II/C Utilisation de la relation de conjugaison

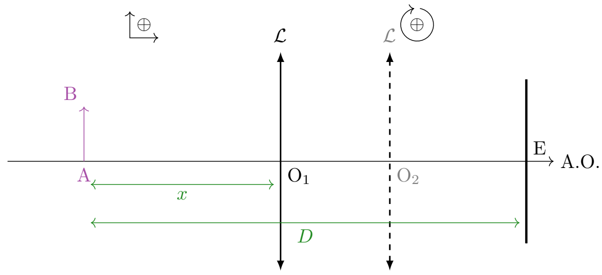
Cette méthode consiste à utiliser une régression linéaire permettant de vérifier la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}$$

III Analyser

III/A Méthode de Bessel

À l'aide d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}$ de distance focale image f', on veut former l'image d'un objet réel sur un écran situé à une distance D de l'objet. En déplaçant la lentille, on trouve une ou deux positions O_1 et O_2 qui donnent une image nette sur l'écran (cf. figure ci-contre).



① Déterminer dans ce cas, les deux expressions des positions correspondantes de la lentille notées $x_1 = \overline{\mathrm{O_1A}}$ et $x_2 = \overline{\mathrm{O_2A}}$ en fonction de D et f' et vérifier que celles-ci n'existent que si $D > 4f'$.

Réponse

Avec les notations de l'énoncé, la relation de Descartes devient

$$\begin{aligned}\frac{1}{f'} &= \frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x}\\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'} &= \frac{x+D-x}{x(D-x)}\\ \Leftrightarrow f' &= \frac{x(D-x)}{D}\\ \Leftrightarrow 0 &= x^2 - xD + f'D\end{aligned}$$

Ce trinôme du second degré a pour discriminant

$$\boxed{\Delta = D^2 - 4f'D = D(D-4f')}$$

x étant une distance physique, on cherche $\Delta \geq 0$.

- $\Delta = 0$ si $D = 4f'$, et alors

$$\boxed{x = \frac{D}{2}}$$

- $\Delta > 0$ si $D > 4f'$, et alors

$$\boxed{x_\pm = \frac{D \pm \sqrt{D(D-4f')}}{2}}$$

② Exprimer $d = \overline{\mathrm{O_1O_2}}$, puis montrer qu'alors

$$\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$$

Réponse

Ainsi, la zone de netteté de l'image se situe entre x_+ et x_-, et a donc une largeur

$$\boxed{d = x_+ - x_- = \sqrt{D(D-4f')}} \Leftrightarrow \boxed{f' = \frac{D^2-d^2}{4D}}$$

③ À l'aide du chapitre N2 – mesures et incertitudes, déterminer analytiquement l'expression de l'incertitude-type sur f' en fonction de d, D, $u(d)$ et $u(D)$. Il faut pour cela déterminer l'incertitude d'une fraction avec II/C)1-, l'incertitude sur $d^2/4D$ avec II/C)2- produit de puissances, et enfin l'incertitude sur f' avec II/C)2- somme ou différence.

Réponse

Soit d, D les valeurs mesurées. Pour calculer l'incertitude d'une fraction, par exemple $u(D/4)$, on utilise

$$u\left(\frac{D}{4}\right) = \left|\frac{D/4}{D}\right| u(D) \Leftrightarrow u\left(\frac{D}{4}\right) = \frac{u(D)}{4}$$

Ensuite,

$$u\left(\frac{d^2}{4D}\right) = \frac{u\left(\frac{d^2}{D}\right)}{4}$$