Optique – chapitre 3

Miroir plan et lentilles minces

Sommaire

Capacités exigibles

- ▢ Connaître les propriétés d'un miroir plan.
- ▢ Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.
- ▢ Prévoir par construction graphique et par application successive de relations de conjugaison et/ou de grandissement la position et la taille d'une image par un système optique composé de plusieurs lentilles.
- ▢ Construire l'image d'un objet par un miroir plan.
- ▢ Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
- ▢ Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de DESCARTES et de NEWTON.
- ▢ Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

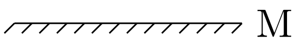
L'essentiel

I Miroir plan

I/A Définition

Définition O3.1 : Miroir plan

Surface plane réfléchissante, de schéma



pour un miroir orienté vers le haut.

Important O3.1 : Stigmatisme miroir plan

Le miroir plan est le seul système optique **rigoureusement** stigmatique et aplanétique.

I/B Construction d'images

Important O3.2 : Image par un miroir plan

Les points image A' et objet A par un miroir plan sont **symétriques entre eux** par rapport au plan.

Application O3.1 : Constructions optiques de miroirs

Dans chacune des situations suivantes, déterminer la nature des faisceaux, nommer les intersections dessinées, compléter la marche des rayons lumineux et commenter la nature de l'objet et de l'image.

◇ ▷ incident divergent, objet réel
 ▷ émergent divergent, image virtuelle

◇ ▷ incident convergent, objet virtuel
 ▷ émergent convergent, image réelle

◇ ▷ incident divergent, objet réel
 ▷ émergent divergent, image virtuelle

Nature des faisceaux conservée ⇒ **nature objet et image échangée**.

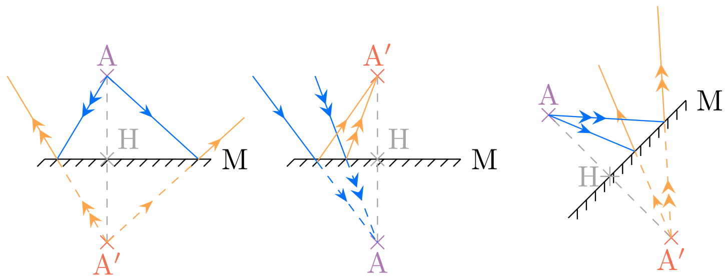


Figure O3.1 – Constructions optiques de miroirs plans.

I/C Relation de conjugaison

Propriété O3.1 : Relation de conjugaison d'un miroir plan

Avec H le **projeté orthogonal** de A sur le miroir plan, on écrit cette conjugaison

$$\boxed{A \xrightarrow[H]{M} A'} \quad \text{avec} \quad \boxed{\overline{HA'} = -\overline{HA}}$$

Démonstration O3.1 : Relation de conjugaison miroir plan

Soit **A un point objet** d'un miroir plan et 2 rayons **incidents** arrivant sur le miroir en I et I'. Par la loi de la **réflexion**, les rayons émergents sont les rayons réfléchis, avec un angle de réflexion **opposé** à l'angle d'incidence. On trouve **l'image A'** en traçant l'intersection des rayons **émergents**.

Dans les triangles AHI et A'HI, on observe

$$\tan(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} = \frac{\overline{HI}}{-\overline{HA'}} \Leftrightarrow \boxed{\overline{HA'} = -\overline{HA}} \qquad \blacksquare$$

en faisant attention au signe de $\tan(i)$ et des rapports de distances algébriques.

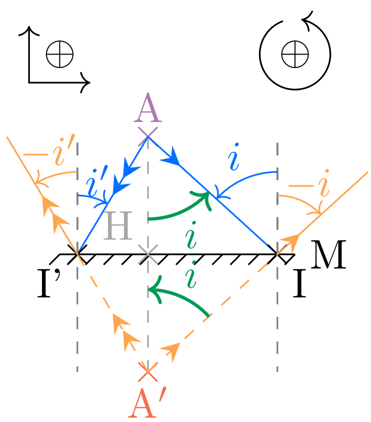


Figure O3.2

I/D Grandissement transversal

Propriété O3.2 : Grandissement miroir plan

Le miroir plan a un grandissement transversal

$$\boxed{\gamma = +1}$$

Démonstration O3.2 : Grandissement miroir plan

Soit AB un objet étendu et A'B' son image par le miroir plan. On appelle H_1 le projeté orthogonal de A sur le miroir, H_2 celui de B. Alors,

$$\overline{\mathrm{BH}_2} = \overline{\mathrm{H}_2\mathrm{B}} \quad \text{et} \quad \overline{\mathrm{AH}_1} = \overline{\mathrm{H}_1\mathrm{A}'}$$

Ainsi, dans les rectangles formés on trouve

$$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{H}_1\mathrm{H}_2} = \overline{\mathrm{A}'\mathrm{B}'} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A}'\mathrm{B}'}}{\overline{\mathrm{AB}}} = +1}$$ ■

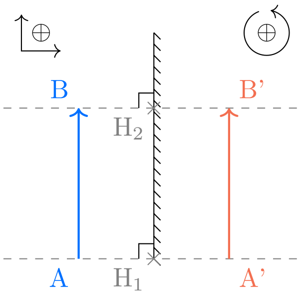


Figure O3.3

II Lentilles minces

II/A Définition

Définition O3.2 : Lentilles et vocabulaire

Une lentille est un composant optique **centré** constitué d'un milieu TLHI, délimité par deux dioptres de sommets S_1 et S_2. Elle est dite **mince** si son diamètre est très grand devant son épaisseur.

Convergente

Son **point foyer objet** est **avant sa face d'entrée**.

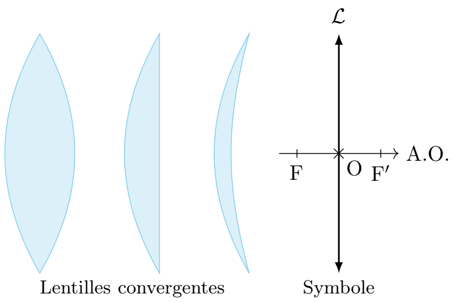


Figure O3.4 – Exemples de lentilles convergentes.

Divergente

Son **point foyer objet** est **après sa face de sortie**.

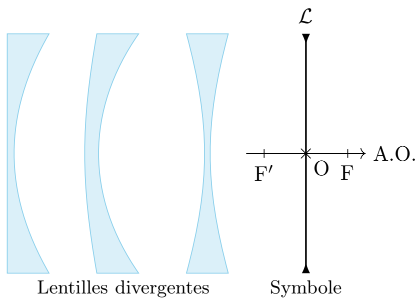


Figure O3.5 – Exemples de lentilles divergentes.

Remarque O3.1 : Stigmatisme et aplanétisme

D'une manière générale, les lentilles minces ne sont ni stigmatiques ni aplanétiques. Nous utiliserons donc toujours les lentilles minces dans les **conditions de Gauss** et les considérerons comme stigmatiques et aplanétiques.

Définition O3.3 : Centre optique

Noté O, c'est le point d'intersection entre l'**axe optique** et la **lentille**.

Propriété O3.3 : Centre optique

- Un rayon passant par O **n'est pas dévié** ;
- F' est **symétrique** de F par O.

Définition O3.4 : Distance focale image et vergence

- **Distance focale image** : $f' = \overline{\mathrm{OF}'}$ avec $\begin{cases} \overline{\mathrm{OF}'} > 0 \Leftrightarrow \text{convergente} \\ \overline{\mathrm{OF}'} < 0 \Leftrightarrow \text{divergente} \end{cases}$
- **Vergence** : $\boxed{V = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF}'}}}$ avec $\begin{cases} V > 0 \Leftrightarrow \text{convergente} \\ V < 0 \Leftrightarrow \text{divergente} \end{cases}$

Unités

- $\overline{\mathrm{OF}'}$ en mètres.
- V en δ, $1\,\delta = 1\,\mathrm{m}^{-1}$

II/B Constructions géométriques d'une lentille mince

II/B) 1 Rappel

Foyers d'une lentille

Par définition, le **foyer objet** F donne une **image à l'infini**, et ce **peu importe la nature de la lentille**.

De même, le **foyer image** F' est le point **image** d'un **objet à l'infini**.

Application O3.2 : Foyers des lentilles

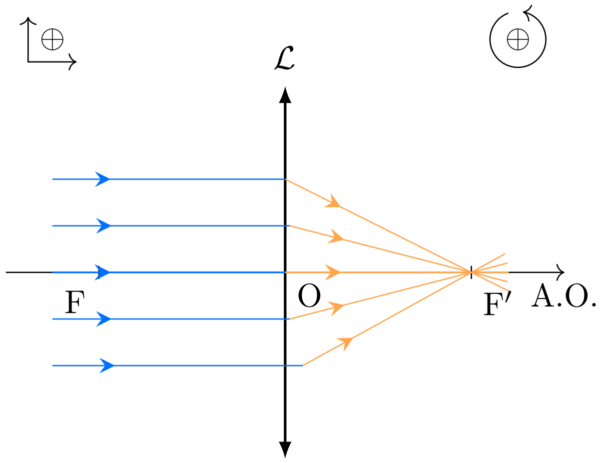


Figure O3.6 – Foyer image convergent

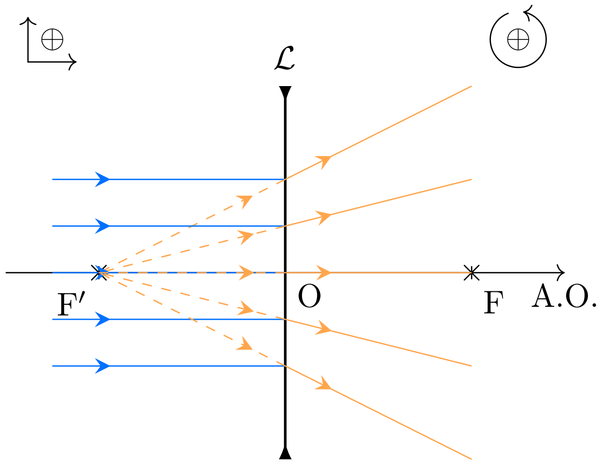


Figure O3.7 – Foyer image divergent

Attention O3.1 : Différence convergente/divergente

Il est plus que commun d'avoir des erreurs sur les lentilles divergentes à cause d'une mauvaise compréhension de leurs propriétés. Ainsi, on insistera fortement sur le fait que

La seule différence entre les divergentes et les convergentes est la position inversée des foyers !

Toutes les définitions et règles de construction restent les mêmes.

II/B) 2 Règles primaires

Important O3.3 : Règles primaires

Avec la propriété des foyers principaux et du centre optique, on a donc 3 points d'intérêts pour construire les rayons émergents d'une lentille mince :

1) Tout rayon incident passant par O n'est pas dévié ;
2) Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par F'.
3) Tout rayon incident passant par F émerge parallèle à l'axe optique ;

Application O3.3 : Cas primaire

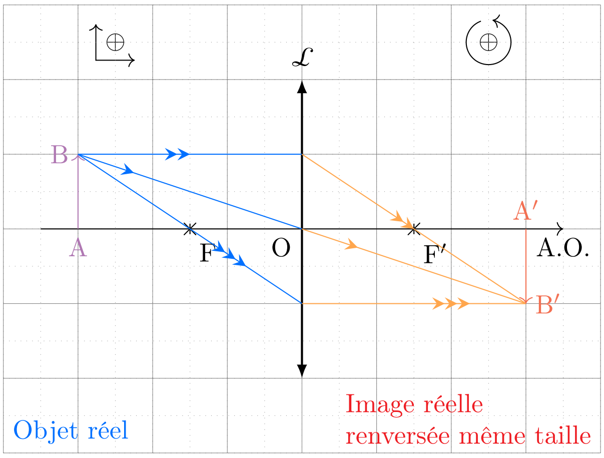


Figure O3.8 – Utilisation des règles primaires

❤ Application O3.4 : Situations primaires communes

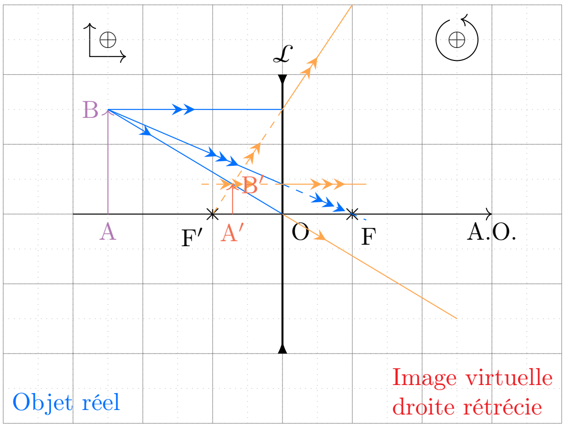


Figure O3.9 – Divergente simple

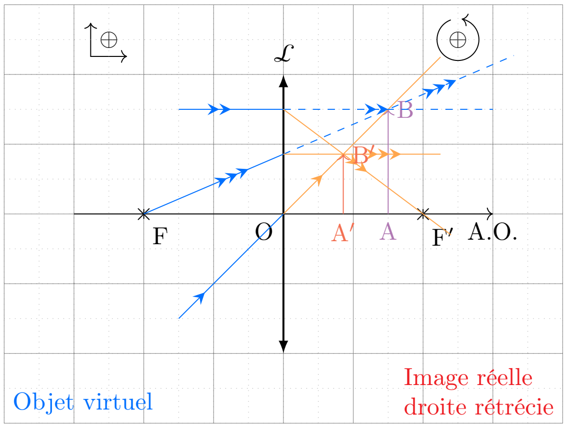


Figure O3.10 – Convergente après

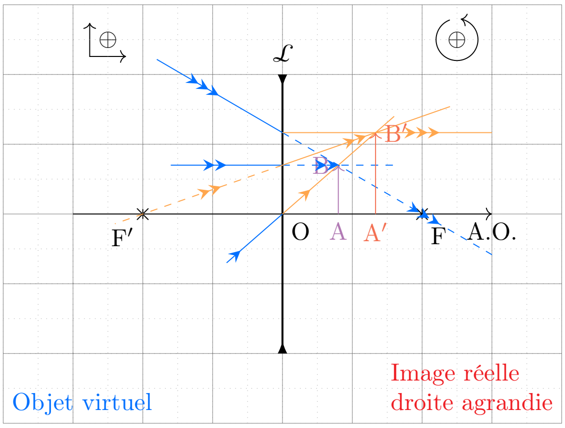


Figure O3.11 – Divergente après

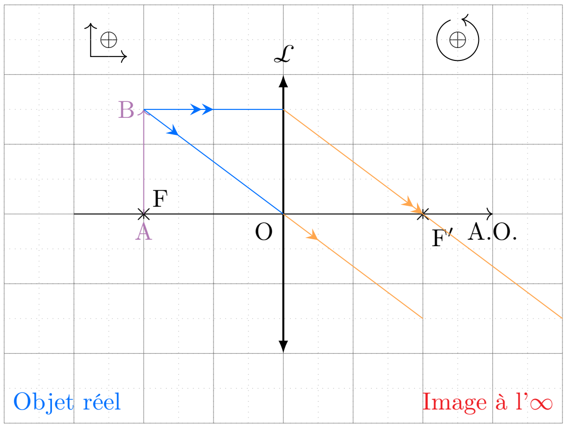


Figure O3.12 – Convergente F

II/B) 3 Règles secondaires

Important O3.4 : Règles secondaires

Avec la propriété des foyers secondaires, on a deux règles de construction supplémentaires :

4) Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant dans le plan focal image ;

5) Deux rayons incidents se croisant dans le plan focal objet émergent parallèles entre eux.

❤ Application O3.5 : Cas secondaire

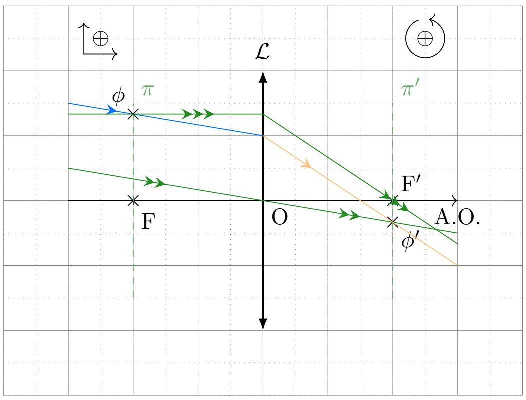


Figure O3.13 – Utilisation des règles secondaires

II/C Relations de conjugaisons

❤ Propriété O3.4 : Relations de conjugaison des lentilles

Soit $\mathcal{L}$ une lentille de centre optique O et de foyers F et F' conjuguant A et A', de schéma synoptique : $\boxed{\mathrm{A} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}} \mathrm{A'}}$

Relation de Descartes, au centre

$$V = \boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}}$$

Relation de Newton, au foyer

$$\boxed{\begin{aligned} \overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OF}} &= \overline{\mathrm{F'A'}} \cdot \overline{\mathrm{FA}} \\ \Leftrightarrow -f'^2 &= \overline{\mathrm{F'A'}} \cdot \overline{\mathrm{FA}} \end{aligned}}$$

Démonstration O3.3 : Relations de conjugaison des lentilles

Soit $\mathcal{L}$ telle que $\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}} \mathrm{A'B'}$, avec H (respectivement H') projeté orthogonal de B (respectivement B').

Relation de Newton, au foyer

On utilise le théorème de Thalès dans les triangles FAB et FOH' d'une part, et dans les triangles F′OH et F′A′B′ d'autre part :

$$\frac{\overline{\mathrm{OH'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{FO}}}{\overline{\mathrm{FA}}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{OH}}} = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{\overline{\mathrm{F'O}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{\mathrm{FO}}}{\overline{\mathrm{FA}}} = \frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{\overline{\mathrm{F'O}}} \tag{O3.1}$$

$$\Leftrightarrow \overline{\mathrm{F'O'}} \cdot \overline{\mathrm{FO}} = \overline{\mathrm{F'A'}} \cdot \overline{\mathrm{FA}} \Leftrightarrow \boxed{\overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OF}} = \overline{\mathrm{F'A'}} \cdot \overline{\mathrm{FA}}}$$

■

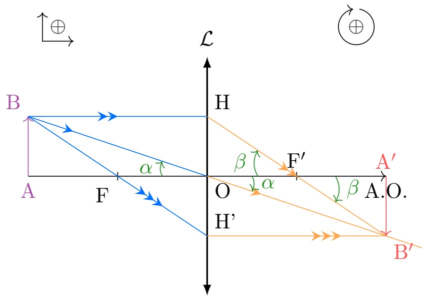


Figure O3.14 – Schéma

Relation de Descartes, au centre

On part de la relation précédente, en faisant apparaître $\overline{\mathrm{OA}}$ et $\overline{\mathrm{OA'}}$:

$$\begin{aligned}
&\overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OF}} = (\overline{\mathrm{F'O}} + \overline{\mathrm{OA'}})(\overline{\mathrm{FO}} + \overline{\mathrm{OA}})\\
\Leftrightarrow\ &\cancel{\overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OF}}} = \underbrace{\overline{\mathrm{F'O}}\overline{\mathrm{FO}}}_{=\cancel{\overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OF}}}} + \underbrace{\overline{\mathrm{F'O}}}_{=-\overline{\mathrm{OF'}}} \cdot \overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OA'}}\ \underbrace{\overline{\mathrm{FO}}}_{=\overline{\mathrm{OF'}}} + \overline{\mathrm{OA'}} \cdot \overline{\mathrm{OA}}\\
\Leftrightarrow\ &0 = -\overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OA'}} \cdot \overline{\mathrm{OF'}} + \overline{\mathrm{OA'}} \cdot \overline{\mathrm{OA}}\\
\Leftrightarrow\ &\overline{\mathrm{OA'}} \cdot \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OF'}} \cdot \overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}} \cdot \overline{\mathrm{OF'}} \quad \div \overline{\mathrm{OF'}}\,\overline{\mathrm{OA}}\,\overline{\mathrm{OA'}}\\
\Leftrightarrow\ &\boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}}
\end{aligned}$$

■

II/D Grandissement transversal

Propriété O3.5 : Grandissement lentille mince

À partir de la définition du grandissement transversal $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$, on obtient

Grandissement au centre

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}}$$

Grandissements aux foyers

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{\overline{\mathrm{F'O}}} = \frac{\overline{\mathrm{FO}}}{\overline{\mathrm{FA}}}}$$

Démonstration O3.4 : Grandissement des lentilles

Grandissement au centre

On reprend la Figure O3.14 de la démonstration précédente, et on applique le théorème de Thalès dans les triangles OAB et OA'B' :

$$\boxed{\frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \gamma}$$

■

Grandissement au foyer

Démonstration effectuée précédemment, voir Équation (O3.1). On utilise le théorème de Thalès dans les triangles FAB et FOH' d'une part, et dans les triangles F′OH et F′A′B′ d'autre part :

$$\frac{\overline{\mathrm{OH'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{FO}}}{\overline{\mathrm{FA}}} = \gamma\ ;\ \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{OH}}} = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{F'A'}}}{\overline{\mathrm{F'O}}} = \gamma$$

■

II/E Condition de netteté

Soit $\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}} \mathrm{A'B'}$ avec $\mathcal{L}$ convergente projetant sur un écran. On fixe la position de l'objet A ainsi que la position de l'écran, mais on permet à la lentille de bouger. Soit x la distance $|\overline{\mathrm{OA}}| > 0$ et D la distance fixe AA'.

1 Trouver une condition entre D et f' pour que l'image puisse exister.

$\boxed{2}$ Déterminer alors dans ce cas la distance d entre les deux positions possibles de la lentille pour que l'image soit nette sur l'écran.

Données

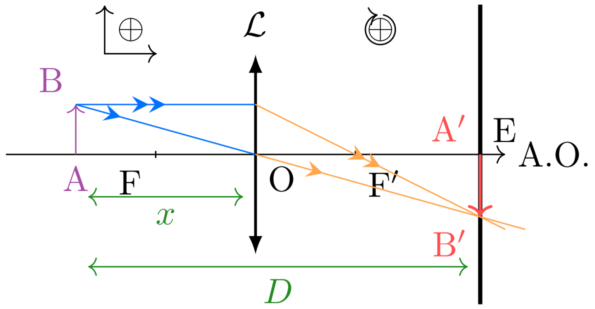


Figure O3.15 – Schéma de situation

Résultat attendu

L'image est nette si la lentille forme l'image sur l'écran. Avec D fixe, on cherche une équation avec x.

Outils

Relation de Descartes

$$\boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}}$$

et $\overline{\mathrm{OA}} = -x$, $\overline{\mathrm{OA'}} = D - x$.

Application

Avec les notations de l'énoncé, la relation de Descartes devient

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'} &= \frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'} &= \frac{x + D - x}{x(D-x)} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{x(D-x)}{D} \\ \Leftrightarrow 0 &= x^2 - xD + f'D \end{aligned}$$

Ce trinôme du second degré a pour discriminant

$$\boxed{\Delta = D^2 - 4f'D = D(D-4f')}$$

x étant une distance physique, on cherche $\Delta \geq 0$, soit

$\boxed{1}$ $$\boxed{D \geq 4f'}$$ **condition d'existence**

Alors $$x_{\pm} = \frac{D \pm \sqrt{D(D-4f')}}{2}$$

Ainsi, les positions valables de la lentille sont espacées de

$\boxed{2}$ $$\boxed{d = x_+ - x_- = \sqrt{D(D-4f')}}$$