

Lois de l'induction et induction de NEUMANN

📖 Sommaire

I Le phénomène d'induction	3
I/A Observations expérimentales	3
I/B Flux magnétique	4
I/C Loi de FARADAY	4
I/D Loi de modération de LENZ	5
II Phénomène d'autoinduction	6
II/A Auto-inductance	6
II/B Circuits électriques équivalents	7
III Induction mutuelle	8
III/A Principe de l'inductance mutuelle	8
III/B Bobines imbriquées	9
III/C Circuits électriques couplés par inductance mutuelle	10
IV Applications	12
IV/A Quelques exemples	12
IV/B Transformateur	12

⚡ Capacités exigibles

- Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
- Utiliser la loi de LENZ pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
- Utiliser la loi de FARADAY en précisant les conventions d'algébrisation.
- Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de LENZ.
- Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.

- Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
- Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».
- Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
- Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
- Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.

 ✓ L'essentiel

 📌 Propriétés

- I3.1 : Loi de FARADAY 4
- I3.2 : Auto-inductance d'un circuit 6
- I3.3 : Inductance mutuelle 8
- I3.4 : Loi des tensions 13
- I3.5 : Loi des courants 13

 ≡ Démonstrations

- I3.1 : Loi des tensions 13
- I3.2 : Loi des courants 14

 » Implications

- I3.1 : Tension auto-induite 7

 📄 Exemples

- I3.1 : Loi de modération de LENZ 5
- I3.2 : Induction mutuelle 8

 📝 Applications

- I3.1 : Calculs simples de flux 4
- I3.2 : LENZ et FARADAY circuit carré 6
- I3.3 : Inductance propre d'une bobine 6
- I3.4 : Forces électromotrices induites 8

 ❤️ Points importants

- I3.1 : Loi de modération de LENZ 5
- I3.2 : Méthode de résolution 10
- I3.3 : Bilan énergétique 11

 ⚠️ Erreurs communes

- I3.1 : Transformateur 13
-

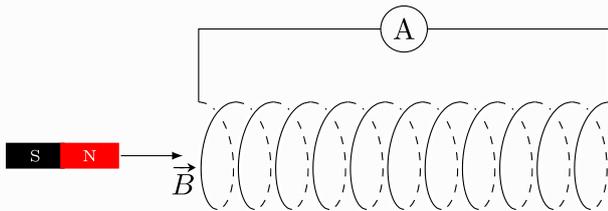
I Le phénomène d'induction

I/A Observations expérimentales

Soit un solénoïde (bobine longue) non alimenté, relié à un ampèremètre mesurant le courant qui le traverse. On étudie sa réaction à un champ magnétique dans deux situations¹ :

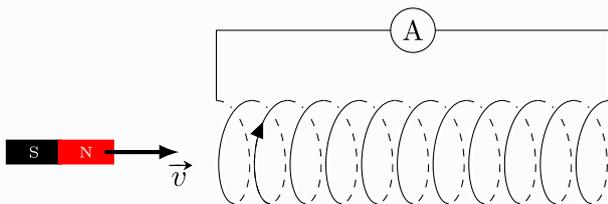
Expérience I3.1 : Bobine dans des champs magnétiques

Champ magnétique constant



Les lignes de champ d'un aimant vont de son Nord vers son Sud. Un champ magnétique règne donc dans le solénoïde. On n'observe cependant aucune tension dans le solénoïde.

Champ magnétique variable



On déplace l'aimant à proximité de la bobine. On constate qu'**une tension apparaît** dans la bobine, malgré l'absence de générateur.

Observation I3.1 : Bobine et champs magnétiques

En étudiant la tension induite, on observe qu'elle dépend du déplacement de l'aimant :

- | | |
|---|---|
| ◇ | ◇ |
| ◇ | ◇ |
| ◇ | ◇ |

Définition I3.1 : Induction électromagnétique

Le phénomène d'induction électromagnétique est l'apparition d'une **tension** électrique (et donc à un **courant** si le circuit est fermé) dans un circuit soumis à un champ magnétique dans deux cas de figure :

- 1)
- 2)

1. Voir l'animation : https://phet.colorado.edu/sims/html/faradays-law/latest/faradays-law_fr.html

I/B Flux magnétique

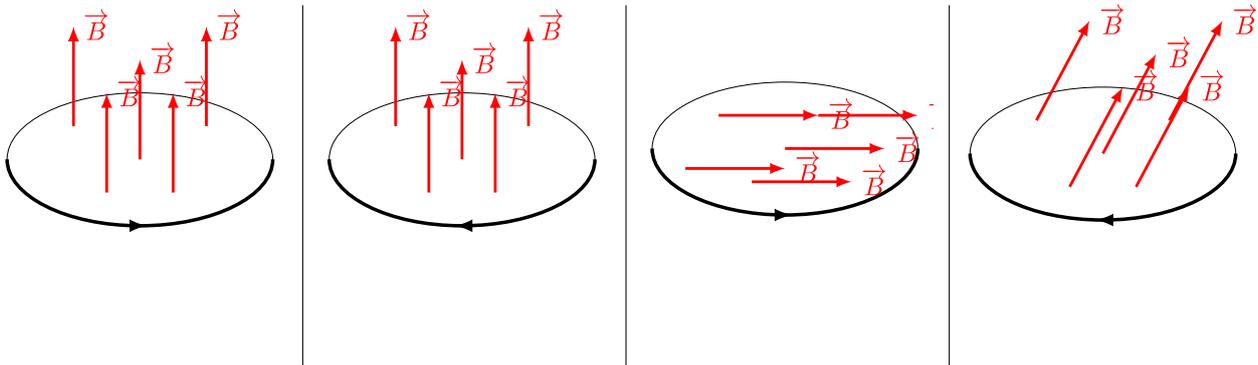
♥ Définition I3.2 : Flux magnétique

On définit le **flux du champ magnétique** \vec{B} à travers un **circuit** comme l'intégrale de \vec{B} sur la surface **orientée** entourée par le circuit :

et si le champ \vec{B} est **uniforme** et que le circuit est **une spire**, alors on a

Application I3.1 : Calculs simples de flux

Déterminer le flux au travers de la spire circulaire de rayon R plongée dans \vec{B} uniforme dans les 4 situations suivantes :



♥ Définition I3.3 : Flux propre et flux extérieur

Puisqu'un circuit électrique est capable de créer un champ **propre** \vec{B}_p mais peut également être plongé dans un champ **extérieur** \vec{B}_{ext} , on distingue les deux flux :

Flux propre

Flux extérieur

I/C Loi de FARADAY

♥ Propriété I3.1 : Loi de FARADAY

Soit un circuit électrique **fermé** et **orienté par une intensité** soumis à l'action d'un champ magnétique \vec{B} . Toute **variation du flux** $\phi_S(\vec{B})$ dans ce circuit y fait apparaître une **force électromotrice** (tension à vide) induite e , **orientée dans le même sens que i** , telle que

Le système se comporte comme si on y avait mis un **générateur électrique** idéal de f.é.m. e .

Circuit physique.
 \vec{S} orientée avec i .

Modèle électrique.
 i_{ind} et e_{ind} dans le même sens.

Remarque I3.1 : Loi de FARADAY

1) Il y a deux manières de faire varier le flux ϕ :

◇ NEUMANN :

◇ LORENTZ :

2)

3)

I/D Loi de modération de LENZ

Le sens du courant obtenu est donné par la **loi de LENZ** :

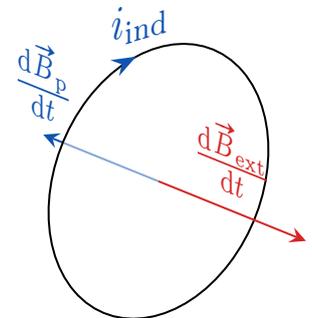
Important I3.1 : Loi de modération de LENZ

Lorsque le flux à travers un circuit **fermé** varie, ceci a pour conséquence de faire apparaître une **intensité dans le circuit**, qui à son tour est à l'origine d'un **champ magnétique propre**, dont le flux ϕ_p **s'oppose à la variation initiale**. On dit souvent :

L'induction modère, par ses conséquences, les causes qui lui ont donné naissance.

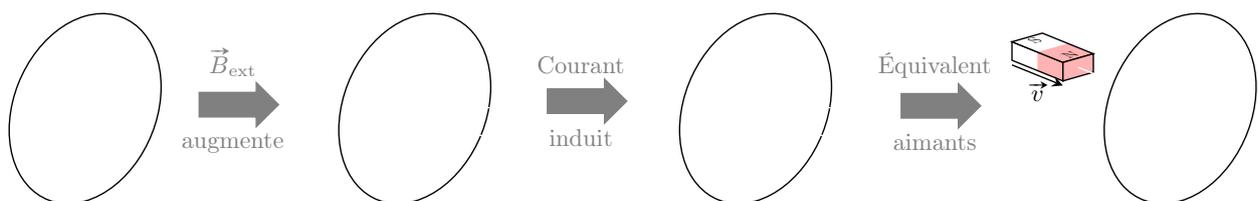
◇ NEUMANN : $i_{\text{ind}} \Rightarrow \vec{B}_{\text{ind}}$ s'oppose aux **variations** de \vec{B}_{ext} ;

◇ LORENTZ : $i_{\text{ind}} \Rightarrow \vec{B}_{\text{ind}}$ s'oppose à la **déformation**.



♥ Exemple I3.1 : Loi de modération de LENZ

Prenons un exemple très simple d'une spire plongée initialement sans courant dans un champ magnétique \vec{B}_{ext} . Supposons que ce champ augmente en intensité :

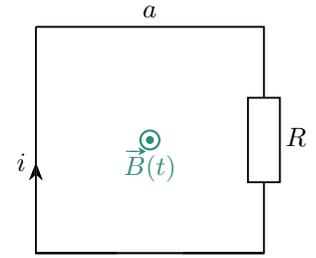


Dès que \vec{B}_{ext} arrête d'augmenter, le champ propre précédemment créé disparaît.

Application I3.2 : LENZ et FARADAY circuit carré

On considère un circuit carré de côté a et de résistance totale R , situé dans un plan orthogonal à un champ magnétique uniforme mais **variable** $\vec{B}(t) = B_0 e^{-t/\tau} \vec{u}_z$ avec B_0 et τ strictement positifs.

Quelle est l'origine de l'induction ? Exprimer l'intensité i du courant représenté sur le schéma, et vérifier que son signe soit en accord avec la loi de LENZ.



II Phénomène d'autoinduction

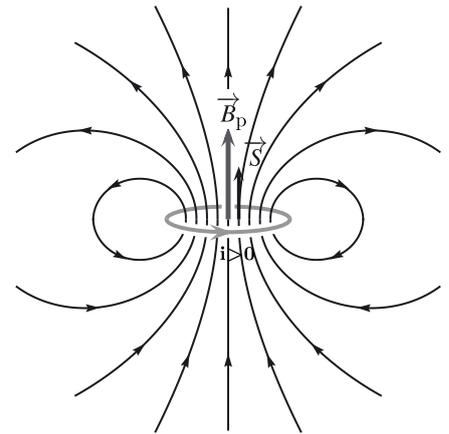
II/A Auto-inductance

♥ Propriété I3.2 : Auto-inductance d'un circuit

On admet que le **flux propre** dans un circuit est **proportionnel à l'intensité** du courant dans le circuit, tel que

avec L l'**inductance propre** (auto-inductance) du circuit.

- ◇
- ◇
- ◇

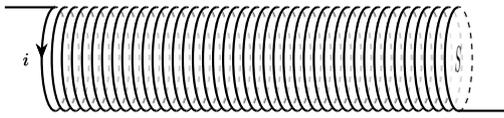


Application I3.3 : Inductance propre d'une bobine

On donne le champ propre \vec{B}_p créé dans un solénoïde :

$$\vec{B}_p(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t) \vec{u}_z$$

[1] Le sens du courant étant donné, indiquer le sens du champ magnétique.



2] Exprimer le flux du champ magnétique.

3] En déduire l'expression de l'inductance propre.

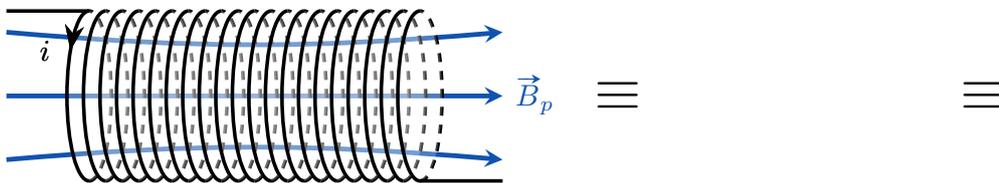
4] Application numérique pour une bobine de TP avec $N = 1000$ spires de rayon $a = 3$ cm et de longueur $\ell = 10$ cm :

II/B Circuits électriques équivalents

♥ Implication I3.1 : Tension auto-induite

Si le courant $i(t)$ dans un circuit varie avec le temps, alors le champ magnétique et donc le flux propre $\phi_p(t)$ varie aussi. D'après la loi de FARADAY, il va donc y avoir apparition d'un générateur équivalent de f.é.m.

car pour un circuit fixe et indéformable, $L = \text{cte}$. Ainsi, la loi de FARADAY permet de dessiner un circuit équivalent à la bobine :



On retrouve donc la relation courant-tension d'une bobine en convention récepteur !

Remarque I3.2 : Tension induite par deux sources

S'il y a un champ extérieur, on applique la superposition des champs magnétiques :

$$\phi_{\text{tot}} = \phi_p + \phi_{\text{ext}} \quad \Rightarrow \quad e_{\text{tot}} = -L \frac{di}{dt} - \frac{d\phi_{\text{ext}}}{dt} = e_{\text{auto}} + e_{\text{ext}}$$

III Induction mutuelle

III/A Principe de l'inductance mutuelle

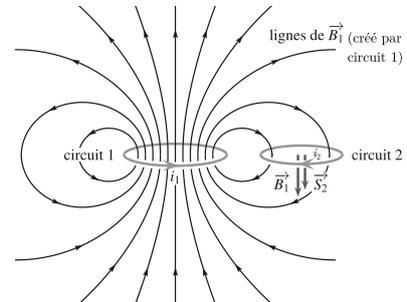
Exemple I3.2 : Induction mutuelle

Soit deux circuits fixes indépendants électriquement, sans champ magnétique extérieur :

- ◇ circuit (1) parcouru par i_1 , génère \vec{B}_1 ;
- ◇ circuit (2) parcouru par i_2 , génère \vec{B}_2 ;

Le champ magnétique total est

$$\vec{B}_{\text{tot}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \underbrace{\vec{B}_{\text{ext}}}_{=0}$$



En supposant les champs uniformes, le flux magnétique total traversant le circuit (1) est :

♥ Propriété I3.3 : Inductance mutuelle

Les flux croisés sont proportionnels au courant les générant, même dans un cas non-uniforme, et le coefficient de proportionnalité est **le même pour les deux flux**, et s'appelle **coefficient d'inductance mutuelle** M , mesuré en henry :

Au contraire de L toujours positive, M peut être positif ou négatif selon l'orientation relative des deux circuits.

Application I3.4 : Forces électromotrices induites

Soit deux circuits non connectés mais en inductance mutuelle. **Exprimer les tensions induites en fonction des intensités et des inductances.**

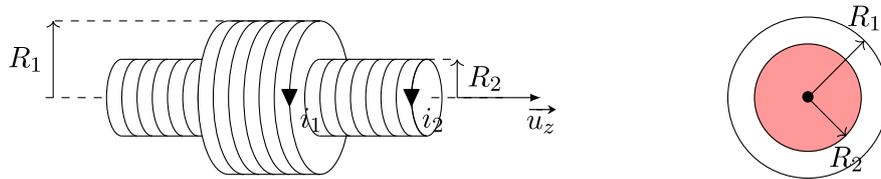
FIGURE I3.1 – Circuits en inductance mutuelle.

Circuit (1)

Circuit (2)

III/B Bobines imbriquées

On souhaite déterminer l'inductance mutuelle de 2 bobines de même axe, de longueurs ℓ_i et de rayons R_i , parcourues par des intensités i_i dirigées dans le même sens. On s'intéresse d'abord à $\phi_{2 \rightarrow 1}$, le flux créé par la seconde bobine dans la première.



Expression du champ magnétique \vec{B}_2

Le champ magnétique d'une bobine est uniforme en son sein, et négligeable en dehors, soit

Flux de \vec{B}_2 à travers de \vec{S}_1 , $\phi_{2 \rightarrow 1}$

On oriente \vec{S}_1 à partir de i_1 par la règle de la main droite :

$$\vec{S}_1 = S_1 \vec{u}_z$$

Or, le champ \vec{B}_2 est nul entre S_2 et S_1 , d'où :

Calcul de $\phi_{1 \rightarrow 2}$

Le calcul direct et réel est plus compliqué, puisque les lignes de champs sortent en réalité de la première bobine et ne sont plus parallèles. On pourrait se contenter d'utiliser l'inductance mutuelle pour exprimer directement

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1$$

Cependant, avec l'hypothèse de \vec{B} nul en-dehors des bobines, soit

et toujours avec
$$\vec{S}_2 = S_2 \vec{u}_z$$

on voit que la seconde bobine est traversée par \vec{B}_1 sur une **fraction de sa longueur**, en l'occurrence

Et on retrouve bien M .

♥ Remarque I3.3 : Inductance mutuelle en influence totale

Si les deux bobines sont de même longueur et même section, alors

On parle alors d'« influence totale ».

III/C Circuits électriques couplés par inductance mutuelle

Important I3.2 : Méthode de résolution

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

III/C) 1 Étude du circuit

Circuits couplés

Le sens de i_1 est imposé par le générateur, et le sens de i_2 est conventionnel (selon sa direction, M sera positif ou négatif).

Circuits équivalents

On remplace les bobines par des générateurs, fléchés en convention générateur (à partir du sens de i_1 et i_2).

FIGURE I3.2 – Circuits couplés.

Équations électriques

Circuit 1

Flux magnétiques et forces électromotrices

Circuit 1

FIGURE I3.3 – Circuit équivalent.

Circuit 2

Circuit 2

Équations couplées

Circuit 1



Circuit 2

Ainsi, en l'absence de couplage ($M = 0$), on retrouve les équations d'un circuit RL classique. Avec le couplage, on peut résoudre ces équations en passant en RSF :

On peut alors déterminer le comportement fréquentiel du circuit.

III/C) 2 Bilan énergétique

Pour faire l'étude énergétique du circuit, on procède comme d'habitude en faisant un bilan de puissance en **multipliant par i** les équations obtenues par la loi des mailles, ici i_1 et i_2 . À partir des équations couplées,

Circuit 1



Circuit 2

Ainsi, par somme on trouve

Ainsi, on met en évidence :

- ◇ $\mathcal{P}_J = R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)$
- ◇ $\mathcal{P}_{\text{mag}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1(t) i_2(t) \right)$
- ◇ $\mathcal{P}_g = u(t) i_1(t)$

Important I3.3 : Bilan énergétique

L'énergie du champ magnétique créé par deux circuits couplés par induction mutuelle est

- ◇
- ◇
- ◇

IV Applications

IV/A Quelques exemples

- ◇ **Radio-identification** : placée dans des étiquettes adhésives comme dans les antivols par exemple, un courant sera induit dans le circuit s'il passe à côté d'un système actif fournissant un champ magnétique. Ce courant alimente alors une petite antenne envoyant l'information de la puce (dite RFID pour *radio frequency identification*).
- ◇ **Détecteur de métaux, boucles magnétiques (péages, parking)** : une bobine crée un champ magnétique et, si un morceau de métal se trouve à proximité, il se crée un courant en son sein. Ce courant crée lui-même un champ magnétique qui perturbe le circuit primaire.
- ◇ **Rechargement par induction (brosses à dent, portables)** : le chargeur est muni d'une bobine qui crée un champ qui va induire un champ dans un second circuit.
- ◇ **Chauffage par induction** : le courant généré dans le second circuit se répartit dans tout le volume ; on les appelle **courants de FOUCAULT**. Ils permettent le chauffage par effet JOULE.

IV/B Transformateur

En enroulant deux bobines différentes autour d'un noyau de métal canalisant le flux, on peut **diminuer ou augmenter la tension** d'un circuit à l'autre.

IV/B) 1 Constitution

♥ Définition I3.4 : Transformateur

Un transformateur monophasé est constitué d'un matériau ferromagnétique sur lequel sont bobinés deux enroulements électriques, indépendants électriquement (masses séparées) :

- ◇ **Enroulement primaire** : relié à la source d'alimentation (on notera les grandeurs u_1, i_1 etc.)
- ◇ **Enroulement secondaire** : relié à la charge (noté u_2, i_2 etc.)

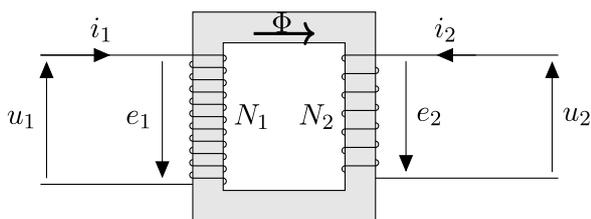


FIGURE I3.4 – Représentation complète

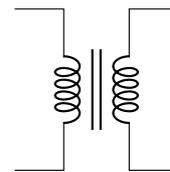


FIGURE I3.5 – Schématisation électrique

Le rôle du circuit magnétique est d'assurer une canalisation optimale des lignes de champ magnétique afin d'obtenir un couplage maximal entre les deux enroulements. Cela veut dire que le flux magnétique traversant une spire du circuit 1 est égal à celui traversant une spire du circuit 2.

Définition I3.5 : Transformateur parfait

Dans le modèle du transformateur parfait :

- ◇
- ◇

IV/B) 2 Loi des tensions

♥ Propriété I3.4 : Loi des tensions

Dans un transformateur parfait, les tensions au primaire et au secondaire sont telles que :

où m est le **rapport de transformation**.

♥ Démonstration I3.1 : Loi des tensions

Le flux à travers une spire au primaire est égal à celui dans une spire du secondaire. Ainsi, le flux total à travers les enroulements sont :

Ainsi, les forces électromotrices sont :

Circuit 1

Circuit 2

D'où le résultat en divisant.

Remarque I3.4 : Différents transformateurs

- ◇ Lorsque la tension au secondaire est plus élevée qu'au primaire, on parle d'**élévateur de tension** (à la sortie d'une centrale par exemple).
- ◇ Dans le cas contraire, on parle d'**abaisseur de tension** (transformateur de quartier par exemple).
- ◇ Il existe aussi des transformateurs où la tension est identique au primaire et au secondaire : un tel transformateur est appelé **transformateur d'isolement** et permet d'isoler la masse de la terre ; on évite ainsi des électrocutions en milieu humide (salle de bain par exemple).

♥ Attention I3.1 : Transformateur

Tout ceci n'est valable que pour un champ variable, par pour des tensions constantes !

IV/B) 3 Loi des courants

♥ Propriété I3.5 : Loi des courants

Dans un transformateur parfait, les courants au primaire et au secondaire sont tels que :



♥ Démonstration I3.2 : Loi des courants

Si le transformateur est idéal, il transfère la totalité de la puissance électrique. Or, on a



Remarque I3.5 : Signe du rapport

Le signe a peu d'importance car un transformateur fonctionne avec des tensions alternatives. Il dépend du sens de l'enroulement choisi sur le schéma (arbitrairement). Seule la valeur efficace nous intéresse.