MODELISATION DU MOTEUR A COURANT CONTINU

PARTIE I – FONCTIONNEMENT DU MOTEUR CC – PRINCIPE PHYSIQUE

1. PRINCIPE PHYSIQUE – 1ère EQUATION DE COUPLAGE ELECTROMECANIQUE



Le conducteur en cuivre de longueur \vec{L} solidaire du rotor et parallèle à l'axe de rotation du rotor (Δ) est traversé par un courant *I* et plongé dans un champ magnétique \vec{B} . Le champ magnétique \vec{B} est créé par les aimants permanants.

Il résulte de *I* et \vec{B} la force de Laplace : $\vec{F} = I.\vec{L} \wedge \vec{B}$ s'appliquant au conducteur. Le force de Laplace \vec{F} crée donc un moment sur le rotor par rapport à l'axe de rotation (Δ). Le bras de levier est *r*.

Le moment de la force \vec{F} est donc : $M_{\Lambda}(\vec{F}) = ILBr$.

Une force de même norme et de sens opposé s'exerce sur le conducteur diamétralement opposé. Cela double le moment qui devient un couple. En outre il y a N spires. Finalement le couple exercé du stator sur le rotor est :

Couple électromagnétique (stator \rightarrow rotor) = $C_{mot} = 2r. N. B. I. L$

 $C_{mot} = (B.N.S).I = K_T.I => 1^{\text{ere}}$ équation de couplage électromécanique

B = champ magnétique en Tesla

N = nombre de spires bobinées (nombre de boucles de conducteur)

S= surface d'une boucle ($L \times 2r$) en m²

I = intensité traversant les conducteurs en Ampères

 K_T = Constante de couple du moteur en Nm/A; K_T = B.N.S

 K_T est une donnée constructeur. Lettre T intiale de Torque signifiant couple en anglais.



SII

<u>Application</u>

Le moteur électrique Sanyo du système Control'X possède les propriétés ci-dessous.







200 spires, champ magnétique 0,26T, diamètre moyen d'enroulement rotor 8cm, longueur rotor 10cm.

> Calculer la constante de couple du moteur K_T .

>>> Vérifier la cohérence avec les caractéristiques constructeur données en annexe.

2. LOI DE FARADAY – 2^{ème} EQUATION DE COUPLAGE ELECTROMECANIQUE

La rotation de la boucle (spire) dans le champ magnétique \vec{B} fait apparaître une tension s'opposant à la tension aux bornes de cette boucle.

Cette tension, pour une spire, est : $e_1 = -\frac{d\phi}{dt}$ où ϕ est le flux du champ \vec{B} à travers la surface S de la boucle. $e_1 = -\frac{d(\vec{B} \cdot S \cdot \vec{n})}{dt}$ où \vec{n} est la normale à la boucle.

Pour N spires, il vient facilement :

 $e = -BSN. \omega_{rotor} = -K_e. \omega_{rotor} \Rightarrow 2^{\text{ème}}$ équation de couplage électromécanique

e est appelée force contre électromotrice, ou *f*.*e*.*m*.

 K_e (*Vs/rad*) est une constante donnée par le constructeur appelée coefficient de *fem*. On remarque l'égalité physique parfaite : $K_e = K_T$

Application

 \gg Vérifier, grâce aux données constructeur en annexe, qu'on a bien $K_e = K_T$.

 \cong Démontrer que les dimensions de K_e et K_T sont identiques malgré des unités usuelles différentes.

PARTIE II - MODELE PHYSIQUE - SCHEMA BLOC - PREMIERE SIMULATION

1. MODELE PHYSIQUE

La modélisation physique du MCC abouti à quatre équations différentielles :

- Une équation électrique E1
- Deux équations de couplage électro/mécanique E2 et E3 -
- Une équation mécanique E4 -

La loi des mailles appliquée à l'induit du MCC :

$$u_{mot}(t) = e(t) + R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$
 (E1)

La première loi de couplage électro-mécanique (forces de Laplace) :

 $C_{mot}(t) = K_T \cdot i(t)$

La deuxième loi de couplage électro-mécanique (loi de Faraday – force électromotrice) :

$$e(t) = K_e.\,\omega_{mot}(t)$$

(E3) Le théorème du moment dynamique appliqué au rotor moteur équivalent :

(E2)

$$J_{eq} \frac{d\omega_{mot}(t)}{dt} = C_{mot}(t) - f_{v} \cdot \omega_{mot}(t) - C_{r}(t)$$
 (E4)

u_{mot}(t) : tension aux bornes du moteur à courant continu

force contre électromotrice du moteur e(t) :

imot(t) : intensité dans l'induit moteur

C_{mot}(t) : couple exercé par le moteur (couple électromagnétique du stator sur le rotor)

 $\omega_{mot}(t)$: vitesse angulaire du moteur

 $C_r(t)$: couple résistant ramené à l'arbre moteur

R_m : résistance de l'induit moteur

Ke : constante de force contre électromotrice du MCC

Jeg : moment d'inertie équivalent de l'ensemble mécanique mobile ramené sur l'arbre moteur

K_c: constante de couple du MCC

fv : coefficient de frottement visqueux équivalent ramené au rotor moteur

2. MODELE CAUSAL : SCHEMA BLOC

Le passage dans le domaine symbolique de ces équations temporelles donne :

$U_{mot}(p) = E(p) + R.I_{mot}(p) + Lp.I_{mot}(p)$		(E1)
$C_{mot}(p) = K_T I_{mot}(p)$		(E2)
$E(p) = K_e.\Omega_{mot}(p)$	(E3)	
$J_{eq}p.\Omega_{mot}(p) = C_{mot}(p) - f_v.\Omega_{mot}(p) - C_r(p)$	(E4)	

Ces quatre équations ont pour conséquence la modélisation sous forme de schéma bloc ci-dessous.

SII



>>> Donner les fonctions de transfert des blocs 1, 2, 3 laissés vierges.

🖎 Quel est l'ordre d'un moteur CC ainsi modélisé ?

3. SIMULATION CAUSALE SOUS SCILAB/XCOS

💻 Ouvrir Scilab 5.5.2.b à partir du bureau. 🧧

□ Ouvrir le module de simulation causale Xcos

Vous obtenez l'écran suivant :





Ouvrir le document Xcos : Schema_Bloc_1_MCC-seul

Le schéma bloc du MCC que vous connaissez maintenant apparait... version Xcos !



Modifier les blocs nécessaires (couleur verte)

- loi des mailles : double clic dessus, (pour la saisie prenez exemple sur le bloc mécanique PFD)
- bloc d'entrée (consigne) : tension consigne égale à la tension nominale du moteur.

Consulter en annexe les caractéristiques du moteur de Control'X pour les saisir
Clic droit sur l'arrière-plan/Modifier le contexte : saisissez les valeurs des caractéristiques physiques du moteur CC.

Remarque : laisser à zéro le couple résistant. Nous verrons cela plus tard.

Double clic sur bloc Time : saisissez une durée de 0,1s, 300 points de mesure.

* Observer la tangente à l'origine. Quelle est la contradiction apparente avec l'ordre de la fonction de transfert du moteur ? Résoudre cette contradiction en zoomant sur

l'origine (molette de la souris), ou en relançant une simulation avec une durée plus faible (0,005 s par exemple)

>> Quelle est la vitesse atteinte par le rotor ? En combien de temps cette vitesse est-elle atteinte ?

La tension imposée est la tension nominale : comparez donc la vitesse atteinte avec la vitesse nominale constructeur.

4. VISUALISATION DE NOUVELLES VARIABLES

4.1. Visualisation de l'intensité moteur $i_{mot}(t)$

Nous souhaitons voir l'évolution de l'intensité pour la tension maximale appliquée au moteur.

☐ Insérez un nouvel écran de visualisation (« scope ») : soit vous faites un cliquer/glisser à partir de la palette de blocs, soit vous faite un copier/coller d'un bloc déjà présent sur le schéma bloc.

Puis : double clic sur le bloc, donner un nom à la courbe...

▷ Lancer la simulation (N'oubliez pas : tension maximale constructeur) : observez l'évolution du courant.

 Lancer une nouvelle simulation avec une nouvelle durée de simulation (bloc time) de manière à bien voir l'évolution de la courbe d'intensité.
Relever la valeur de l'intensité maximale atteinte au démarrage (« pic »

d'intensité au démarrage) grâce à l'outil « datatip ».

Comparer avec l'intensité donnée par le constructeur (il y trois données de « courant », choisir la bonne !)



MàJ : 25/05/25

4.2. Visualisation de l'accélération angulaire du rotor $\omega'(t)$

Nous nous intéressons ici à l'accélération angulaire du rotor notée $\gamma(t) = \frac{d\omega_{mot}(t)}{dt}$. Nous souhaitons en effet relever la valeur de l'accélération maximale simulée et la comparer à la valeur donnée par le constructeur.

Relever dans les données constructeur la valeur de l'accélération à vérifier.

L'équation différentielle (E4) issue du théorème du moment dynamique permet d'écrire l'expression de l'accélération :



$$\gamma(t) = \frac{d\omega_{mot}(t)}{dt} = \frac{1}{J_{eq}} \left[\left(C_{mot}(t) - C_r(t) \right) - f_v \cdot \omega_{mot}(t) \right]$$
(E4)

La conversion de cette expression sous forme de schéma bloc causal est :



>>> Donner l'expression des fonctions de transfert des blocs 1 et 2.

□ Ouvrir le schéma bloc Xcos : « *Schéma_Bloc_2-accélération* ». Certains bloc sont déjà insérés mais pas tous. Terminer le schéma bloc Xcos conformément au schéma bloc cidessus de manière à visualiser l'accélération.

▷ Lancer la simulation (saisir la tension de commande et la durée de simulation correctes).

Observer l'allure de la courbe d'accélération. Conclure par rapport à la donnée constructeur.

5. INFLUENCE DE CERTAINES CARACTERISTIQUES TECHNOLOGIQUES DU MOTEUR SUR SON COMPORTEMENT

5.1. Influence de l'inductance sur le comportement du moteur

>> Question préliminaire : que devient l'ordre du modèle du moteur si l'inductance est nulle ?

Il arrive qu'on fasse dans certaines études l'approximation L=0. Nous allons étudier l'influence de cette approximation : correcte, limite, grossière, inacceptable ?..

Pour cela nous allons tracer sur le même graphe les réponses avec deux valeurs de L : $L = 0H \ et \ L = 3, 2. \ 10^{-3}H$.

Supprimer les blocs de visualisation de l'accélération. Ils ne sont plus utiles.

Faire glisser le bloc « Paramètre variation » à partir du navigateur de palettes.

Double clic : saisir deux valeurs de L, 0 et 3,2. $10^{-3}H$.

▷ Lancer la simulation en revenant à la tension nominale de 75V. Analyser. Conclure. L'approximation est-elle acceptable ? Zoomer sur l'origine... conclusion.

Ok Annuler

Analyse paramétrique Nom du 1er paramètre Valeurs du 1er parametre

Nom du 2nd parametre

Valeurs du 2nd parametre

Nom du 3eme parametre Valeurs du 3eme parametre

Param. varation

[0 3.2e-3]

5.2. Prise en compte des frottements secs

Vous avez peut-être remarqué que le document constructeur annonce un « couple de friction » de 0,022*Nm*. Ceci est la conséquence des frottements secs entre pièces mobiles dans le moteur. Nous allons visualiser l'influence de ce couple de frottement sur la réponse temporelle.

Pour cela, nous allons faire apparaître ce couple de frottement à t=0,1s pour bien voir la différence avec le modèle sans frottement.

 \blacksquare Saisir la valeur de 0,022*Nm* à 0,1*s*.

 \triangleright Simuler avec une durée de simulation 0,15s. Bien agrandir la fenêtre du graphique. Conclure. Quel nom peut-on donner à l'entrée $C_r(t)$ du point de vue de l'étude causale des SLCI ?

	Cr Nm) i						
	B de	mande de plusieurs vale	eurs Scilab 🗾				
	. *	Définir STEP_FUNCTION les paramètres du bloc					
>		Fonction de Heaviside					
		Instant de l'échelon	0.1				
		Valeur initiale	0				
-		Valeur finale	0.022				
1							
্	Ok Annuler						

6. SIMPLIFICATION DU MODELE 2^{ème} ORDRE EN 1^{er} ORDRE

La fonction de transfert du moteur calculée avec ses données numériques est :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{mot}(p)} = \frac{4,7}{2,7.10^{-6}p^2 + 4,2.10^{-3}p + 1} = \frac{4,7}{(1+3,5.10^{-3}p)(1+0,76.10^{-3}p)}$$

Il apparait donc, pour ce modèle 2^{ème} ordre sur-amorti, deux constantes de temps : $\tau_1 = 0.76 ms$ et $\tau_1 = 3.5 ms$.

Parmi ces deux constantes de temps, laquelle est la constante de temps « mécanique », conséquence entre autre, de l'inertie mécanique du rotor, et laquelle est la constante de temps électrique, conséquence entre autre, de l'inductance ?

On considère que ces constantes de temps sont suffisamment distinctes (rapport $\frac{3,5}{0,76}$ = 4,6) pour simplifier la fonction de transfert de 2^{ème} ordre en 1^{er} ordre :

$$H(\mathbf{p}) = \frac{\Omega(p)}{U_{mot}(p)} = \frac{4,7}{(1+3,5.10^{-3}p)(1+0,76.10^{-3}p)} \approx \frac{4,7}{1+3,5.10^{-3}p}$$

Bien entendu, comme l'approximation ci-dessus l'indique, la partie la plus lente impose sa réponse par rapport à la partie la plus rapide. On garde donc la constante de temps la plus élevée.

La simulation suivante a pour but de comparer les deux modèles par leur réponse temporelle sur le même graphique.

□ Ouvrir le schéma bloc « *Schema_Bloc_3_MCC-1er ordre* ». Modifier le bloc nécessaire.

 \triangleright Simuler. Comparer. Zoomer sur la zone intéressante pour vérifier qu'on a bien un $1^{er}/2^{eme}$ ordre Conclure sur la pertinence de l'approximation.

[†] Si on choisit le modèle 1^{er} ordre, quel problème se pose si on veut mettre en place le couple de frottement sec ?

PARTIE III - MISE EN CONTEXTE : SYSTEME CONTROL'X EN BOUCLE OUVERTE

1. PRESENTATION

Le rotor du moteur CC maintenant modélisé, entraine un réducteur. L'arbre de sortie du réducteur entraine une poulie dont la courroie est solidaire du chariot à déplacer en translation sur son rail.



Vitesse de l'arbre d'entrée du réducteur (=vitesse rotor MCC) : ω_{mot} (rad/s) Vitesse de sortie du réducteur (=vitesse **pou**lie motrice) : ω_{pou} (rad/s) Vitesse de translation du chariot : v_{ch} (m/s).

Rapport de réduction du réducteur : $i = \frac{1}{3}$

Rayon de la poulie : $R_{pou} = 24,67 mm$

On a donc la vitesse du chariot avec la relation classique : $v_{ch} = R_{pou}$. ω_{pou}

Inertie de l'ensemble mobile {Réducteur, accouplement, deux poulies, courroie, chariot}

L'inertie de la chaine de puissance mécanique à entrainer va intervenir dans la modélisation. Il est possible de calculer l'inertie totale de l'ensemble mobile rapportée au rotor moteur. Ce calcul simple sera vu en 2^{ème} année de CPGE.

Le moment d'inertie équivalent à prendre en compte est : $J_{eq} = 2,8.10^{-4} kg.m^2$

Vous remarquez que l'inertie totale est plus élevée (heureusement !) que l'inertie du rotor seul : 2,8. $10^{-4} > 3,7. 10^{-5} kg. m^2$. L'inertie du rotor moteur n'intervient finalement que pour 13% de l'inertie totale.

Coefficient de frottements visqueux de l'ensemble mobile

Comme pour l'inertie, l'ensemble mobile est le siège de frottements visqueux. Le nouveau coefficient de frottement visqueux rapporté au rotor moteur à prendre en compte est : $f_{v-eq} = 1,7. \, 10^{-3} \, Nms/rad$.

Il est presque 10 fois supérieur au coefficient du rotor seul !

<u>Couple de frottement sec</u>

Là encore, les frottements sec entre pièces mécaniques mobiles entre elles, est à prendre en compte. Je vous propose de mesurer le couple de frottement sec directement sur le système Control'X pendant la séance de TP. Je ferai la démonstration devant vous...

Tension d'alimentation moteur

Par construction, le variateur alimentant le moteur de Control'X est limité à la tension maximale U_{mot} de 40V. Cela dans le but de protéger le moteur. C'est la tension que nous retiendrons pour la simulation qui suit.

2. MODELISATION POUR VISUALISER LA VITESSE DU CHARIOT v_{ch}



💻 Ouvrir le schéma bloc « Schema_Bloc_4_ControlX-BO ». Vous obtenez ceci :

☐ Modifier le schéma bloc de la partie Control'X : ajouter les blocs nécessaires pour visualiser la vitesse du chariot V_{ch} en m/s. Saisir les valeurs nécessaires de *i*, R_{pou} , F_{frott} , U_{mot} , J_{eq} , f_v .

▷ Simuler. Bien entendu, n'oubliez pas d'adapter la durée de la simulation quitte à relancer la simulation.

□ Noter la vitesse du chariot maximale atteinte.

 \square Comparer la vitesse du rotor moteur ω_{mot} , quand il est seul et quand il entraine l'équipage mobile de Control'X : temps de réponse $Tr_{5\%}$, et vitesse finale atteinte $\omega_{mot\infty}$.

[®] Quelle est la cause du temps de réponse plus élevé ?

" Quelle est la cause d'une vitesse finale diminuée ?

3. VISUALISATION DE L'INTENSITÉ MOTEUR imot

Ajouter les blocs nécessaires pour visualiser sur un même graphique les variations de l'intensité moteur pour le moteur seul et le moteur entrainant la charge de Control'X.
Simuler. Conclusion.

4. VISUALISATION DE LA POSITION DU CHARIOT x_{ch}

□ Ajouter les blocs nécessaires pour visualiser la position du chariot x_{ch} en mm. ▷ Simuler. Conclusion.

PARTIE IV – ASSERVISSEMENT DE CONTROL'X

SII

ANNEXE 1 – CARACTERISTIQUES MOTEUR CONTROL'X

Sanyo T511-T012-EL8



Caractéristique	Température	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Puissance nominale	••	Pnom	W	110	
Tension nominale	••	Unom	V	75	
Couple nominal	••	Cnom	N.m	0.34	
Courant nominal	••	Inom	Α	2.0	
Vitesse nominale	••	Wnom	tr/min	3000	soit 314 rad/s
Couple maxi en continu	••	Ccont	N.m	0.42	
Couple maxi instantané	••	Cmax	N.m	3.4	
Courant maxi en continu	••	lcont	Α	2.2	
Courant maxi instantané	••	Imax	Α	18	
Vitesse maximale			tr/min	5000 ^(a)	soit 523 rad/s
Couple de friction	•	Cfrott-moteur	N.m	0.022	
Accélération maxi instantanée	••		rad/s ²	91.9×10 ³ (a)	
Coefficient de frottement visqueux	•	fø-moteur	N.m/min	0.013×10 ⁻³	soit 0.124e-3 N.m/(rad/s)
Constante de couple	•	k ou k _c	N.m/A	0.21	
Constante de force contre électromotrice	•	k ou ke	V.min / tr	21.8×10 ⁻³	
Moment d'inertie du rotor	•	Jmot	kg.m ²	0.037×10 ⁻³	
Résistance d'induit	•	r	Ω	5.1	
Inductance d'induit	•	L	mH	3.2	
Constante de temps mécanique	•	τ _{méca}	ms	4.3	
Constante de temps électrique	•	τ _{élec}	ms	0.63	
Constante de temps thermique	••		min	30	
Résistance thermique	••		K/W	2.4	
Température limite	••		°C	105	

(a) : obtenue pour la tension maximale 112 V