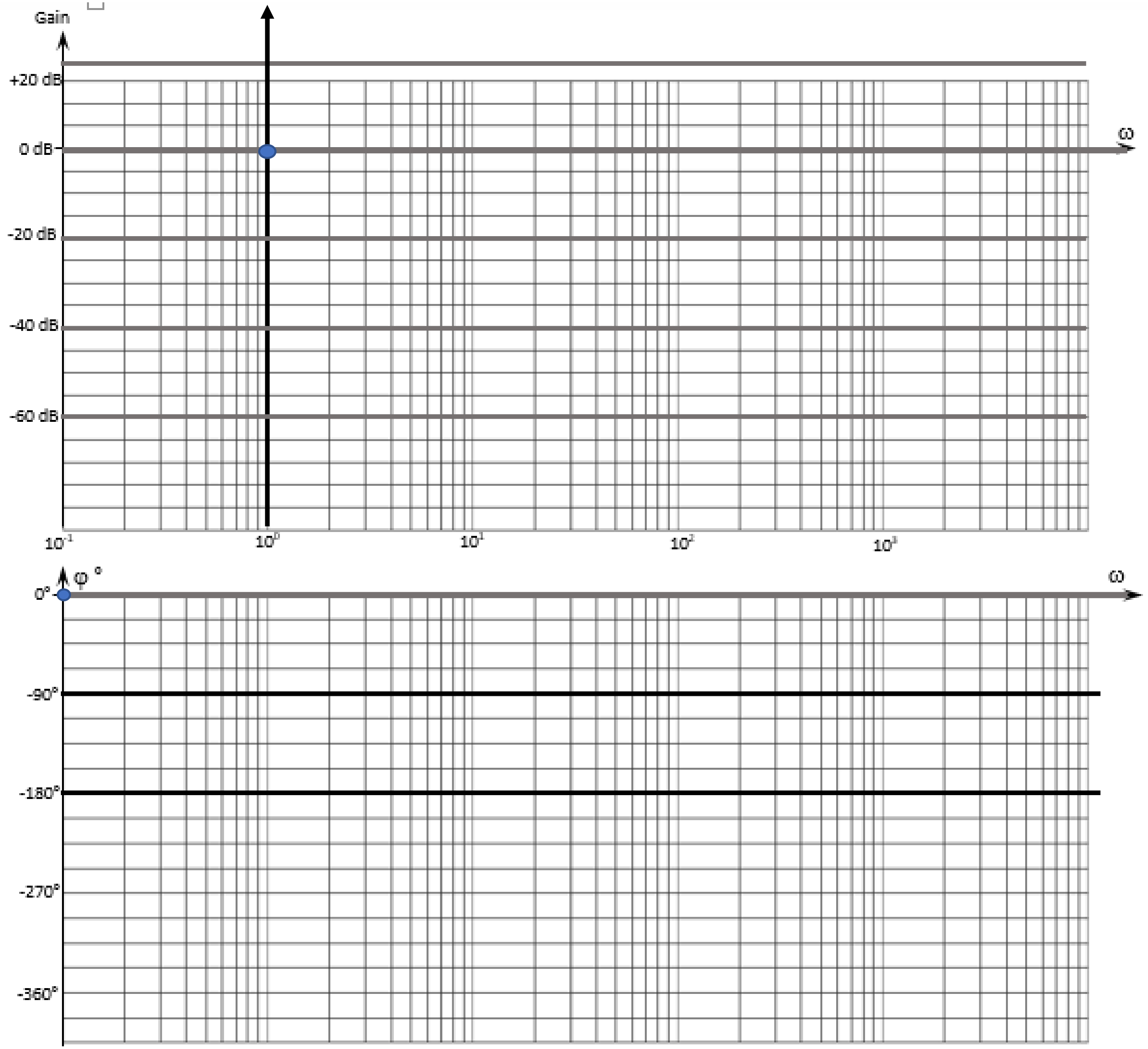
DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \rightarrow 0) = 20log(K)$$

<u>UNE</u> pulsation de cassure :

$$\omega_K = \omega_0$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

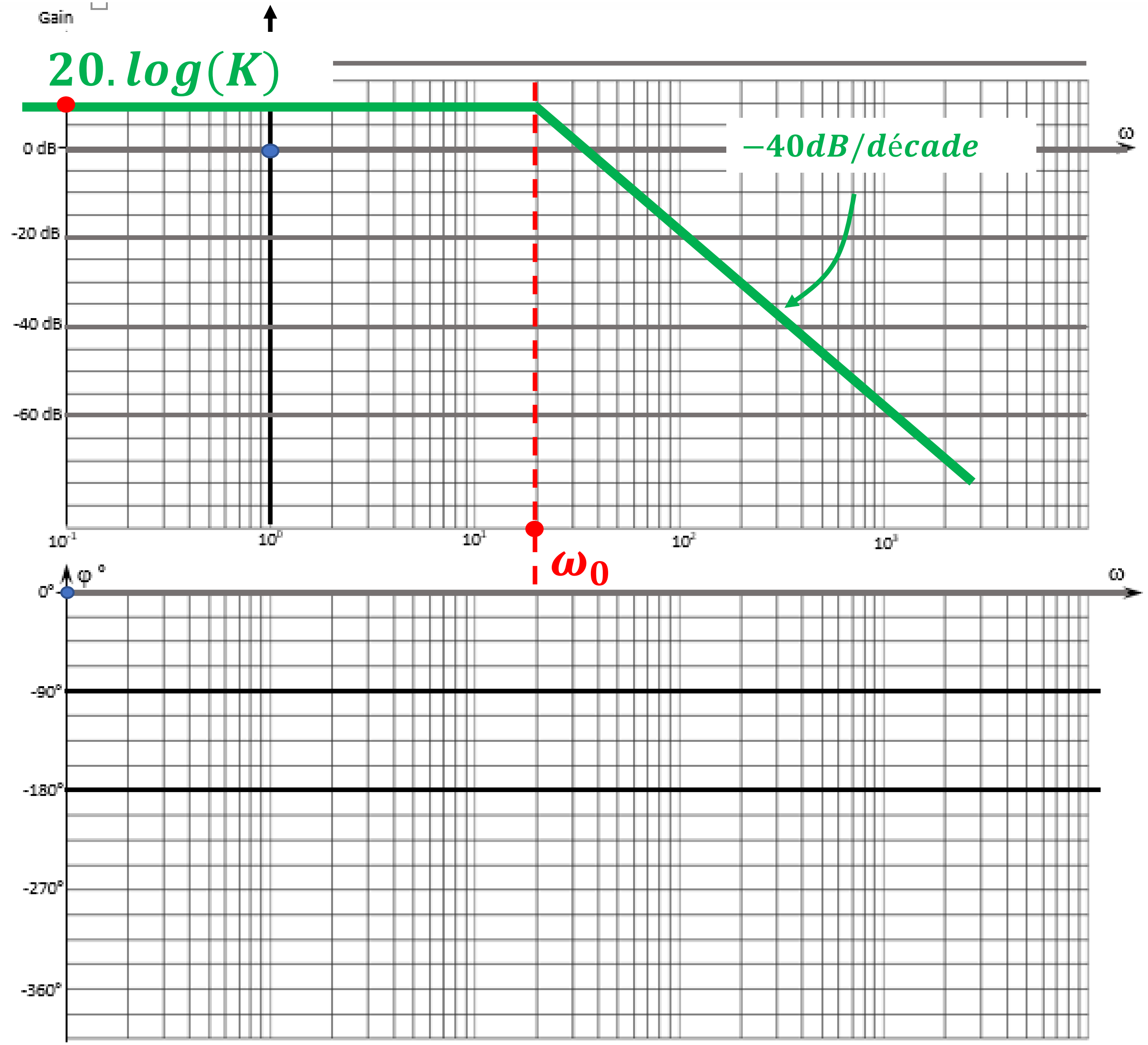
Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

<u>UNE</u> pulsation de cassure :

$$\omega_K = \omega_0$$

DONC, pour le gain : une seule as. oblique de pente -40dB/déc.



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

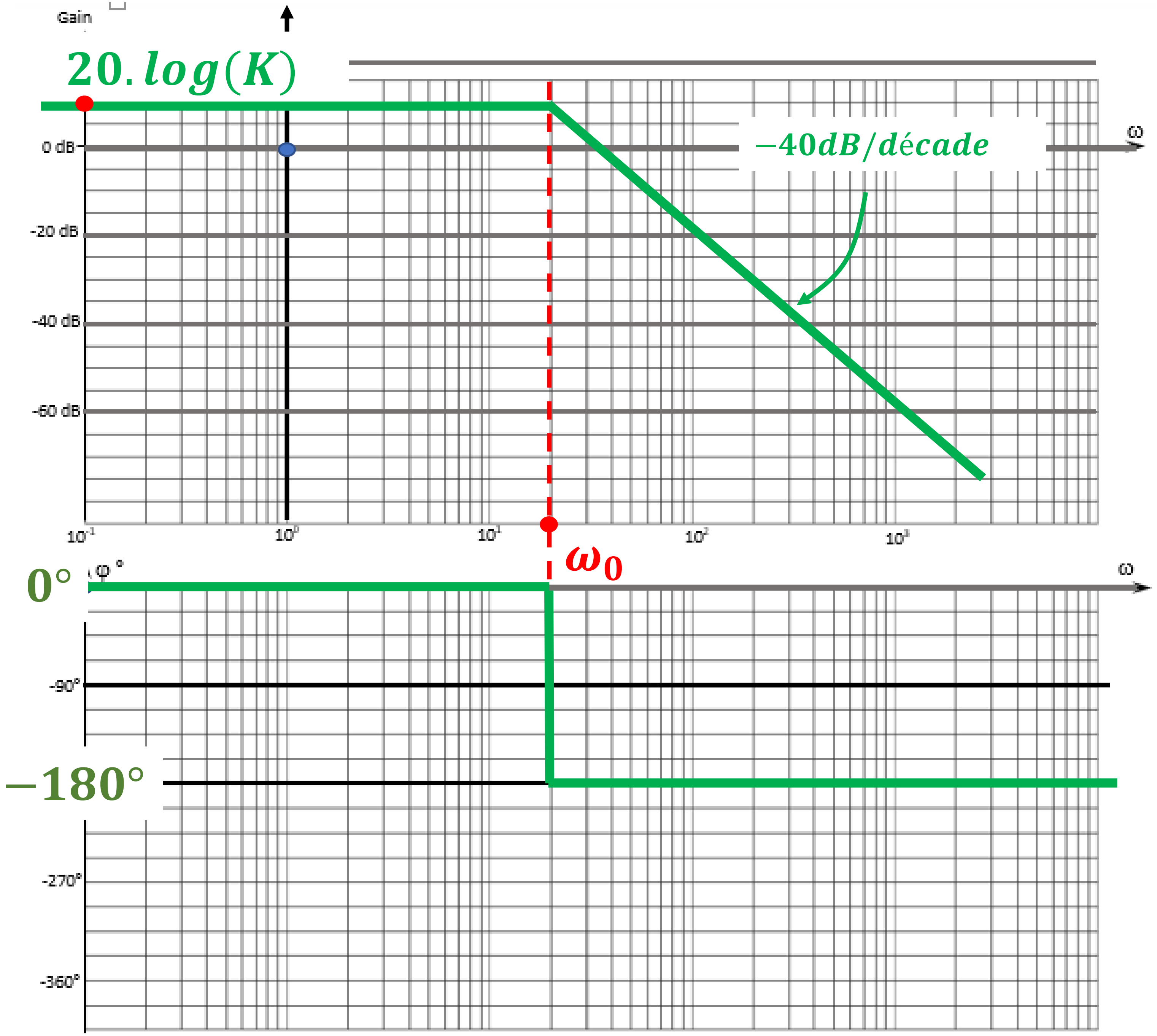
Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

<u>UNE</u> pulsation de cassure :

$$\omega_K = \omega_0$$

DONC, pour le gain : une seule as. oblique de pente -40dB/déc.



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

Gain en basses fréquences :

$$G_{dB}(\omega \to 0) = 20log(K)$$

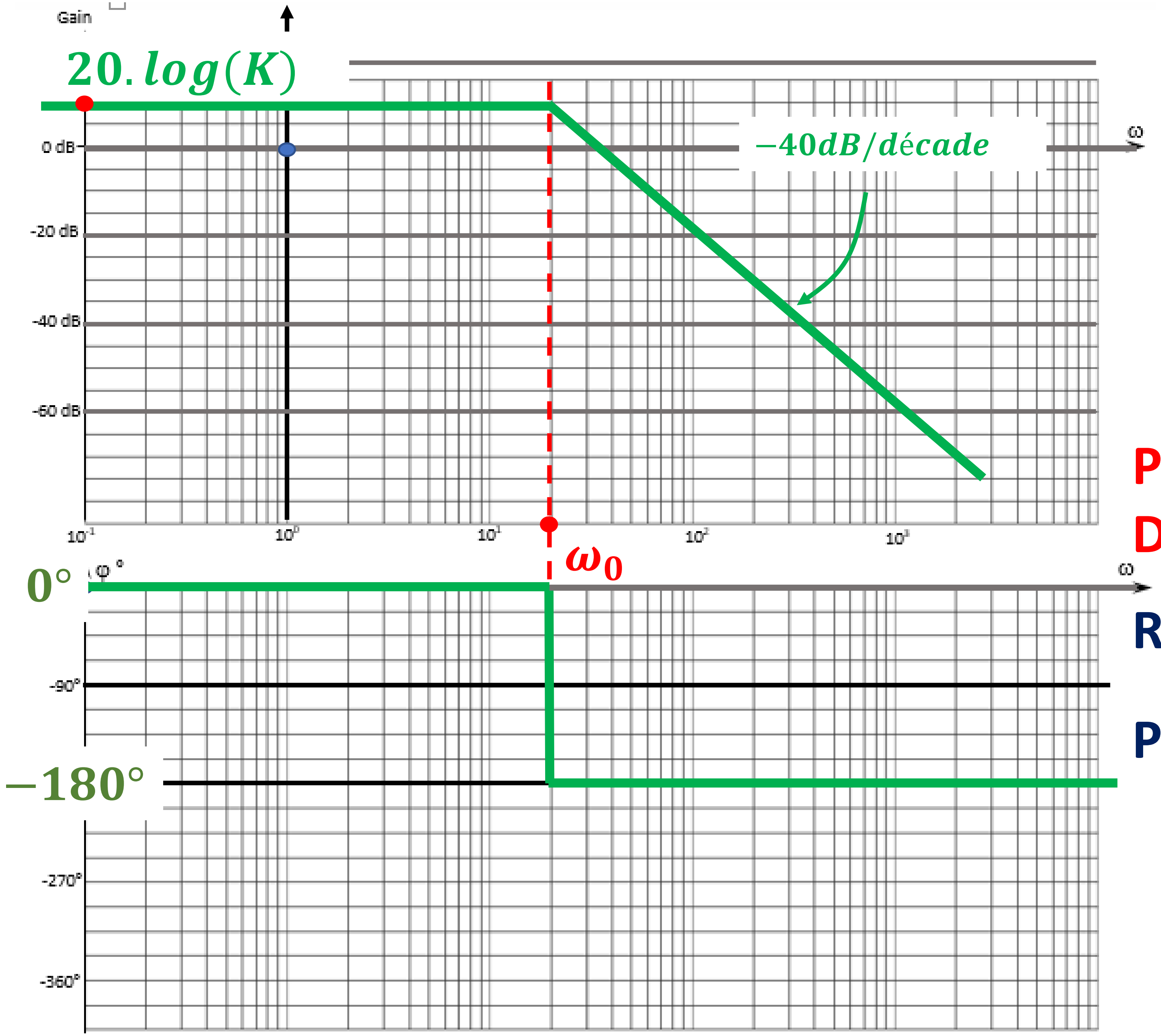
<u>UNE</u> pulsation de cassure :

$$\omega_K = \omega_0$$

DONC, pour le gain : une seule

as. oblique de pente

-40dB/déc.



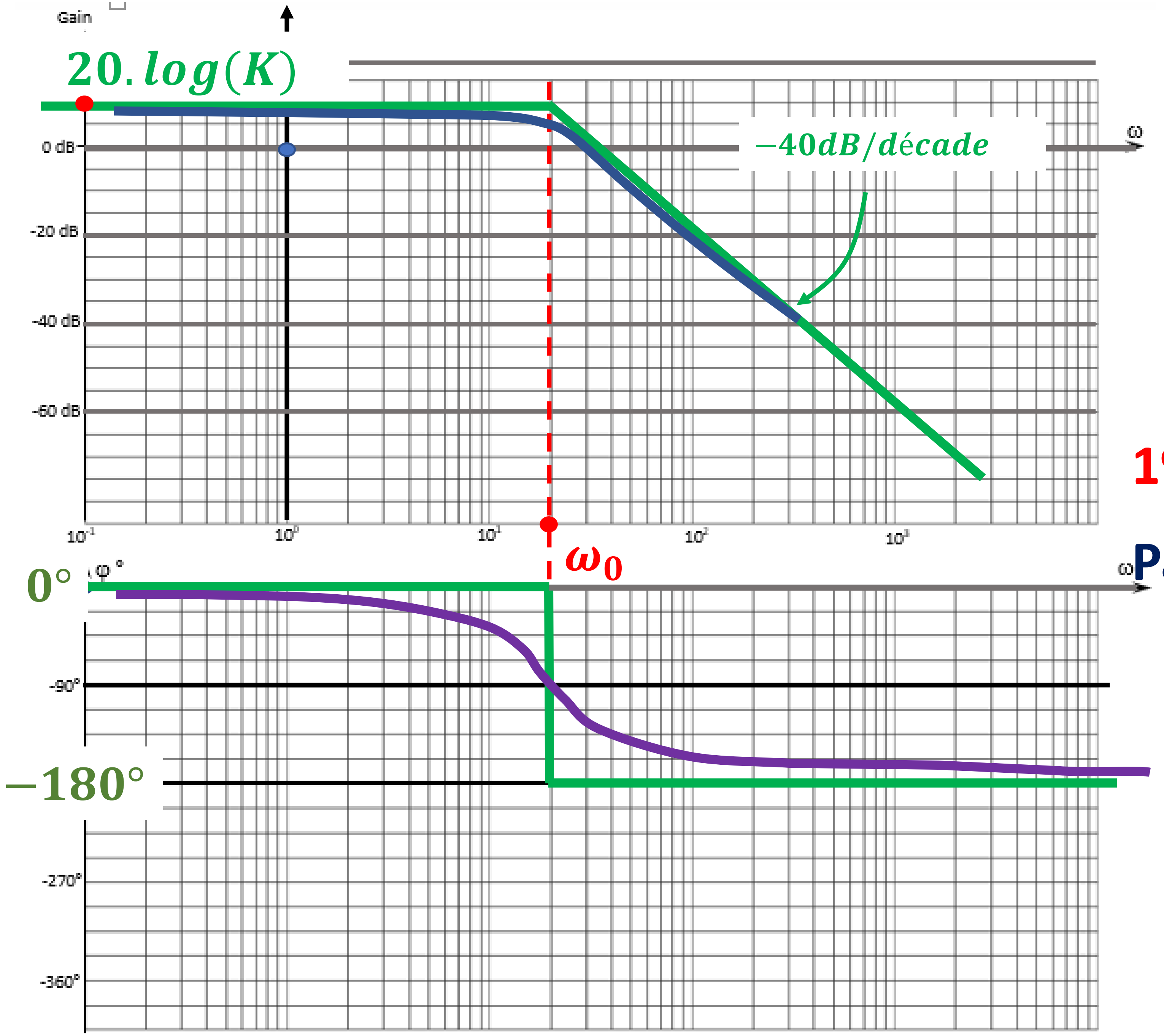
$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

Pour le tracé des courbes réelles, DEUX POSSIBILITES.

Résonnance : $\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Pas de résonnance : $\frac{\sqrt{2}}{2} < \xi \leq 1$

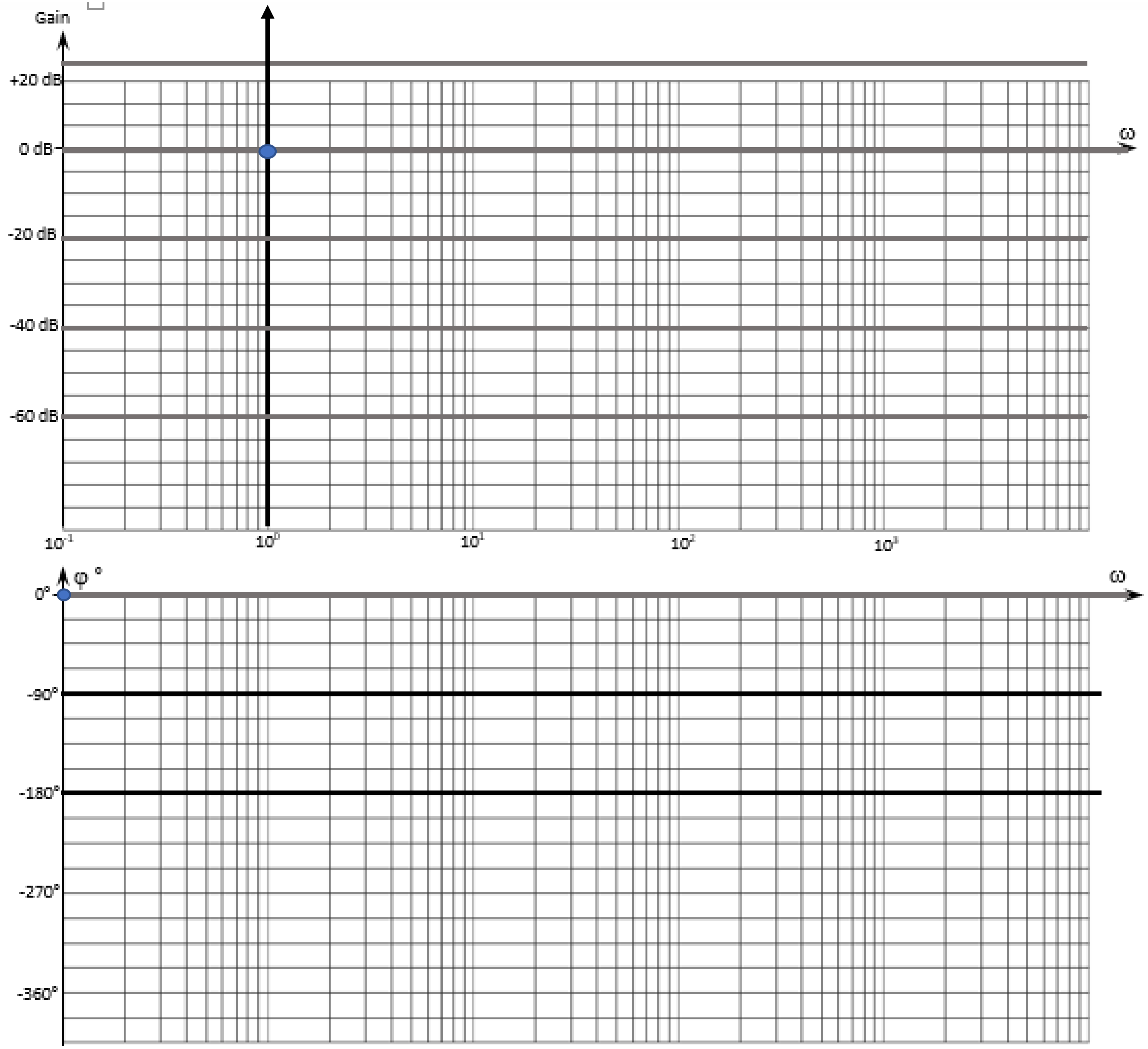


$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

1ère possibilité

Pas de résonnance : $\frac{\sqrt{2}}{2} < \xi \leq 1$

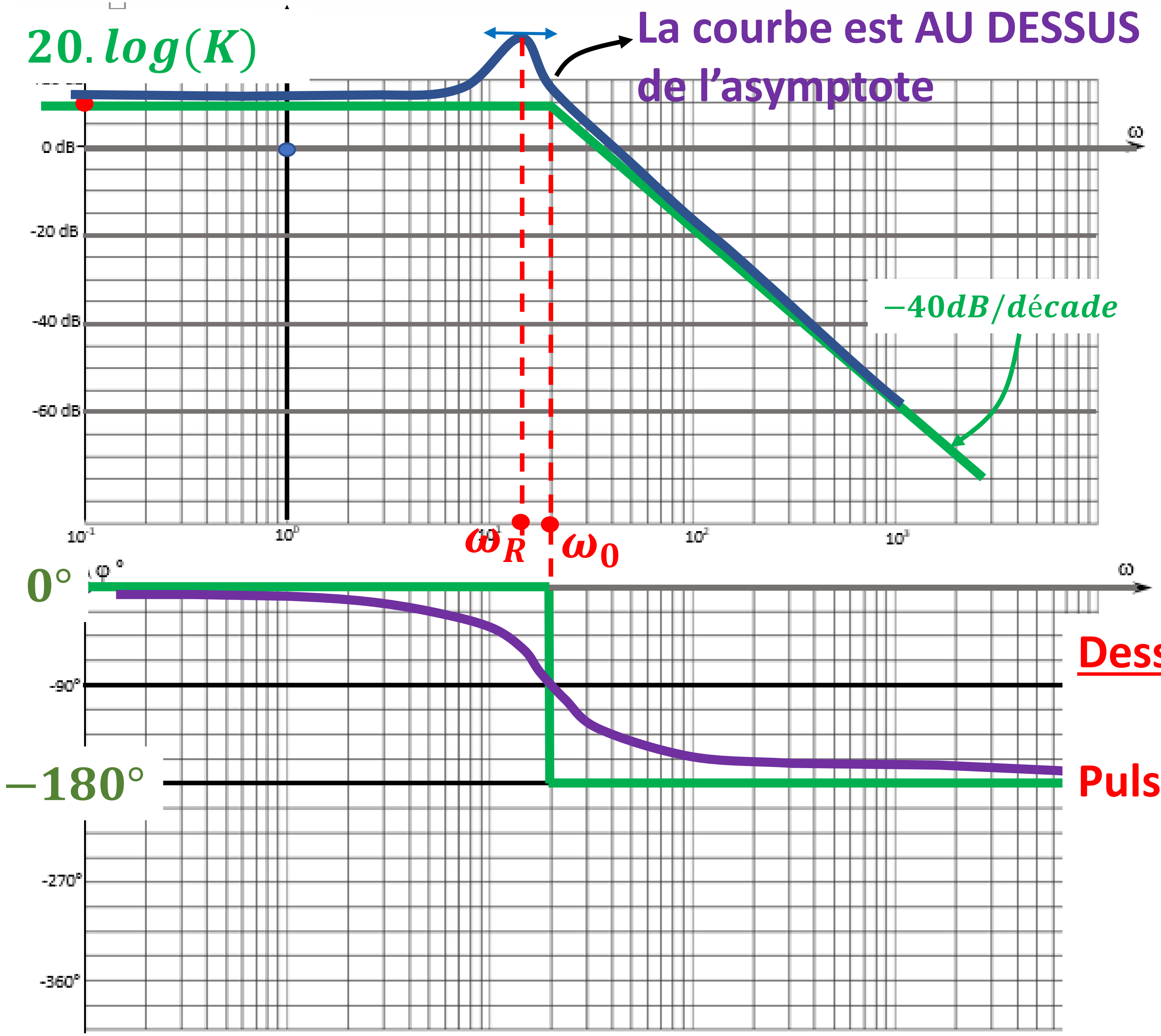


$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{{\omega_0}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

2ème possibilité

Résonnance : $\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

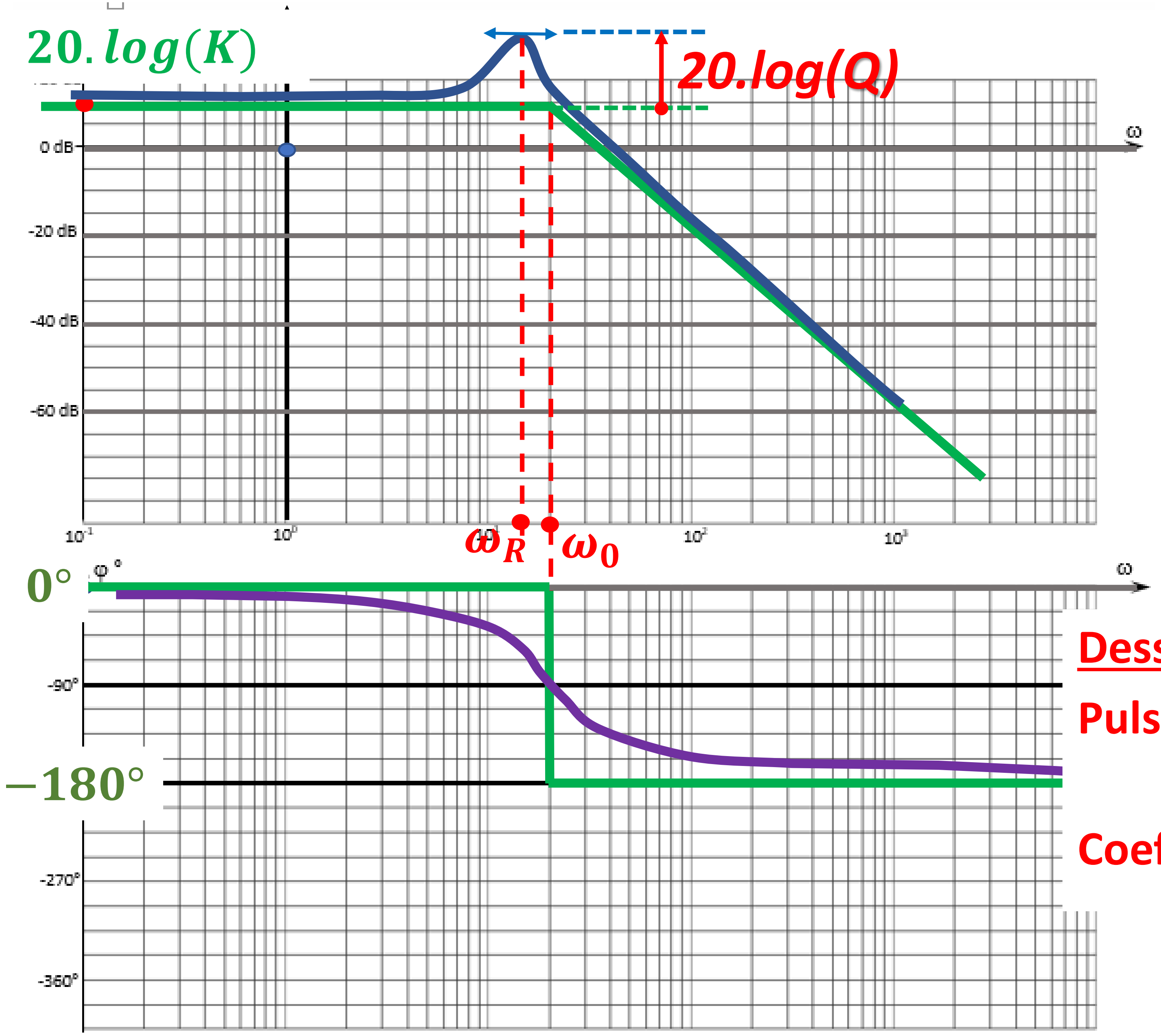
2ème possibilité

Résonnance : $\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Dessin de la résonnance

Puls de résonnance : $\omega_R = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2}$

$$\omega_R \leq \omega_0$$



$$H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0{}^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1}$$

DEUXIEME cas $\xi \leq 1$

2ème possibilité

Résonnance : $\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

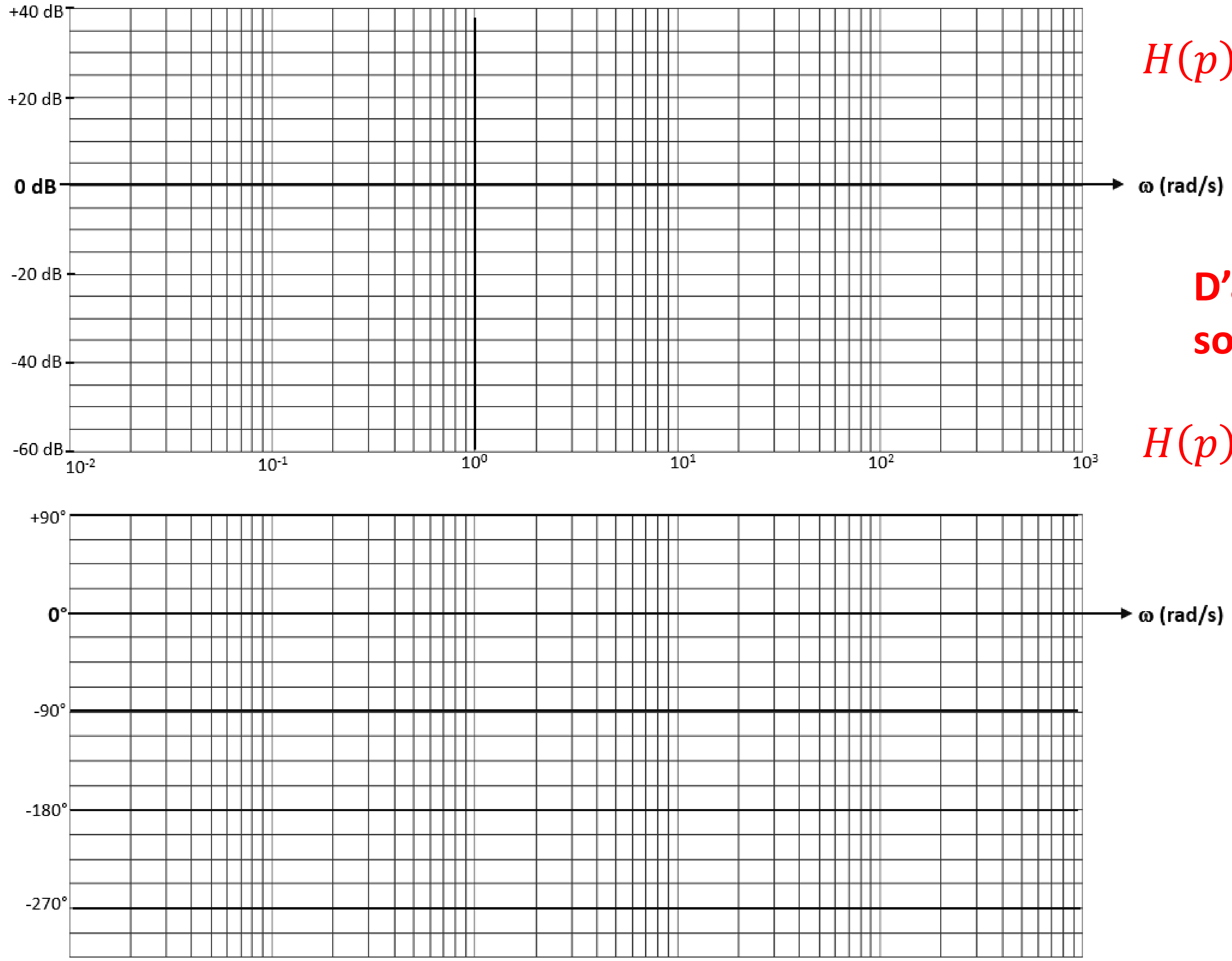
<u>Dessin de la résonnance</u>

Puls de résonnance : $\omega_R = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2}$

Coeff de surtension : $Q = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

Exemple

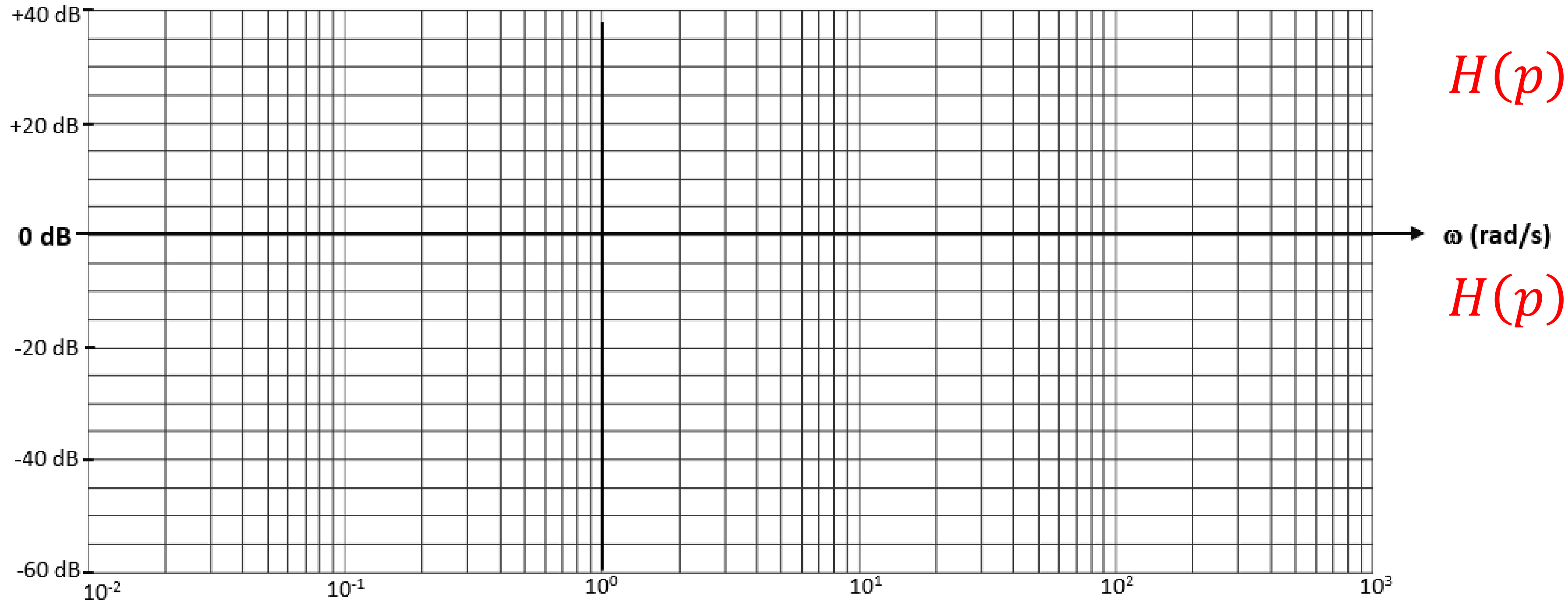
$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

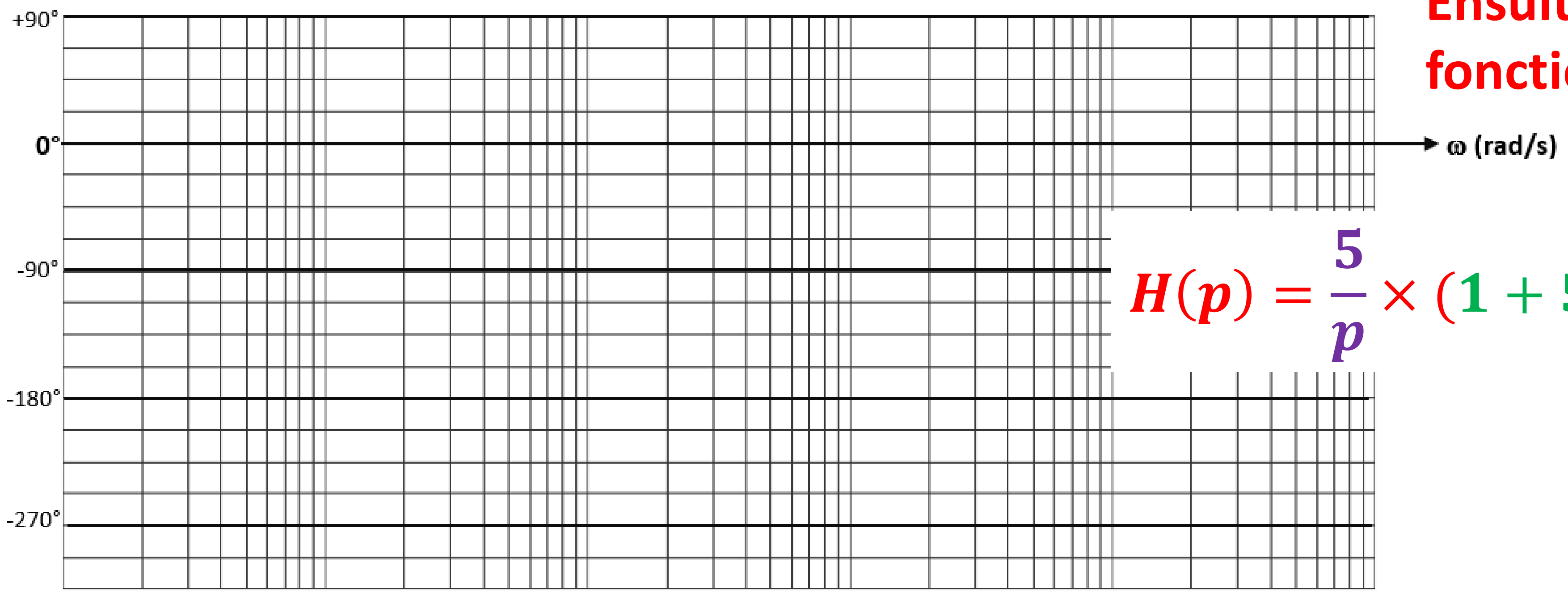
D'abord, on met la FT sous forme canonique :

$$H(p) = \frac{5(1 + 5p)}{p(1 + 0{,}5p + 0{,}25p^2)}$$



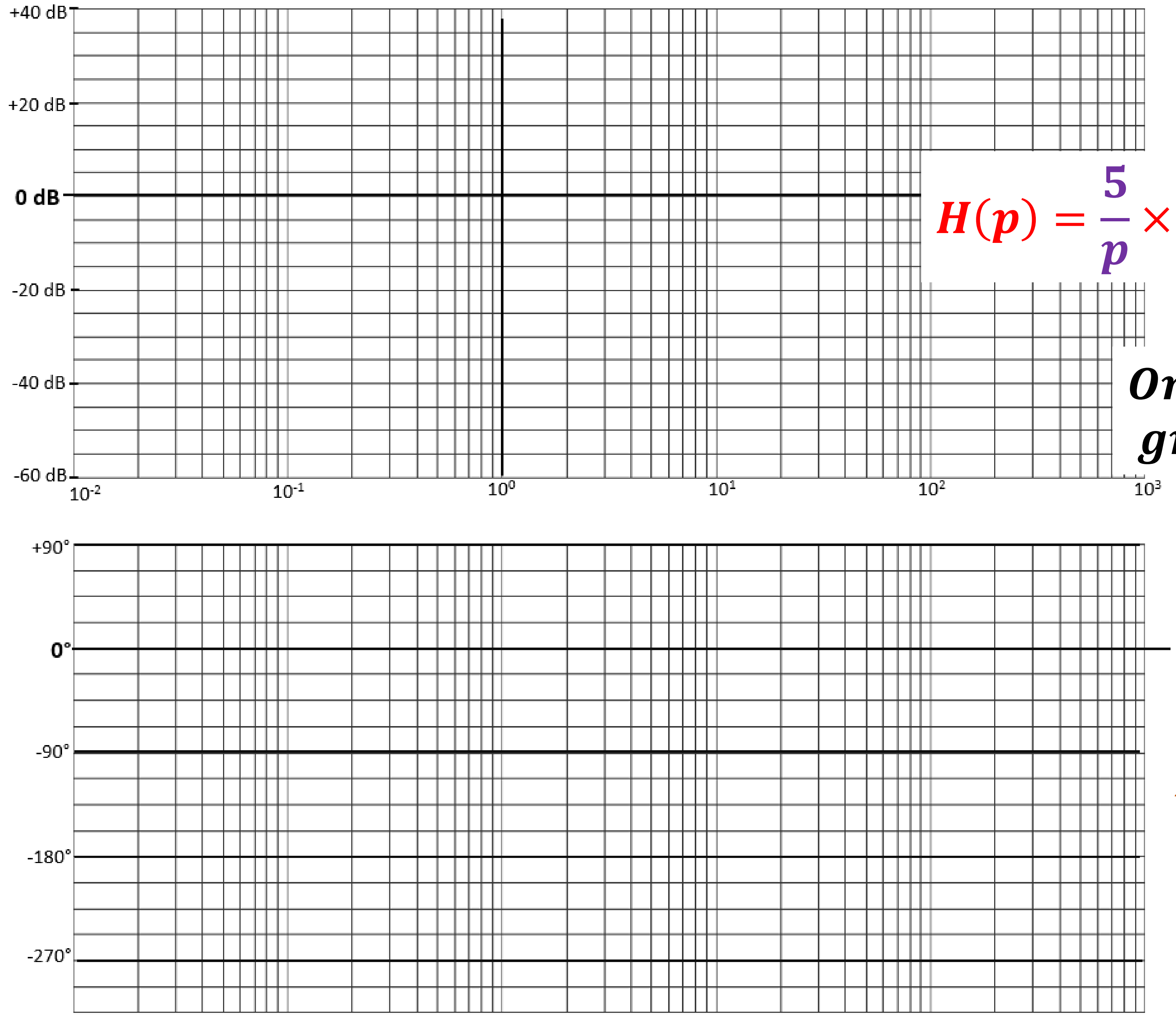
$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

$$H(p) = \frac{5(1 + 5p)}{p(1 + 0{,}5p + 0{,}25p^2)}$$



Ensuite, on fait apparaître les fonctions de transfert usuelles :

$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0{,}5p + 0{,}25p^2}$$



$$H(p) = \frac{5+25p}{p+0{,}5p^2+0{,}25p^3}$$

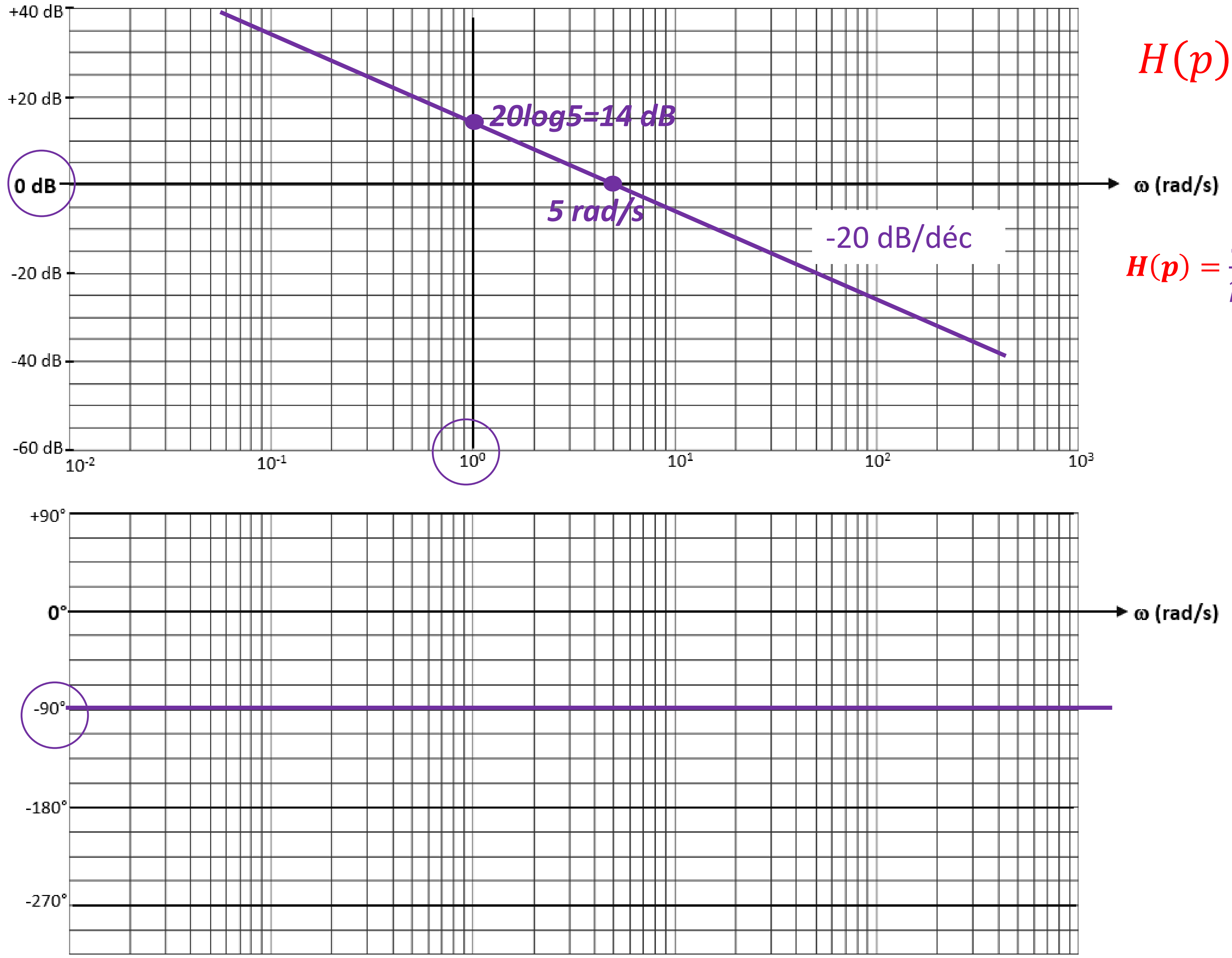
$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1+5p) \times \frac{1}{1+0,5p+0,25p^2}$$

On trace donc les trois graphes de Bode ci – dessous

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1+5p$$

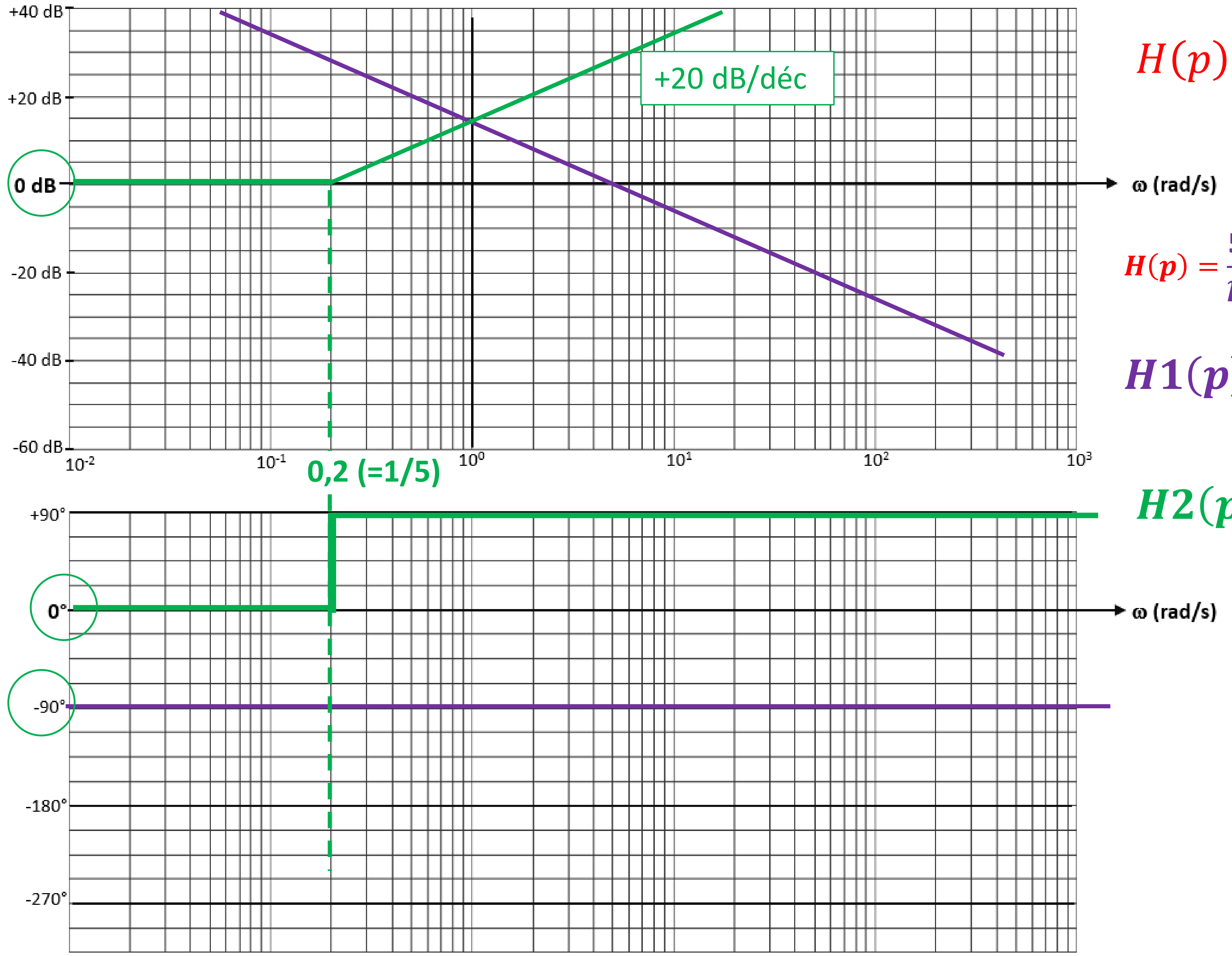
$$H3(p) = \frac{1}{1+0,5p+0,25p^2}$$



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

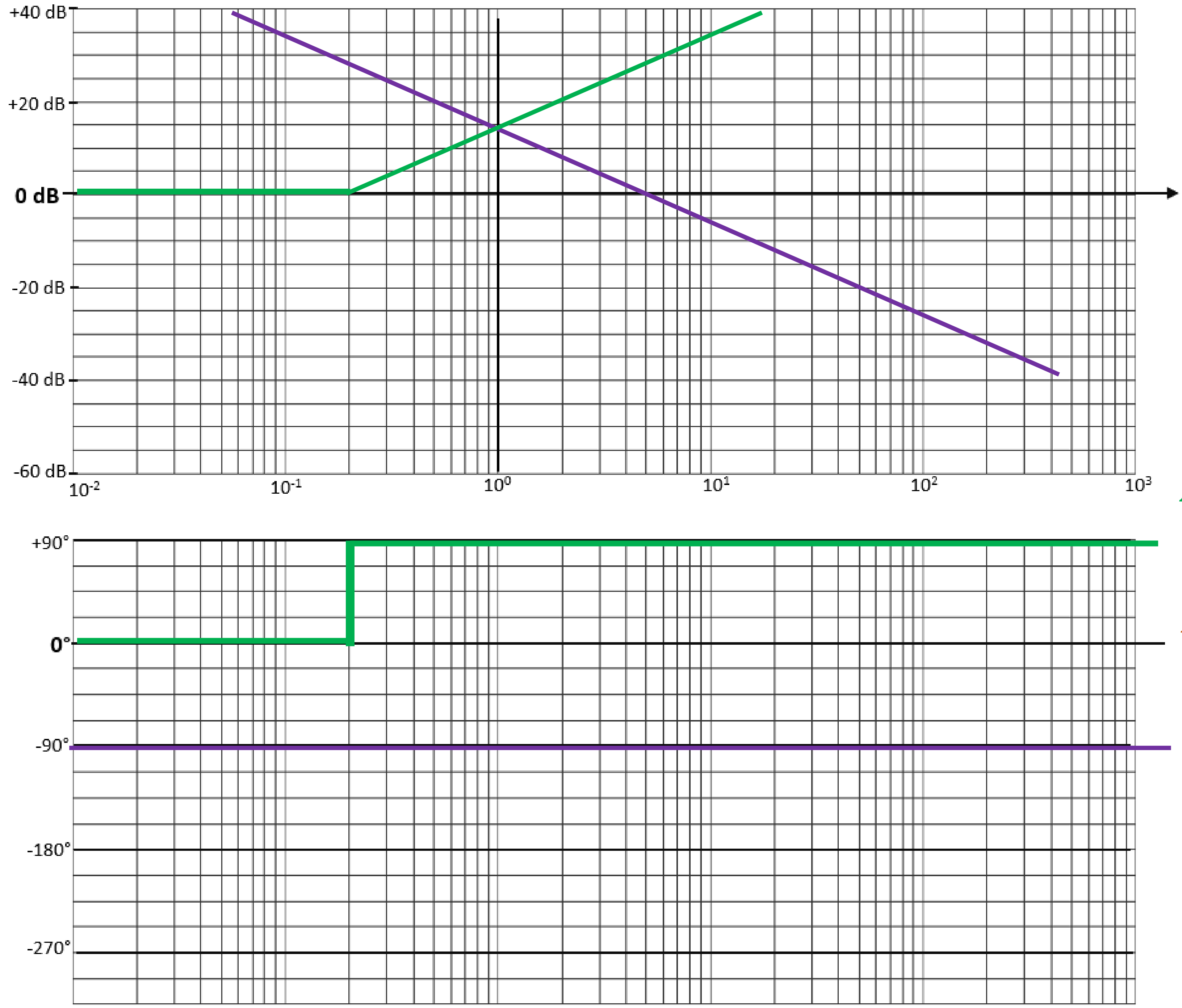


$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

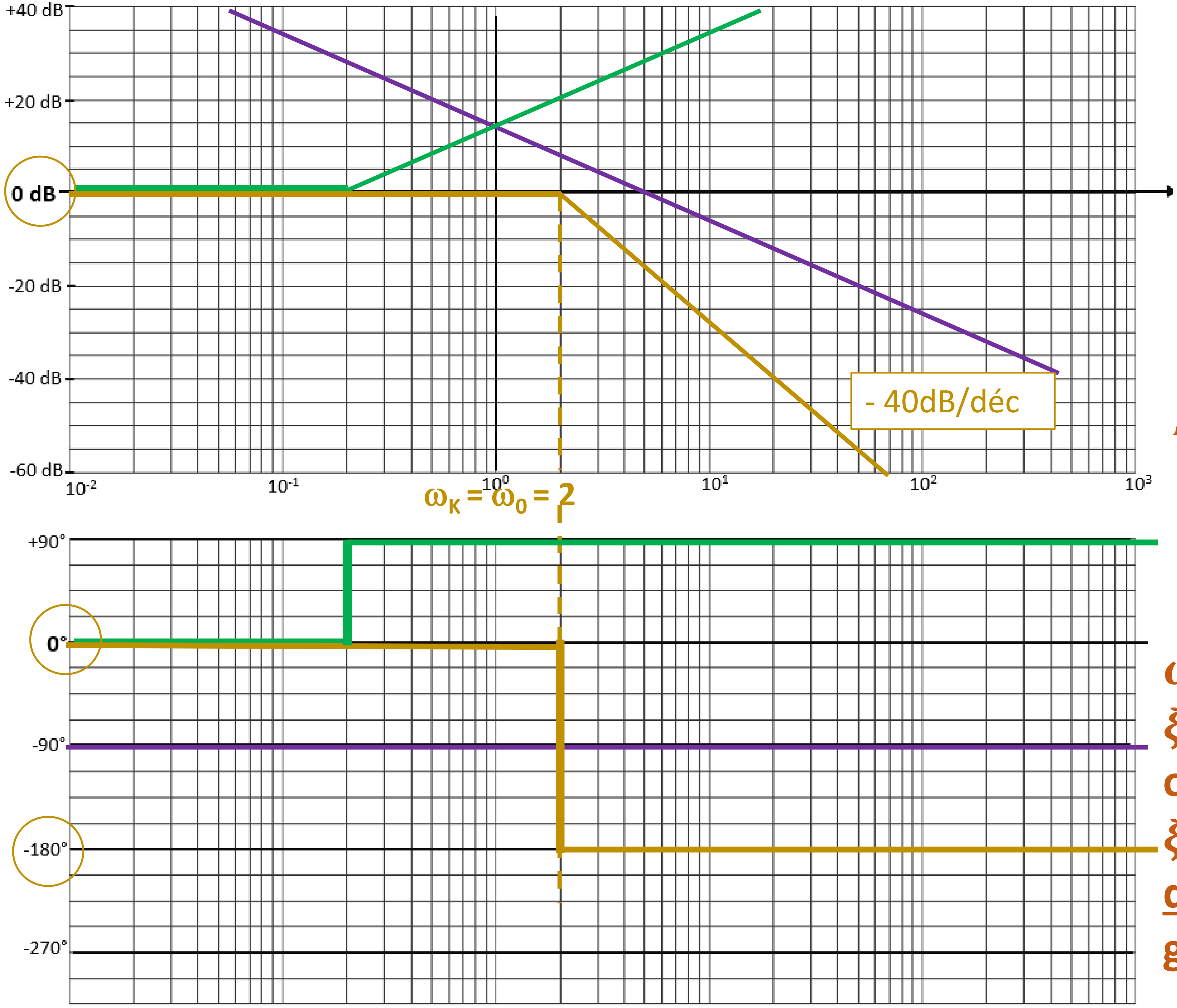
$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$

$$H3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,5}{2} p + \frac{p^2}{0,5^2}}$$



$$H(p) = \frac{5+25p}{p+0{,}5p^2+0{,}25p^3}$$

$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1+5p) \times \frac{1}{1+0,5p+0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1+5p$$

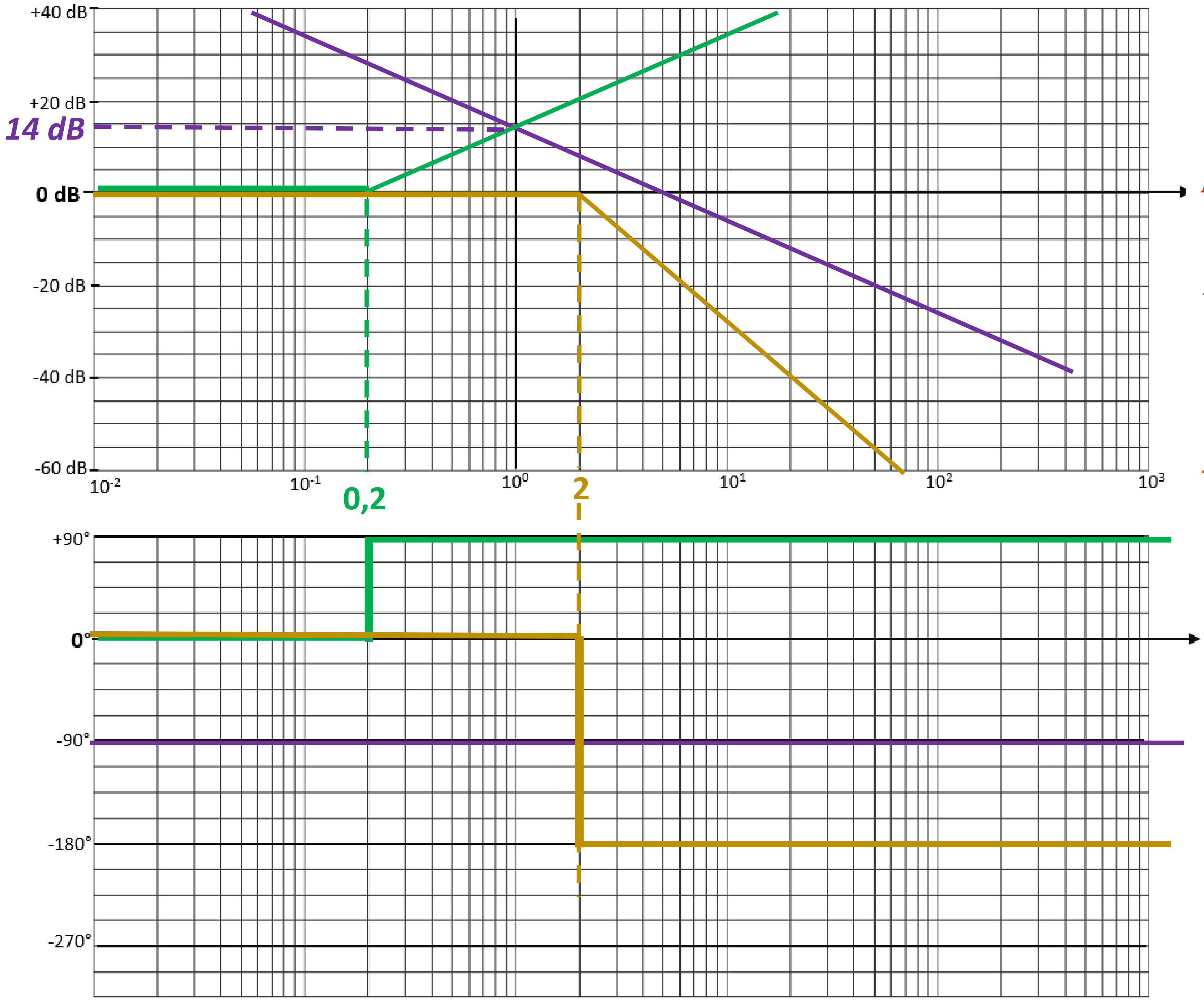
$$H3(p) = \frac{1}{1+0,5p+0,25p^2}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{2\times 0,5}{2}p+\frac{p^2}{2^2}}$$

$\omega_0 = 2\, rad/s$

$\xi = 0,5 < 1$: une seule as. oblique à -40dB/déc

$\xi = 0,5 < 0,7$: il y aura un pic de résonnance sur la courbe de gain



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

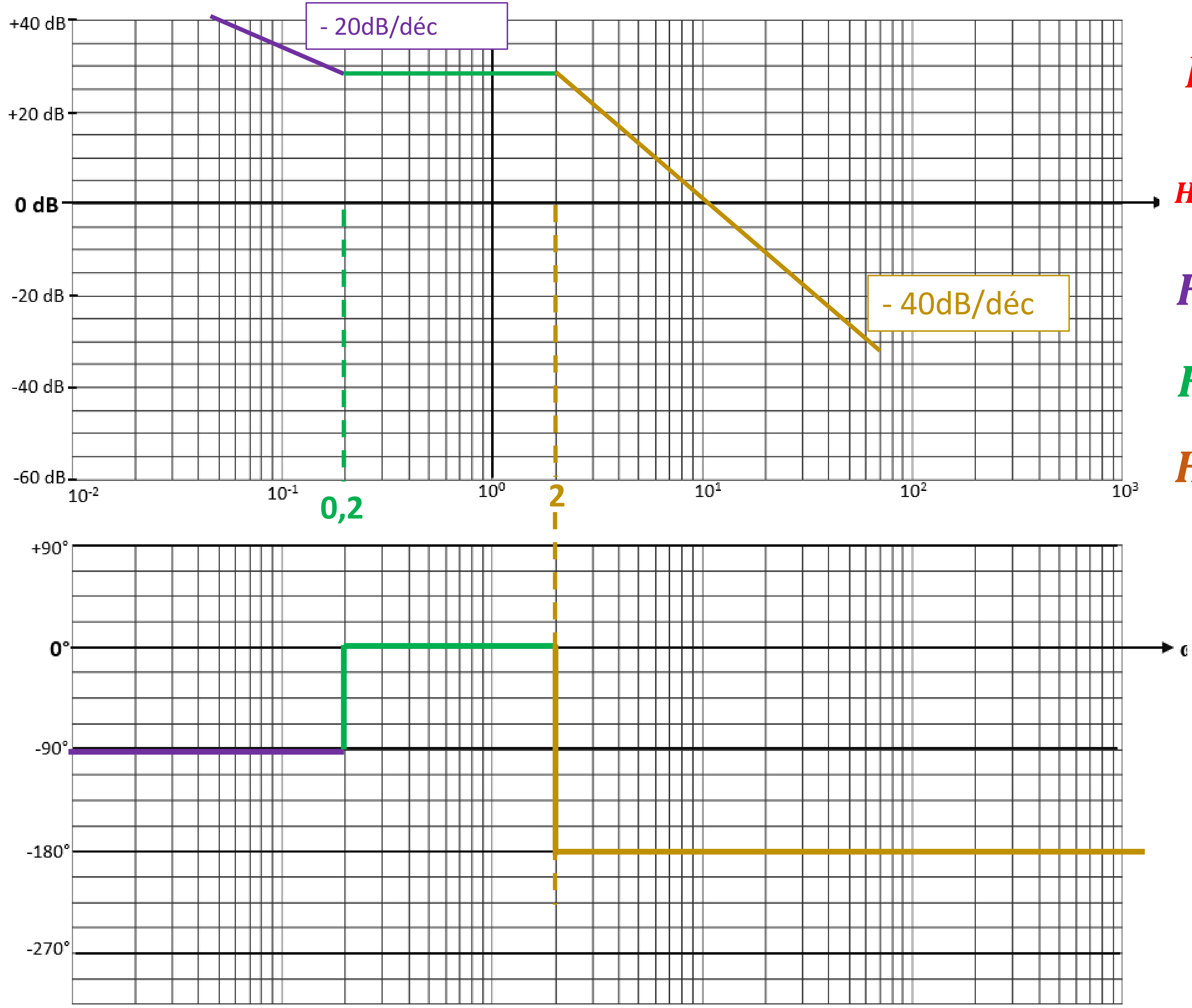
$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$

$$H3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

Pour avoir le diagramme de Bode asymptotique final, il faut « ajouter » les trois diagrammes asymptotiques.



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

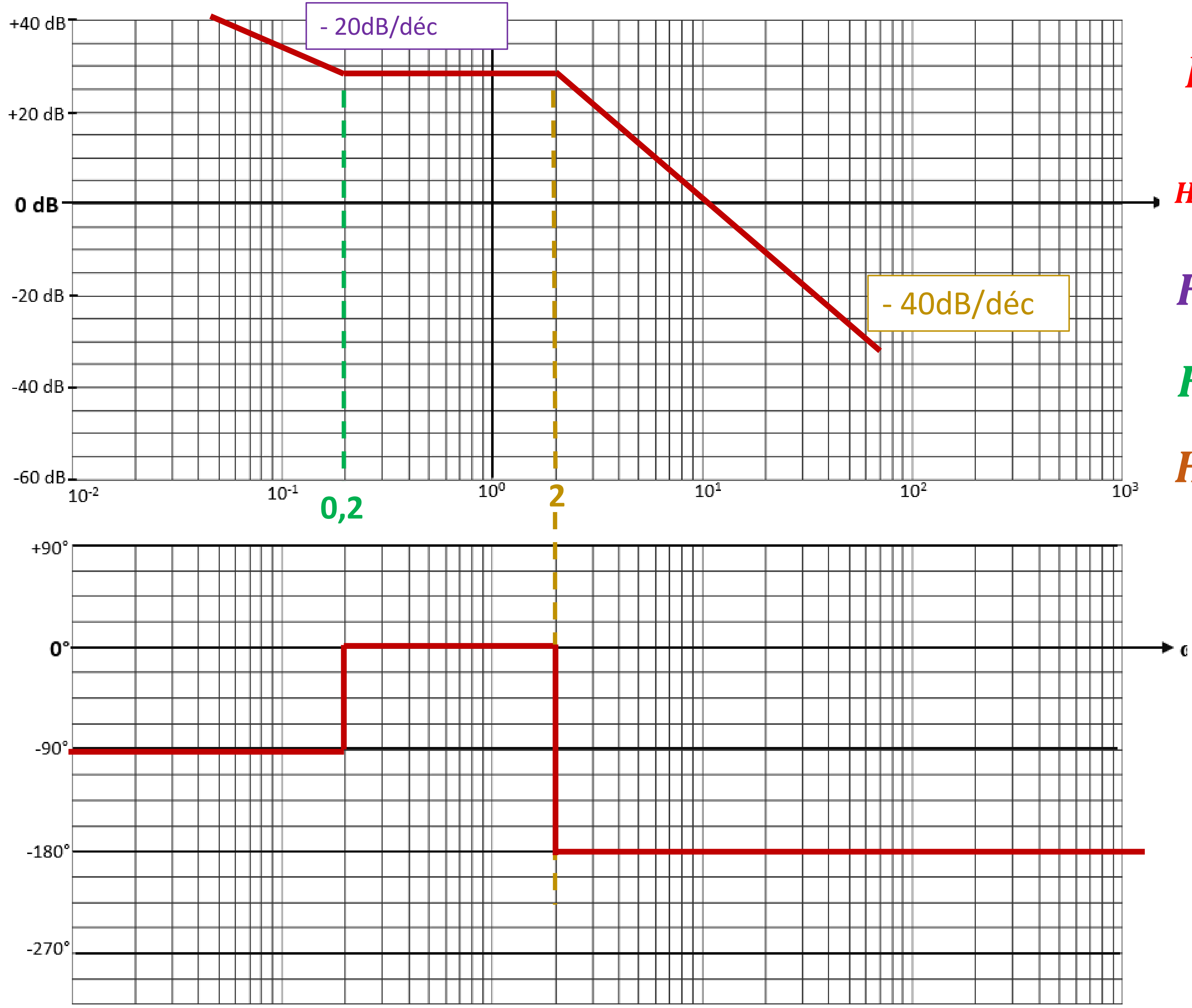
$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$

$$H3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

Pour avoir le diagramme de Bode asymptotique final, il faut « ajouter » les trois diagrammes asymptotiques.



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

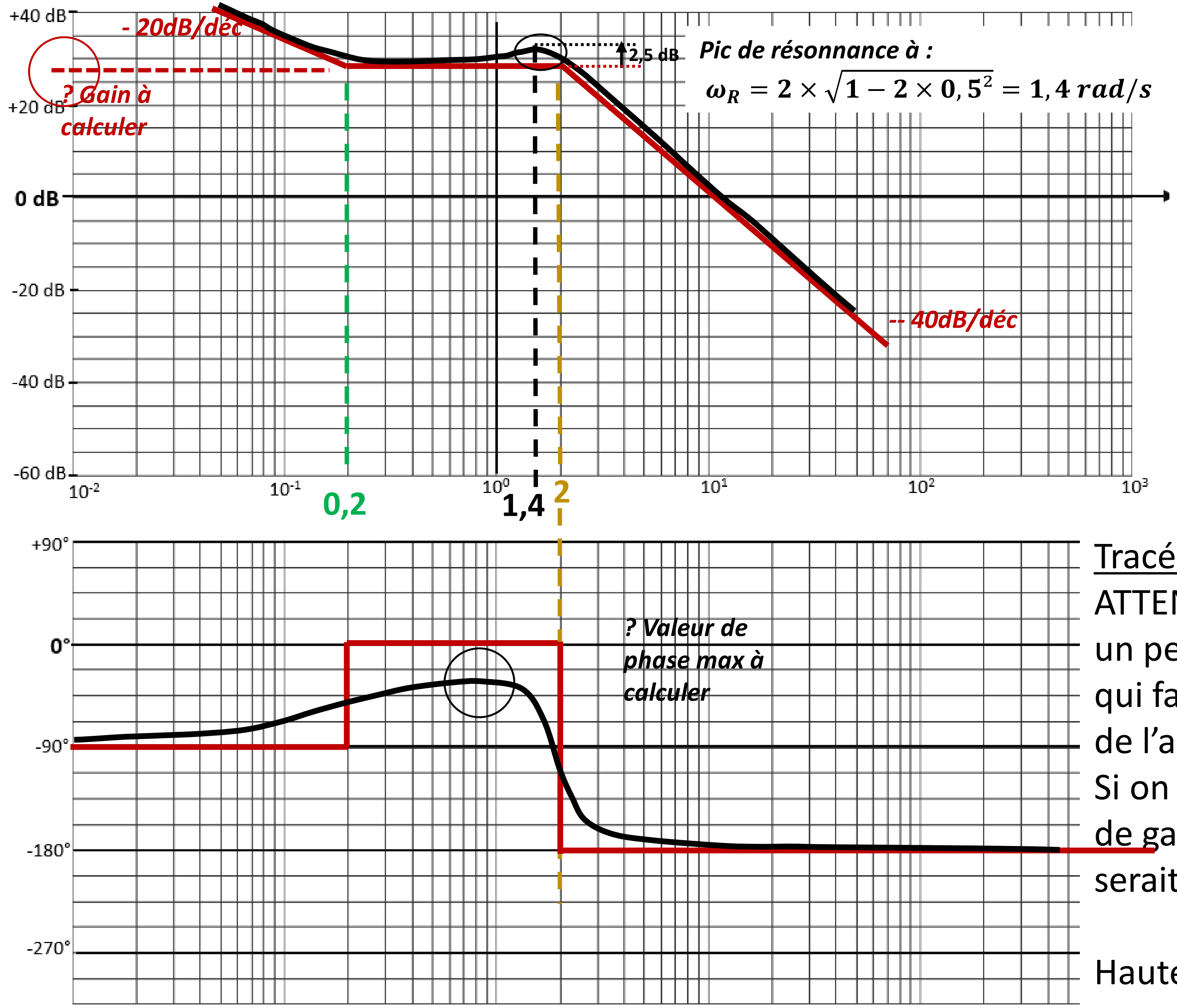
$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$

$$H3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

Pour avoir le diagramme de Bode asymptotique final, il faut « ajouter » les trois diagrammes asymptotiques.



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

$$H(p) = \frac{5}{p} \times (1 + 5p) \times \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

$$H1(p) = \frac{5}{p}$$

$$H2(p) = 1 + 5p$$

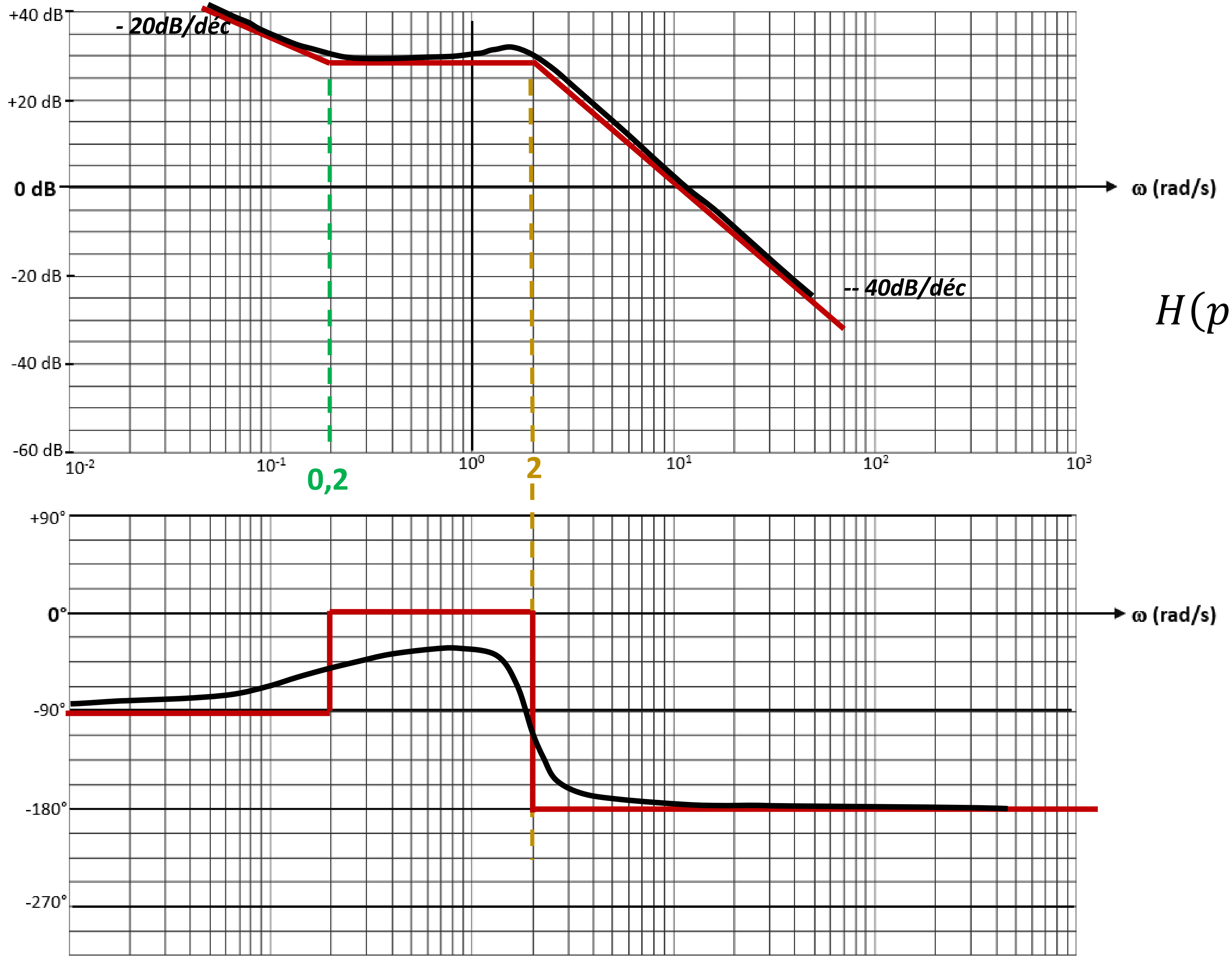
$$H3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p + 0,25p^2}$$

Tracé du diagramme réel

ATTENTION : ne pas oublier la résonnance un peu avant w_0=2rad/s (wr=… à calculer), qui fait passer la courbe de gain **au dessus** de l'asymptote oblique qui suit.

Si on n'avait pas eu de résonnance, la courbe de gain aurait coupé l'as. Horizontale et serait passée sous l'as oblique.

Hauteur pic « faible » : 20logQ=2,5 dB



$$H(p) = \frac{5 + 25p}{p + 0{,}5p^2 + 0{,}25p^3}$$

FIN