TD d'application : Conversion de puissance électromécanique

I Rails de Laplace inclinés

Un barreau métallique de masse m glisse sans frottement mécanique sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance a et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale. Les rails sont fermés sur une résistance R, et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, dirigé selon la verticale ascendante, règne entre eux. On repère par $x(t)$ la position du barreau le long des rails.

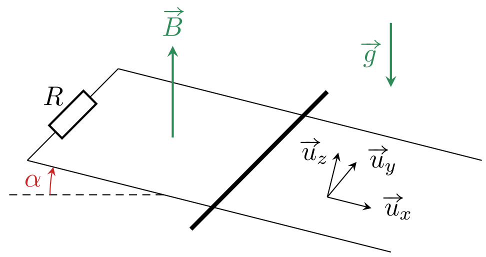

Figure I4.1 – Schéma des rails.

$\boxed{1}$ En appliquant la loi de Lenz, donner le sens du courant i qui circule dans le circuit. La force de Laplace accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? Pourrait-il s'immobiliser ?

$\boxed{2}$ Exprimer la force de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de i, a, B et α.

$\boxed{3}$ En exploitant la conservation de la puissance, obtenir une relation en i, R, a, B, α et la vitesse v du barreau.

$\boxed{4}$ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v et la résoudre, sachant que le barreau est lâché en $x = 0$ sans vitesse initiale. Justifier que le mouvement présente un régime transitoire de durée caractéristique τ à déterminer.

$\boxed{5}$ En déduire $x(t)$.

$\boxed{6}$ Les rails ont une longueur totale L. Déterminer l'énergie électrique totale transmise à la résistance R lors du mouvement du barreau sur les rails, en supposant le temps de chute très grand devant τ. Interpréter.

II Moteur synchrone

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique $\vec{m}$, tourne avec la même vitesse angulaire ω constante que le champ magnétique $\vec{B}$ qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur orienté de $\vec{m}$ vers $\vec{B}$ et au couple $\vec{\Gamma}$ exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra $B = 0{,}2\,\mathrm{T}$, $m = 8\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$ et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

$\boxed{1}$ Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.

$\boxed{2}$ Que vaut θ si le moteur fonctionne à vide ?

$\boxed{3}$ Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistance $\Gamma_r = 0{,}65\,\mathrm{N{\cdot}m}$. Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?

$\boxed{4}$ La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

III Haut parleur « de Laplace »

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de Laplace où la membrane du haut-parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti. La tige mobile a pour longueur $AA' = a$, et sa position est repérée par son abscisse x, dont l'origine correspond à la position de repos. Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire $\vec{f} = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{x}\,\vec{e_x}$. Le système est forcé électriquement par la tension de commande u_0. On note R la résistance électrique de l'ensemble, et on néglige l'auto-induction.

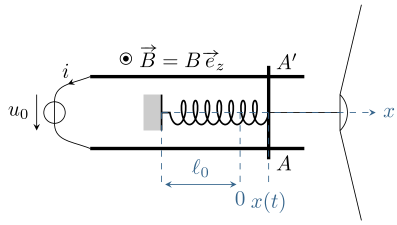

Figure I4.2

1. Exprimer la f.é.m. induite en fonction de $\dot{x}$.

2. Écrire les équations électrique et mécanique.

3. Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position x de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on ? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction ? Commenter leur signe.

4. Procéder à un bilan de puissance du système et interpréter physiquement chaque terme.

Induction – chapitre 4

TD d'entraînement : Conversion de puissance électromécanique

⁂ I Oscillateur amorti par induction

Considérons une barre de masse m et de longueur a, suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_y}$. La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.

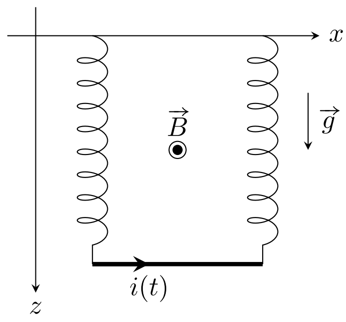

Figure I4.1

1. Établir l'expression du mouvement sur la position $z(t)$ de la barre.

2. Réaliser et interpréter le bilan de puissance.

3. À l'instant $t = 0$, on écarte la barre de sa position initiale d'une distance b. Déterminer $z(t)$ et $i(t)$.

⁂ II Moteur asynchrone

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une spire unique de résistance R, d'inductance L et de surface S tournant à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe $(\mathrm{O}x)$. La normale $\overrightarrow{n}$ à la spire est contenue dans le plan (yz). Cette spire est plongée dans un champ $\overrightarrow{B}$ généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan $(\mathrm{O}yz)$, de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante ω' autour de $(\mathrm{O}x)$. Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.

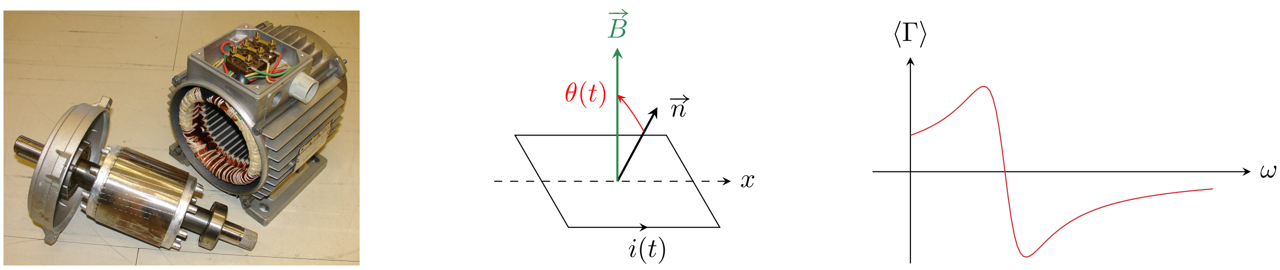

Figure I4.2 – Photo, schéma de principe et allure de $\langle\Gamma\rangle$.

1. Expliquer **qualitativement** pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et ω' peuvent-elle être identiques ?

2. Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{B}$ sont colinéaires et de même sens selon $\overrightarrow{e_z}$. Exprimer l'angle en fonction de $\Omega = \omega' - \omega$. Que représente physiquement la vitesse de glissement Ω ?

3. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans le rotor en fonction de Ω.

4. On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.

5. En considérant le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen $\langle\Gamma\rangle$ s'exerçant sur la bobine.

6 L'allure de la courbe représentant $\langle\Gamma\rangle$ en fonction de ω est donnée ci-dessus. Le moteur peut-il démarrer seul ?

7 Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant Γ_r connu. Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation ω, sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à Γ_r, justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique : lequel et pourquoi ?

★★☆ III Pendule pesant conducteur avec induction

On considère un pendule rigide OA, homogène, de masse m et de longueur ℓ, libre de tourner autour d'un axe vertical (Oz) passant par une de ses extrémités. On note J son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le centre de masse G de la tige est situé en son milieu. Le pendule est repéré par l'angle qu'il forme avec la verticale.

La tige est en contact en A avec un rail métallique, ce qui forme un circuit électrique. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$. On ne tient compte que de la résistance R de la tige, et on néglige celles du rail et du fil servant à fermer le circuit.

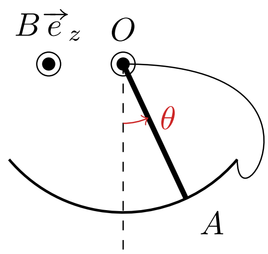

Figure I4.3

1 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ avec la verticale.

2 On suppose les oscillations de petite amplitude. Montrer que si le champ magnétique est suffisamment fort, la tige atteint sa position d'équilibre sans osciller.

3 Établir un bilan d'énergie et l'analyser qualitativement.