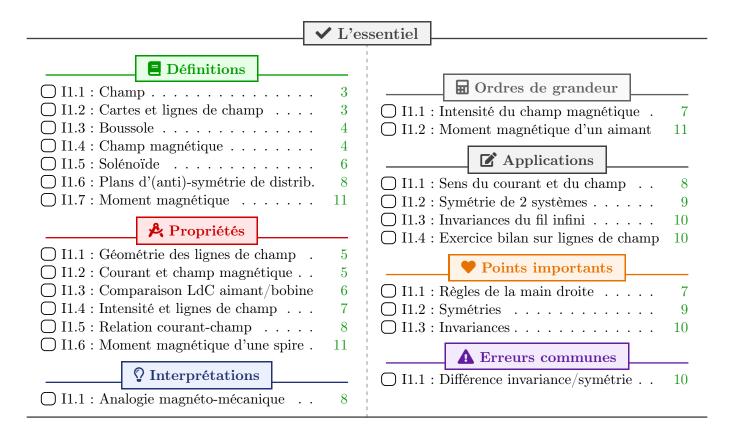
Champs magnétiques

A Astronomy and Pure Mathematics are the magnetic poles toward which the compass of my mind ever turns.

Carl Friedrich Gauss, lettre à Bolyai, 30 juin 1803

Sommaire I Introduction 3 3 4 4 4 4 6 6 7 **%** Capacités exigibles Exploiter une représentation graphique d'un Exploiter les propriétés de symétrie et d'invachamp vectoriel, identifier les zones de champ riance des sources pour prévoir des propriétés uniforme, de champ faible et l'emplacement du champ créé. des sources. DÉvaluer l'ordre de grandeur d'un champ ma-Tracer l'allure des cartes de champs magnégnétique à partir d'expressions fournies. tiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un Citer un ordre de grandeur du moment magnéappareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique associé à un aimant usuel. tique terrestre.



I. Introduction

I | Introduction

I/A Notion de champ en physique

Définition I1.1 : Champ

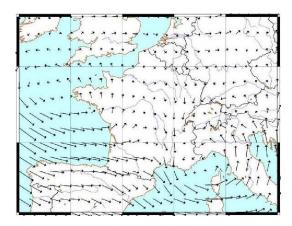
Un **champ** est une grandeur physique définie en tout point M. Sa valeur dépend en général également du temps. Il peut être :

 \diamond Scalaire : X(M,t) \diamond Stationnaire : indépendant temps : X(M,t) = X(M)

 \diamond Vectoriel : $\overrightarrow{X}(M,t)$ \diamond Uniforme : indépendant position : X(M,t) = X(t).

Exemple I1.1: Champs scalaire et vectoriel

- \diamond À deux dimensions, le champ d'**altitude** peut être défini sur une carte de randonnée. En tout point (x,y) de la carte, une grandeur **scalaire** z(x,y) est définie.
- \diamond On peut définir des champs scalaires de pression p(x,y) ou de température T(x,y) sur une carte météorologique.
- \diamond On peut définir un champ de **vitesse** du vent $\overrightarrow{v}(x,y)$ où un **vecteur** est défini en tout point d'une carte : sa **direction** autant que sa **norme** importent ;
- \diamond On peut aussi définir un champ de **force gravitationnelle** $\overrightarrow{F}(x,y,z)$ dans tout l'espace, qui pointe toujours vers le centre de la Terre.



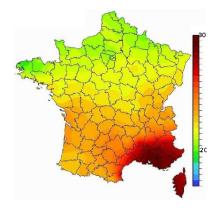


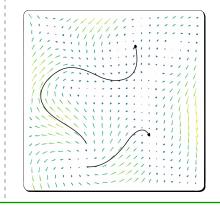
FIGURE I1.1 – Champ vectoriel du vent.

FIGURE I1.2 – Champ scalaire de la température.

Définition I1.2 : Cartes et lignes de champ

Pour représenter un champ vectoriel, on utilise des :

- ♦ cartes de champ : à chaque point de l'espace est associé un vecteur donnant le sens et la norme du champ;
- ♦ lignes de champ : ce sont les courbes orientées, tangentes au champ que l'on obtient en suivant le champ de proche en proche. Chaque ligne indique le sens du champ.



I/B Interaction entre aimants



Observation I1.1: Interactions entre aimants



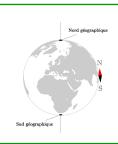
- ♦ Deux aimants peuvent s'attirer ou se repousser selon la façon dont on les oriente;
- ♦ Le champ magnétique peut être mis en évidence avec un petit aimant en forme d'aiguille (boussole);





Définition I1.3: Boussole

Une boussole est une aiguille aimantée libre de tourner. On appelle **nord** magnétique l'extrémité qui pointe vers le **nord géographique**.



I/C Le vecteur champ magnétique



♥ Définition I1.4 : Champ magnétique

Le champ magnétique est caractérisé par un vecteur, noté $\vec{B}(\mathbf{M},t)$, défini par :

- ♦ sa direction : celle d'une aiguille aimantée ;
- ♦ son sens : va du pôle Sud au pôle Nord de l'aiguille ;
- ♦ sa norme : s'exprime en tesla (T).

II Sources et cartes de champ magnétique



Aimant droit

Expérience I1.1 : Lignes de champ aimant droit



On dispose de la limaille de fer, se comportant comme de petits aimants orientales, autour d'un aimant droit. On observe qu'ils **s'orientent**, parallèlement aux lignes de champ. D'où la propriété :

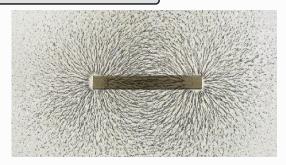


FIGURE I1.3 – Limaille sur aimant droit.

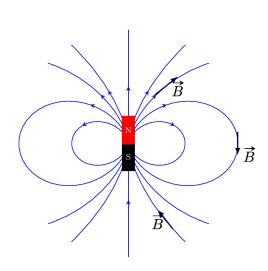


Propriété I1.1 : Géométrie des lignes de champ

Les lignes de champ du champ magnétique sont des **courbes fermées** qui sortent de l'aimant par le pôle Nord et y rentrent par le pôle Sud.



Exemple I1.2: Aimant droit



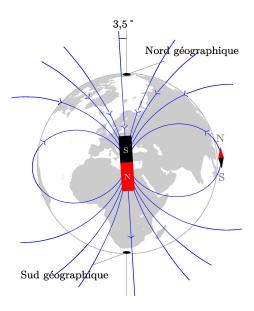


FIGURE I1.4 — Schématisation des lignes de champ dans un aimant droit, et schématisation du champ magnétique de la Terre comme celui d'un aimant droit. Une boussole à la surface de la Terre pointe vers le pôle Sud magnétique de la Terre, qui est proche du Nord géographique.

II/B

Champs magnétiques créés par des courants



Expérience I1.2 : Courant et champ magnétique

Soit un fil de cuivre horizontal, en-dessous duquel on place une boussole, alignée sur le champ magnétique terrestre. On place le dispositif de telle sorte à aligner les 2 initialement. On alimente alors le fil par un courant.

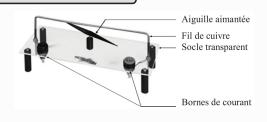


FIGURE I1.5 – Dispositif d'ŒRSTED



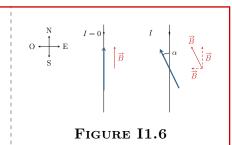
Observation I1.2 : Expérience d'ŒRSTED

- ♦ La boussole est alors déviée perpendiculairement au fil
- ♦ L'effet d'autant plus fort que le courant est intense.
- \diamondsuit Le sens de déviation change selon l'orientation du courant.



♥ Propriété I1.2 : Courant et champ magnétique

- ♦ Un fil parcouru par un courant génère un champ magnétique perpendiculaire à ce courant ;
- ♦ Le champ magnétique dépend de l'orientation et de l'intensité du courant

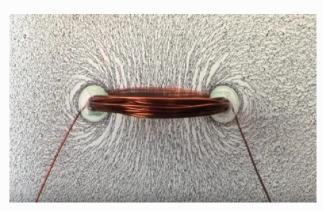


[II/B)1 Bobine plate

Expérience I1.3 : Lignes de champ bobine plate



Une bobine plate est un fil électrique de forme circulaire. On refait une expérience avec de la limaille de fer : on retrouve alors des lignes qui sont **analogues à celles créées par l'aimant**, si on le plaçait perpendiculairement à la spire (ici, vertical).



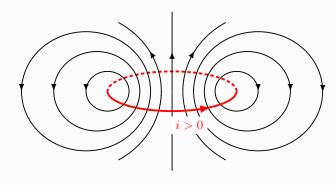


FIGURE I1.7 – Observation du champ créé par une bobine plate : limaille de fer et schématisation.



Propriété I1.3 : Comparaison LdC aimant/bobine

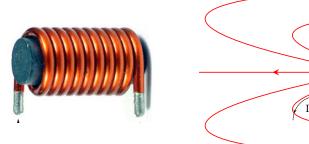
Les lignes de champ d'une bobine plate s'apparentent à celles d'un aimant droit.

II/B) 2 Solénoïde



Définition I1.5 : Solénoïde

En enroulant un fil le long d'un cylindre, on fabrique un **solénoïde**, ou bobine longue.



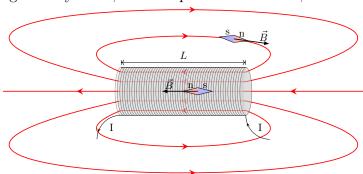


FIGURE I1.8 – Photo et représentation d'un solénoïde avec lignes de champ.

Étendre une bobine a pour effet de rendre les lignes de champ **parallèles dans le solénoïde**. En dehors, les lignes de champ se referment de façon <u>analogue</u> encore une fois à celle de l'aimant droit.

III Intensité du champ magnétique

III/A Lire une

Lire une intensité sur une carte

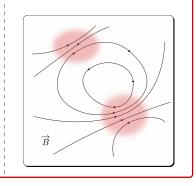
Plus une boussole est proche d'un aimant, plus elle s'aligne **rapidement** sur le champ magnétique. C'est au travers de ses effets sur les courants, les aimants etc. que nous mesurons l'intensité du champ magnétique, exprimé en tesla (T).



Propriété I1.4 : Intensité et lignes de champ

On lit l'intensité du champ \overrightarrow{B} par l'étude de la proximité de ses lignes de champ. Elles peuvent être :

- \diamond **proches** \equiv champ intense;
- \diamond éloignées \equiv champ moins intense;
- \diamond parallèles \equiv champ uniforme.





♥ Ordre de grandeur I1.1 : Intensité du champ magnétique

Source	Terre	Aimant	Électroaimant	IRM
Norme	$\approx 5 \times 10^{-5} \mathrm{T}$	$\approx [0.01 ; 0.5] \mathrm{T}$	$\approx [1; 10] \mathrm{T}$	$\approx 10\mathrm{T}$

III/B Dispositifs créant un champ uniforme



♥ Exemple I1.3 : Dispositifs de champ uniforme

- 1) Dans un solénoïde, les lignes de champ sont parallèles donc le champ y est uniforme.
- 2) De même entre les deux pôles d'un aimant en U.



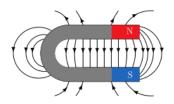
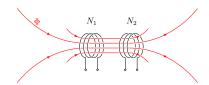


FIGURE I1.9 – Observation du champ créé par un aimant en U : limaille de fer et schématisation.

3) Idem au centre d'une bobine de HELMHOLTZ, voir animation ici. Elle se compose de deux bobines circulaires de même rayon R et espacée de R, parcourues par le même courant.

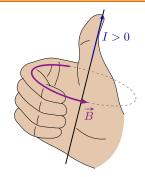


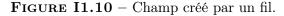
III/C Lien entre courant et champ magnétique

III/C) 1 Direction du champ magnétique



Important I1.1: Règles de la main droite





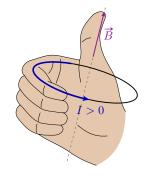


FIGURE I1.11 – Champ créé par une bobine.



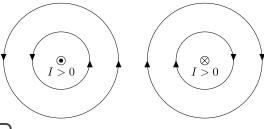
Interprétation I1.1 : Analogie magnéto-mécanique

Pour se créer une intuition de la direction du champ créé par un aimant ou par une bobine, il est utile d'essayer de se représenter la bobine comme un ventilateur sans pâle, qui aspire lentement l'air en amont, puis rapidement en son milieu, pour l'éjecter ensuite de l'autre côté. L'aimant serait alors un tuyau d'aspirateur inversé.



Application I1.1 : Sens du courant et du champ







III/C) 2 Proportionnalité



Propriété I1.5 : Relation courant-champ

En général

Dans le vide, le champ magnétique créé par un courant iest donné par :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{i(t)}{L}$$

- $\diamond i(t)$ le courant;
- $\Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \,\mathrm{H} \cdot \mathrm{m}^{-1} \,\,\mathrm{est} \,\,\mathrm{la} \,\,\mathrm{perm\'eabilit\'e} \,\,\mathrm{du} \,\,\mathrm{vide}\,;$
- \diamond L est une longueur typique du système.

Solénoïde

À l'intérieur d'un solénoïde de N spires où le champ est uniforme, on a

$$\overrightarrow{B} = \mu_0 ni(t) \overrightarrow{u_z}$$

avec $\overrightarrow{u_z}$ l'axe orienté selon la règle de la main droite par rapport au courant, et $n = \frac{N}{L}$ le nombre de spires par mètre.

III/C)3Symétries de distribution et de champ



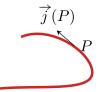
Définition I1.6 : Plans d'(anti)-symétrie d'une distribution

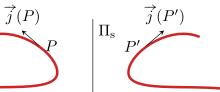
Soit $\vec{i}(M)$ le vecteur de distribution de courant. Il peut posséder deux plans intéressants :

Plan de symétrie Π_s

Les courants en tous points P et P' symétriques par rapport à Π_s sont eux-mêmes symétriques:

$$\vec{j}(P') = \operatorname{sym}_{\Pi_s} \vec{j}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j}_{\parallel}(P) = +\vec{j}_{\parallel}(P') \\ \vec{j}_{\perp}(P) = -\vec{j}_{\perp}(P') \end{cases}$$



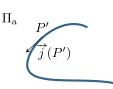


Plan d'antisymétrie Π_a

Les courants en tous points P et P' symétriques par rapport à Π_s sont antisymé-

$$\vec{j}(P') = \operatorname{sym}_{\Pi_{\mathbf{s}}} \vec{j}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j}_{\parallel}(P) = +\vec{j}_{\parallel}(P') \\ \vec{j}_{\perp}(P) = -\vec{j}_{\perp}(P') \end{cases} \qquad \vec{j}(P') = -\operatorname{sym}_{\Pi_{\mathbf{a}}} \vec{j}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j}_{\parallel}(P) = -\vec{j}_{\parallel}(P') \\ \vec{j}_{\perp}(P) = +\vec{j}_{\perp}(P') \end{cases}$$





L'étude des symétries est toute une science en soit, qui a mené à une des plus grandes découvertes scientifiques du monde : le théorème de NOETHER¹, démontré en 1915. Dans le cas du champ magnétique, on obtient les résultats suivants :

\sim

Important I1.2 : Symétries

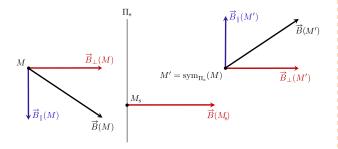
Soit M un point, Π_s un plan de symétrie de la distribution, et Π_a un plan d'antisymétrie.

Plan de symétrie $\Pi_{\rm s}$

Pour M et M' symétriques par rapport à Π_s , le champ \overrightarrow{B} est **anti-symétrique** par rapport à Π_s :

$$\vec{B}(M') = -\operatorname{sym}_{\Pi_{s}} \left(\vec{B}(M) \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{B}_{\parallel}(M) = -\vec{B}_{\parallel}(M') \\ \vec{B}_{\perp}(M) = +\vec{B}_{\perp}(M') \end{cases}$$



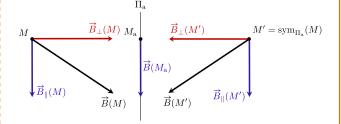
Soit $\forall M_{\rm s} \in \Pi_{\rm s}, \quad \overrightarrow{B}(M_{\rm s}) \perp \Pi_{\rm s}$

Plan d'antisymétrie $\Pi_{\mathbf{a}}$

Pour M et M' symétriques par rapport à Π_a , le champ \overrightarrow{B} est **symétrique** par rapport à Π_a :

$$\vec{B}(M') = \operatorname{sym}_{\Pi_{\mathbf{a}}} \left(\vec{B}(M) \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{B}_{\parallel}(M) = +\vec{B}_{\parallel}(M') \\ \vec{B}_{\perp}(M) = -\vec{B}_{\perp}(M') \end{cases}$$



Soit $\forall M_{\rm a} \in \Pi_{\rm a}, \quad \overrightarrow{B}(M_{\rm a}) \in \Pi_{\rm a}$



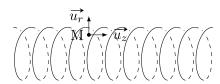
Application I1.2 : Symétrie de 2 systèmes

1) Soit un fil doté de coordonnées cylindriques. Étudions ses symétries :

$$\overrightarrow{u_r}$$
 $\overrightarrow{u_z}$ I

- $\Leftrightarrow \Pi_{\mathbf{a}} = (\mathbf{M}, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_{\theta}})$ est plan de d'**anti**symétrie de la distribution (si on fait le miroir du courant il va dans le sens opposé), donc $\overrightarrow{B} \in \Pi_{\mathbf{a}}$.
- $\Leftrightarrow \Pi_{s} = (M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_z})$ est plan de **symétrie** de la distribution : $\overrightarrow{B} \perp \Pi_{s} \Rightarrow \overrightarrow{B} \parallel \overrightarrow{u_{\theta}}$.

 Soit un solénoïde avec des coordonnées cylindriques.



 $\Leftrightarrow \Pi_{s} = (M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_{\theta}})$ plan de **symétrie** : $\overrightarrow{B} \perp \Pi_{s} \Rightarrow \overrightarrow{B} \parallel \overrightarrow{u_z}$.

^{1.} Figure incontournable de la physique moderne, Emmy NOETHER était une mathématicienne hors pair, reconnue dans le monde scientifique à une époque où les femmes étaient encore plus minimisées qu'aujourd'hui. EINSTEIN aurait qualifié son théorème de « monument de la pensée mathématique ».

III/C) 4 Invariances de la distribution de courants



Important I1.3: Invariances

Le champ \overrightarrow{B} possède les mêmes **invariances** que la distribution de courant



♥ Attention I1.1 : Différence invariance/symétrie

Symétrie

Spécifique à chaque champ, dépend d'un plan miroir de la distribution, donne la direction.

Invariance

Général, dépend d'une translation ou rotation de la distribution, donne la dépendance aux coordonnées.



Application I1.3: Invariances du fil infini

Étudions les invariances de la distribution dans le cas du fil infini:

- 1) Pour un fil infini par exemple, le translater selon z ne change pas la distribution. Il n'y a donc aucune raison que \overrightarrow{B} dépende de z.
- 2) De la même manière, pour tout fil parcouru par un courant, on a invariance de la distribution par rotation selon $\theta : \overrightarrow{B}$ ne saurait dépendre de θ .

Autrement dit, par l'étude des invariances pour un fil infini, on sait que

$$\vec{B}(r, \not \! X, \not \! X)$$

Si on ajoute l'étude des symétries, on a que $\vec{B} \parallel \vec{u_{\theta}}$. Tout combiné, on a donc

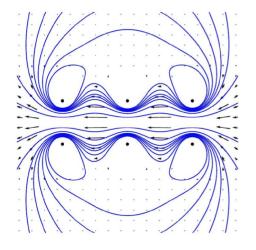
$$\vec{B}(M) = B(r)\vec{u_{\theta}}$$

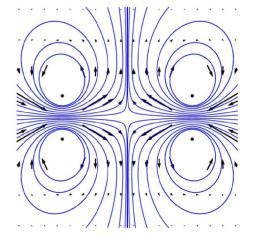


♥ Application I1.4 : Exercice bilan sur lignes de champ

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires. Dans les deux cas, indiquer

- 1 la position des sources
- 3 les zones de champ fort et faible
- 2 le sens du courant circulant dans les spires
- 4 le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.





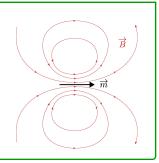


Le moment magnétique



🛡 Définition I1.7 : Moment magnétique

On remarque que les champs magnétiques créés par un aimant droit et par une spire se ressemblent. On les modélise donc par le même objet mathématique appelé moment magnétique $\vec{\mu}$ ou \vec{m} , caractérisé par le champ qu'il produit.



Boucle de courant



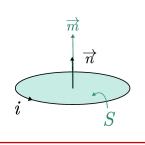
Propriété I1.6 : Moment magnétique d'une spire

On considère une spire de rayon R parcourue par un courant i. La normale à la surface est notée \vec{n} , orientée dans le sens de la main droite par rapport au courant.

Le moment magnétique $\vec{\mu}$ de la spire plane est

$$\vec{\mu} = i\vec{S} = i\pi R^2 \vec{n}$$

en



Dans ce cas, c'est le mouvement de particules chargées qui créé le champ magnétique. Cette notion s'applique également aux bobines.

IV/B Cas des aimants

La notion de moment magnétique s'applique aussi aux aimants, même si sa source n'est pas due à un mouvement de translation comme peut l'être le courant dans un fil : la source du magnétisme dans les aimants est intrinsèquement quantique, et vient de la nature « aimantée » des électrons. On distingue deux sources :

- ♦ Moment magnétique orbital dû au mouvement des électrons autour d'un noyau atomique, dessinant une boucle de courant auquel on associe un moment magnétique;
- ♦ Moment magnétique de spin propriété intrinsèque des particules élémentaires. Elle n'a pas d'équivalent classique.

Ce sont ensuite des effets à grande échelle qui permettent l'existence d'un champ à l'échelle d'un solide entier, selon l'orientation moyenne des moments microscopiques².







♥ Ordre de grandeur I1.2 : Moment magnétique d'un aimant

On a comme ordre de grandeur : aimant droit $\approx 1 \,\mathrm{A \cdot m^2}$; aimant néodyme $\approx 10 \,\mathrm{A \cdot m^2}$; pour la Terre $\approx 8 \times 10^{22} \,\mathrm{A \cdot m^2}$.

2. Pour plus de détails, voir Scilabus (en français) ou minutephysics (en anglais).