Optique – chapitre 4

Correction du TD d'application

I Vergence et grandissement de lentilles accolées

Soit le système de deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, de centres optiques O_1 et O_2 et de vergences V_1 et V_2.

Définition TDO4.1 : Lentilles accolées

Deux lentilles sont *accolées* si elles sont de même axe optique et de centres optiques confondus : $O_1 = O_2 = O$. Dans la pratique, on veut $|\overline{O_1O_2}| \ll |f'_1|$ et $\ll |f'_2|$ simultanément).

1 Montrer qu'il est équivalent à une lentille $\mathcal{L}$ de vergence $V_{eq} = V_1 + V_2$.

Réponse

Propriété TDO4.1 : Théorème des vergences

Pour deux lentilles minces **accolées**, la vergence V de l'ensemble vaut :

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

Démonstration TDO4.1 : Théorème des vergences

Dans cette situation, on a le système $A \xrightarrow[O_1]{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow[O_2]{\mathcal{L}_2} A'$, avec $O_1 = O_2 = O$. Une lentille équivalente à ce système ferait passer directement de A à A', soit $A \xrightarrow[O]{\mathcal{L}_{eq}} A'$, et aurait une distance focale $\overline{OF'}_{eq}$ telle que

$$\frac{1}{\overline{OF'}_{eq}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \tag{O4.1}$$

On fait une construction géométrique pour comprendre le fonctionnement du système :

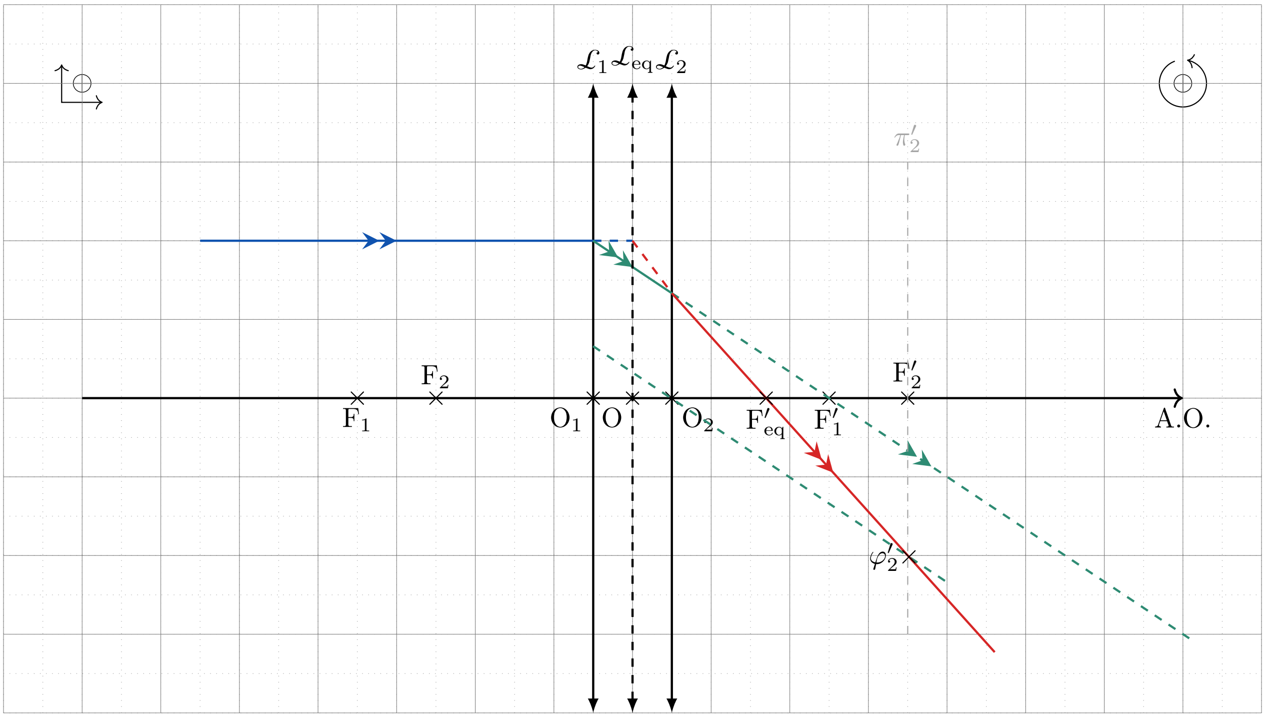


Figure TDO4.1 – Théorème des vergences pour deux lentilles accolées.

La vergence équivalente est en effet plus grande que chacune des vergences V_1 et V_2. Pour trouver une relation mathématique, on utilise les relations de conjugaison. Pour faire apparaître les vergences des lentilles une et deux, on peut :

1) Écrire les relations de conjugaison pour les deux lentilles :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_1}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_2}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}}}$$

puis sommer terme à terme ces deux relations. Il vient alors :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_1}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_2}}$$

Que l'on peut ensuite remplacer dans (O4.1).

2) Ou directement dans (O4.1) ajouter et retirer $\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}}$ dans le terme de droite.

Quoiqu'il en soit, on trouve

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_{\mathrm{eq}}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_1}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_2}} \quad \blacksquare$$
$$\Leftrightarrow V_{\mathrm{eq}} = V_1 + V_2 \quad \blacksquare$$

Attention TDO4.1 : Théorème des vergences

Le théorème des vergences ne vaut **que pour des lentilles accolées** ; une version plus générique s'écrit

$$V_{\mathrm{eq}} = V_1 + V_2 - \overline{\mathrm{O}_1\mathrm{O}_2} V_1 V_2$$

◇

2 Préciser le grandissement de l'ensemble en fonction du grandissement de chaque lentille. L'hypothèse des lentilles accolées est-elle nécessaire ici ?

Réponse

Propriété TDO4.2 : Grandissement d'un système

Le grandissement γ_{eq} d'un ensemble de N dispositifs **quels qu'ils soient** est le produit des grandissements de chacun :

$$\gamma_{\mathrm{eq}} = \gamma_1 \gamma_2 \cdots \gamma_N$$

Démonstration TDO4.2 : Grandissement d'un système

Pour les deux lentilles ici, le grandissement de l'ensemble est $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$. Or, $\gamma_1 = \frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}$; on a donc

$$\boxed{\gamma_{\mathrm{eq}} = \gamma_1 \gamma_2} \quad \blacksquare$$

Cette relation est générale et ne dépend pas de l'hypothèse qu'elles soient accolées, et vaut également pour des miroirs et systèmes optiques plus complexes (par télescopage).

◇

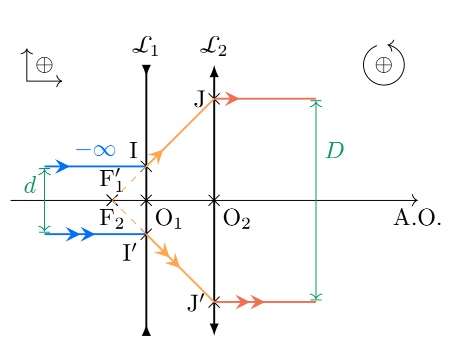
II Élargissement d'un faisceau laser

1 Un laser est un faisceau lumineux cylindrique dont le diamètre est de l'ordre du millimètre. On veut élargir ce faisceau jusqu'à lui donner un diamètre de quelque centimètres, en utilisant une lentille divergente et une lentille convergente. **Donner la relation entre les deux distances focales pour réaliser cet élargissement**. On prendra $d = 2\,\mathrm{mm}$ le diamètre du faisceau entrant, et $D = 3\,\mathrm{cm}$ celui du faisceau sortant.

Réponse

On peut associer deux lentilles, la première divergente de très courte focale f_1' (< 0) et la seconde convergente de grande focale f_2', à condition de faire coïncider le foyer image F_1' de la première avec le foyer objet F_2 de la seconde : on créé ainsi un **système afocal**.

Par retour inverse de la lumière, si cette configuration fonctionne pour élargir le faisceau, alors on remarque que l'association convergente d'abord-divergente ensuite ne pourra que **rétrécir** le faisceau !



Si D est le diamètre du faisceau final et d celui du faisceau initial, alors en utilisant le théorème de THALÈS dans les triangles F_2II' et F_2JJ', on trouve

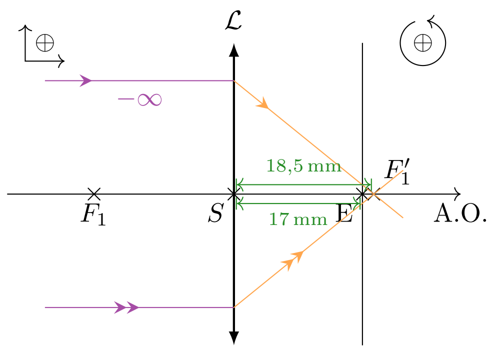
$$\frac{D}{d} = \frac{|f_2'|}{|f_1'|} = -\frac{f_2'}{f_1'} \Leftrightarrow \boxed{f_2' = -\frac{D}{d} f_1'}$$
$$\Rightarrow \underline{f_2' = -15 f_1'}$$

III L'œil hypermétrope et sa correction

Dans cet exercice, on étudie un œil assimilé à une lentille mince convergente $\mathcal{L}$, dont le centre optique S se trouve à une distance constante $d = 17\,\text{mm}$ de la rétine. Cet œil est hypermétrope et donne d'un objet à l'infini une image située 1,5 mm derrière la rétine lorsqu'il est au repos.

Données

- Œil = lentille $(\mathcal{L}, \text{S})$;
- $\overline{\text{SE}} = 17\,\text{mm}$;
- $\overline{\text{SA}} = -\infty \Rightarrow \overline{\text{SA}'} = \overline{\text{SE}} + 1{,}5\,\text{mm}$



1 Déterminer la distance focale de cet œil au repos. On la considèrera constante dans la suite du problème, l'œil n'accommodant pas.

Réponse

Résultat

$\overline{\text{SF}'}$

Outil

On trouve le point focal image d'un système en étudiant l'image d'un objet à l'infini.

Application

Ici, la lecture de l'énoncé donne directement la réponse : le point focal image et 1,5 mm derrière la rétine. On a donc

$$\overline{\text{SF}'} = 18{,}5\,\text{mm}$$

2 L'œil est-il trop ou pas assez convergent ? Corrige-t-on ce défaut en ajoutant des verres de lunettes convergents ou divergents ?

Réponse

L'œil n'est pas assez convergent, il faudrait que les rayons se croisent plus tôt sur l'axe optique pour que l'image se forme sur la rétine. Il faut donc corriger avec des lentilles correctrices convergentes.

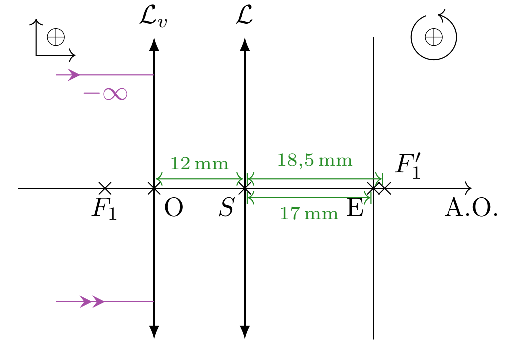
3 L'œil est corrigé par un verre de lunettes, assimilé à une lentille mince de centre optique O et placé à une distance $d = 12\,\text{mm}$ du centre optique S de l'œil réduit. On souhaite que dans ces conditions, l'œil au repos ait une vision nette d'un objet situé à l'infini.

Données

◇ Verre lunette $= (\mathcal{L}_v, \mathrm{O})$;

◇ $\overline{\mathrm{OS}} = 12\,\mathrm{mm}$;

◇ $\overline{\mathrm{AB}} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}_v} \overline{\mathrm{A_1B_1}} \xrightarrow[\mathrm{S}]{\mathcal{L}} \overline{\mathrm{A'B'}}$



a – Rappeler l'endroit où doit se trouver l'image définitive donnée par l'œil corrigé.

Réponse

Rappel

L'image doit se former sur l'écran de la lentille, autrement dit la rétine : avec $\overline{\mathrm{AB}} = -\infty$ on doit avoir $\mathrm{A'} = \mathrm{E}$.

◇

b – Quels points caractéristiques du verre et de l'œil doivent être confondus afin de corriger la vision de loin ?

Réponse

Résultat attendu

Utiliser le fonctionnement physique du système pour déterminer comment associer la lunette à l'œil.

Application

$$\overline{\mathrm{AB}} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}_v} \overline{\mathrm{A_1B_1}} \xrightarrow[\mathrm{S}]{\mathcal{L}} \overline{\mathrm{A'B'}}$$

$-\infty$ $\quad A_1 = F_v'$ $\quad A' = E$

$A_1 = R$

On a donc $\mathrm{A_1} = \mathrm{F_v'} = \mathrm{R}$.

Important !

Attention, **seul** le remotum de l'œil emmétrope est à l'infini. Vérifiez bien vos définitions.

◇

c – Déterminer la distance focale puis la vergence du verre correcteur.

Réponse

Résultats attendus

On cherche $\overline{\mathrm{OF_v'}}$ sachant que $\mathrm{F_v'} = \mathrm{R}$: l'idée est donc de trouver R de l'œil connaissant sa distance focale et la distance œil-écran.

Outil

On va donc utiliser la formule de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

Avec les données de l'exercice, on a $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{SF'}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{SE}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{SR}}}$

$$\Leftrightarrow \boxed{\overline{\mathrm{SR}} = \frac{\overline{\mathrm{SE}}\,\overline{\mathrm{SF'}}}{\overline{\mathrm{SF'}} - \overline{\mathrm{SE}}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{\mathrm{SE}} = 17\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{SF'}} = 18{,}5\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

$$\text{A.N.} \; : \; \underline{\overline{\mathrm{SR}} = 21\,\mathrm{cm}}$$

Avec la composition des distances et comme $\mathrm{F_v'} = \mathrm{R}$, on a finalement

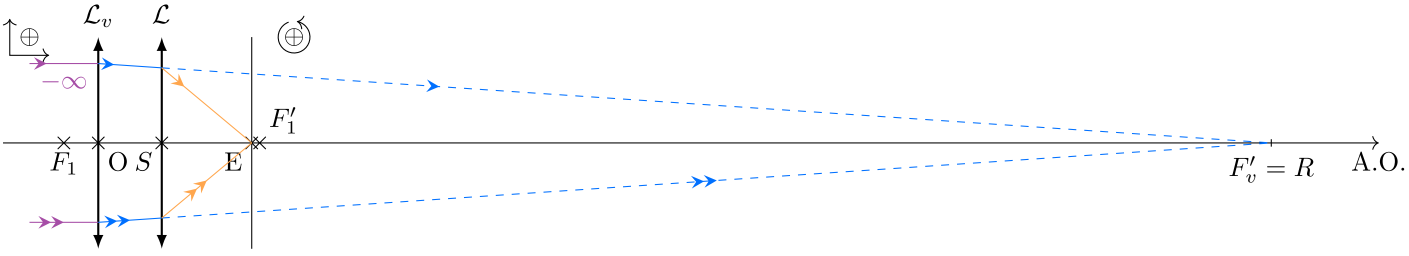
$$\boxed{\overline{\mathrm{OF_v'}} = \overline{\mathrm{OS}} + \overline{\mathrm{SR}}} \Rightarrow \underline{\overline{\mathrm{OF_v'}} = 22\,\mathrm{cm}} \Leftrightarrow \underline{V_{\text{verre}} = +4{,}5\,\delta}$$

◇

d – Faire un schéma de principe expliquant la correction de l'œil par les lunettes.

Réponse

On a donc



Correction du TD d'entraînement

I Étude d'un photocopieur

Un photocopieur permet la formation de l'image d'un document sur une surface photosensible par l'intermédiaire d'un objectif de reproduction. On désire reproduire un document de format A4 soit en A4 (même format), soit en A3 (format double en surface) soit en A5 (format moitié en surface).

On réalise ces différents tirages à l'aide d'un objectif en modifiant la position respective des lentilles à l'intérieur du système. La distance entre le document et le récepteur photosensible est de 384 mm et l'on positionne une première lentille mince divergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale image $f'_1 = -90$ mm à 180 mm du récepteur (Figure O4.1).

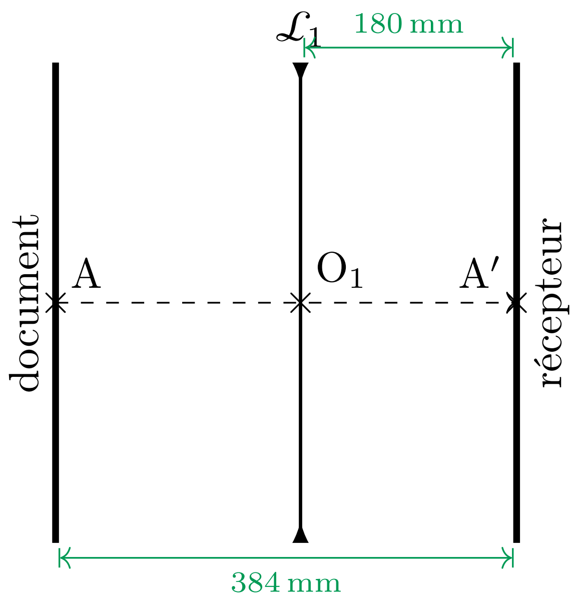


Figure O4.1 – Situation 1.

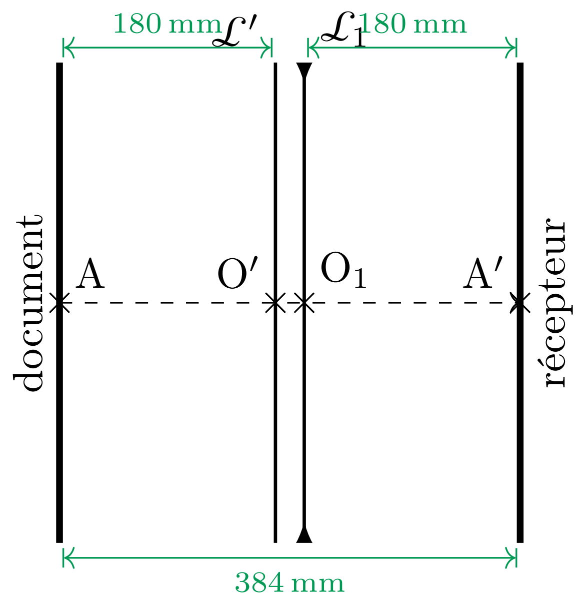


Figure O4.2 – Situation 2.

1 La lentille $\mathcal{L}_1$ peut-elle donner une image du document sur le récepteur ?

Réponse

La lentille divergente ne peut pas donner une image réelle si l'objet est réel :

$$\frac{1}{\overline{O_1F'}} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_1A'}} = \underbrace{\frac{1}{f'_1}}_{<0} + \underbrace{\frac{1}{\overline{O_1A}}}_{<0}$$

On ne peut donc pas avoir $\overline{O_1A'} > 0$. Par conséquent, l'image à travers $\mathcal{L}_1$ **ne peut pas être sur le récepteur**, car cette dernière est virtuelle.

◇

2 On ajoute une lentille mince $\mathcal{L}'$ devant la lentille $\mathcal{L}_1$, à 180 mm du document (Figure O4.2). La lentille $\mathcal{L}'$ peut-elle être divergente ? Justifier votre réponse.

Réponse

Si $\mathcal{L}'$ est divergente, l'image de A est virtuelle, comme vu précédemment ; mais ça sera donc un objet réel pour $\mathcal{L}_1$, et on a encore le même raisonnement. Ainsi, si une lentille peut fonctionner dans ce système, elle ne peut être divergente.

◇

3 Calculer la distance focale image f' de cette lentille $\mathcal{L}'$ pour obtenir une image réelle du document sur le récepteur. Pour cela, on utilisera deux relations de Descartes.

Réponse

L'image finale est telle que $\overline{O_1A'} = 180$ mm, l'objet initial est tel que $\overline{O'A} = -180$ mm et on a $\overline{O'O_1} = 24$ mm. Avec le système $\mathrm{A} \xrightarrow[\mathrm{O}']{\mathcal{L}'} \mathrm{A}_1 \xrightarrow[\mathrm{O}_1]{\mathcal{L}_1} \mathrm{A}'$, on sait qu'on a les relations

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}} \\ \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}}\right)^{-1} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{f_1'}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}} \times \overline{\mathrm{O'A}}}{\overline{\mathrm{O'A}} - \overline{\mathrm{O'A_1}}} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} \end{cases}$$

On en déduit $\overline{\mathrm{O'A_1}} = \overline{\mathrm{O_1A_1}} - \overline{\mathrm{O_1O'}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} - \overline{\mathrm{O_1O'}}$; avec $\begin{cases} f_1' = -90\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1A'}} = 180\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1O'}} = -24\,\mathrm{mm} \end{cases}$ on a

$$\underline{\overline{\mathrm{O'A_1}} = 84\,\mathrm{mm}}$$

et finalement avec $\overline{\mathrm{O'A}} = -180\,\mathrm{mm}$, on a également

$$\underline{f' = 57\,\mathrm{mm}}$$

---

4 En déduire le grandissement γ de l'association des deux lentilles et indiquer quel type de tirage permettra cet objectif : transformer du A4 en A3 ou du A4 en A5 ?

Réponse

$\gamma_{\text{imprim}} = \gamma_{\mathcal{L}'}\gamma_{\mathcal{L}_1}$ en tant qu'association de lentilles ; or $\gamma_{\mathcal{L}'} = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}}}{\overline{\mathrm{O'A}}} = -0{,}5$, et $\gamma_{\mathcal{L}_1} = \dfrac{\overline{\mathrm{O_1A'}}}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} = 3$: on a

$$\underline{\gamma_{\text{imprim}} = -1{,}5}$$

$|\gamma_{\text{imprim}}| > 1$ d'une part, mais pour savoir si on peut imprimer en A3 il faut savoir si la *surface* est multipliée par 2 ; γ est un grandissement linéique (sur une longueur). Pour la surface, on calcule $\gamma_{\text{imprim}}^2 = 2.25 > 2$: on peut donc transformer du A4 en A3.

★★ II Le microscope

Un microscope est schématisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique : l'objectif $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale image $f_1' = 5\,\mathrm{mm}$, et l'oculaire $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de distance focale image $f_2' = 25\,\mathrm{mm}$. On note respectivement F'$_1$ et F_2 les foyers image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$. On appelle *intervalle optique* et on la note Δ la distance $\overline{\mathrm{F}_1'\mathrm{F}_2} = 25\,\mathrm{cm}$. L'œil de l'observataire est placé au foyer image F_2' de l'oculaire. On y visualise un objet étendu transverse AB avec A sur l'axe optique.

1 Où doit se situer A pour que l'œil n'ait pas à accommoder ? Répondre en donnant l'expression et la valeur numérique de $\overline{\mathrm{F_1A}}$.

Réponse

L'œil visant sans fatigue à l'infini, il faut que l'image par $\mathcal{L}_2$ soit à l'infini. Pour ça, l'image intermédiaire A_1 de A par $\mathcal{L}_1$ doit se situer dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_2$. Autrement dit, on doit avoir $\overline{\mathrm{F}_1'\mathrm{A}_1} = \overline{\mathrm{F}_1'\mathrm{F}_2}$. Ceci ce traduit par la schématisation optique $\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O}_1]{\mathcal{L}_1} \underbrace{\mathrm{A_1B_1}}_{\mathrm{A_1=F_2}} \xrightarrow[\mathrm{O}_2]{\mathcal{L}_2} +\infty$. On utilise donc la relation de conjugaison pour la lentille $\mathcal{L}_1$ avec origine au foyer :

$$\overline{\mathrm{FA}}\,\overline{\mathrm{F'A'}} = -f'^2$$

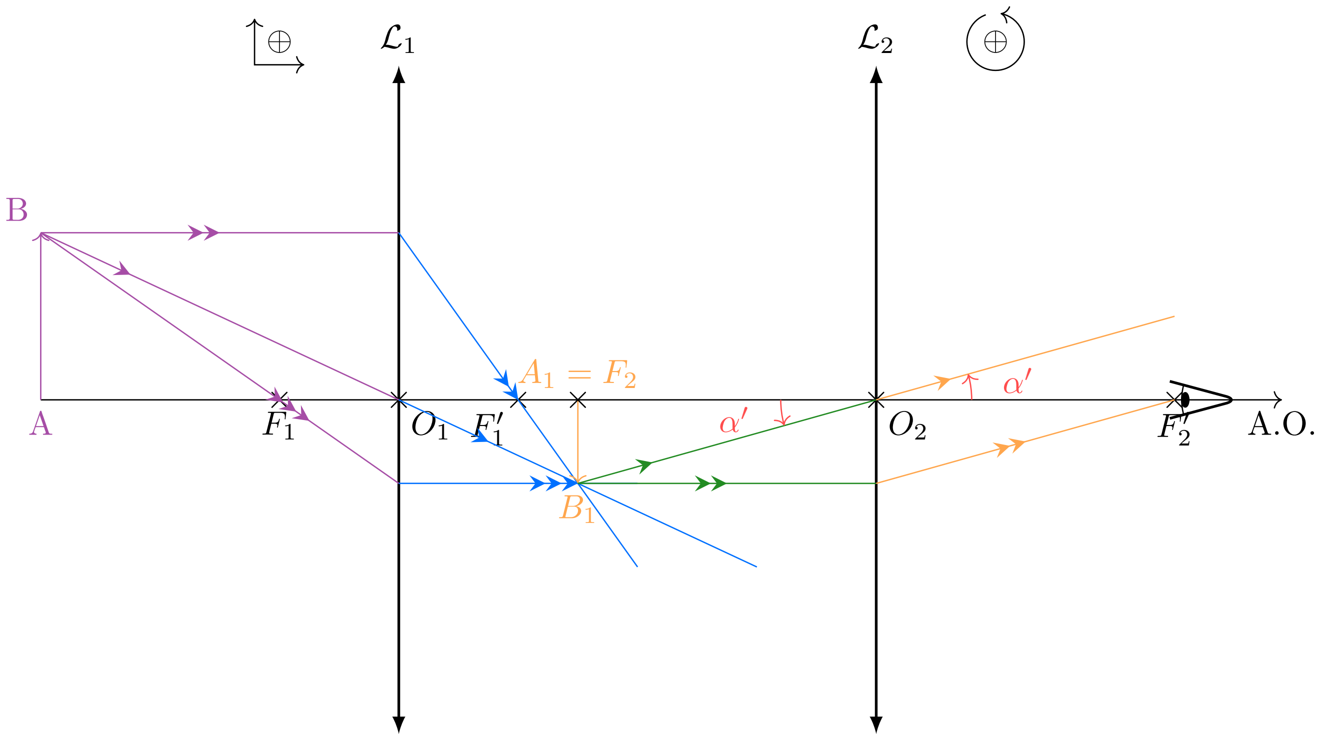
et avec les notations choisies, $\overline{\mathrm{F_1A}}\,\overline{\mathrm{F}_1'\mathrm{A}_1} = -f_1'^2$. On en tire directement

$$\boxed{\overline{\mathrm{F_1A}} = \frac{-f_1'^2}{\Delta}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_1' = 5\,\mathrm{mm} \\ \Delta = 250\,\mathrm{mm} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \underline{\overline{\mathrm{F_1A}} = -0{,}1\,\mathrm{mm}}$$

---

2 On se place dans les conditions de la question précédente. Représenter le trajet de 2 rayons issus de B sur une figure horizontale respectant le fait que $f_1' < f_2'$.

Réponse



3 Soient α' l'angle algébrique sous lequel l'œil voit l'image finale de AB par le microscope, et α l'angle algébrique sous lequel il apercevrait l'objet sans microscope et à la distance Δ. Calculer le grossissement, et interpréter son signe.

Réponse

Avec le schéma ci-dessus et dans l'hypothèse des conditions de Gauss ($\tan\theta \approx \theta$), $\alpha' = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{-f_2'}$. On veut relier $\overline{A_1B_1}$ à $\overline{AB}$ puisqu'on aura $\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{-\Delta}$: on utilise pour ça l'expression du grandissement avec origine aux foyers (on connaît $\overline{F_1A}$) :

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{O_1F_1}}{\overline{F_1A}} \Leftrightarrow \overline{A_1B_1} = \overline{AB}\frac{f_1'}{\overline{F_1A}}$$

Ainsi,

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{-\dfrac{f_1'}{f_2'}\dfrac{\overline{AB}}{\overline{F_1A}}}{\dfrac{\overline{AB}}{-\Delta}} \Leftrightarrow \boxed{G = -\frac{\Delta^2}{f_1'f_2'}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta = 25\,\mathrm{cm} \\ f_1' = 5\,\mathrm{mm} \\ f_2' = 25\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{G = -500}$$

Relations de Newton

Savoir extraire les données permet ici de détecter que c'est bien l'utilisation de la relation de conjugaison et le grandissement de Newton qui sont attendus : il ne faut pas stagner dans l'utilisation de la relation de Descartes mais réussir à être vigilant-e vis-à-vis du cadre dans lequel l'énoncé est posé. On retiendra :

Si les points de référence sont les foyers, il vaudra sûrement mieux utiliser la relation et les grandissements de Newton !

C'est hyper classique, dès qu'on voit un $\Delta = \overline{F_1'F_2}$, de passer par Newton, et c'est souvent le cas pour les microscopes et assimilés.

III Lunettes astronomiques de Kepler et Galilée

On construit une lunette astronomique de Kepler par un objectif $\mathcal{L}_1$ de diamètre $D = 30\,\mathrm{mm}$, de centre O_1 et de vergence $V_1 = 3{,}125\,\delta$, et d'un oculaire $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de vergence $V_2 = 25\,\delta$.

III/A Kepler

Données

Association de deux lentilles :

1) $\mathcal{L}_1$ « objectif », vergence $V_1 = 3{,}125\,\delta$, diamètre $D = 30\,\mathrm{mm}$;

2) $\mathcal{L}_2$ « oculaire », vergence $V_2 = 25\,\delta$.

1 Calculer les distances focales images f_1' et f_2' de l'objectif et de l'oculaire respectivement.

Réponse

Résultat attendu

Focales de lentilles

Outil du cours

$$V = \frac{1}{f'}$$

Application

$$\overline{\mathrm{O_1F_1'}} = 32\,\mathrm{cm} \quad \text{et} \quad \overline{\mathrm{O_2F_2'}} = 4\,\mathrm{cm}$$

2 Définir le caractère afocal d'une lunette et son intérêt pour un œil emmétrope.

Réponse

Système afocal

Est afocal un système pour lequel un objet initial à l'infini donne une image finale à l'infini.

Intérêt d'un système afocal

Un système afocal présente comme intérêt de permettre à un œil emmétrope d'observer sans fatigue, étant donné que l'image sortant du système est à l'infini (voir cours).

3 Calculer alors l'encombrement $\overline{\mathrm{O_1O_2}}$ de la lunette.

Réponse

Résultat attendu

$\overline{\mathrm{O_1O_2}}$

Outils du cours

Règles de construction de rayons :

1) Un rayon provenant de l'infini émerge d'une lentille en croisant l'axe optique au plan focal image ;

2) Des rayons se croisant dans le plan focal objet d'une lentille émergent parallèles entre eux.

Composition des distances :

$$\overline{\mathrm{O_1O_2}} = \overline{\mathrm{O_1F_1'}} + \overline{\mathrm{F_1'O_2}}$$

Application

Pour que tous les rayons sortant de la lunette soient parallèles entre eux (donnant donc une image à l'infini), il faut que tous les rayons à l'intérieur passent par le plan focal objet de son oculaire.

Or, tous les rayons arrivent dans la lunette parallèles entre eux (objet initial à l'infini) ; il se croisent donc dans le plan focal image de l'objectif.

Pour que la condition soit vérifiée, il faut donc simplement que les plans focaux image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$ soient confondus ; autrement dit :

$$\boxed{F_1' = F_2}$$

On a alors $\overline{\mathrm{O_1O_2}} = \overline{\mathrm{O_1F_1'}} + \overline{\mathrm{F_2O_2}}$, et finalement

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_1O_2}} = +36\,\mathrm{cm}}$$

4 Faire un schéma à l'échelle avec comme rayons incident :

◇ Un rayon passant par $\mathrm{O_1}$ venant d'en haut ;

◇ Deux rayons proches, parallèles entre eux et au premier rayon.

On prendra soin de :

a – placer l'image intermédiaire donnée par l'objectif ;

b – puis l'image finale donnée par l'oculaire ;

c – tracer le cheminement du pinceau lumineux entre les deux rayons proches (on hachurera la zone qu'ils délimitent).

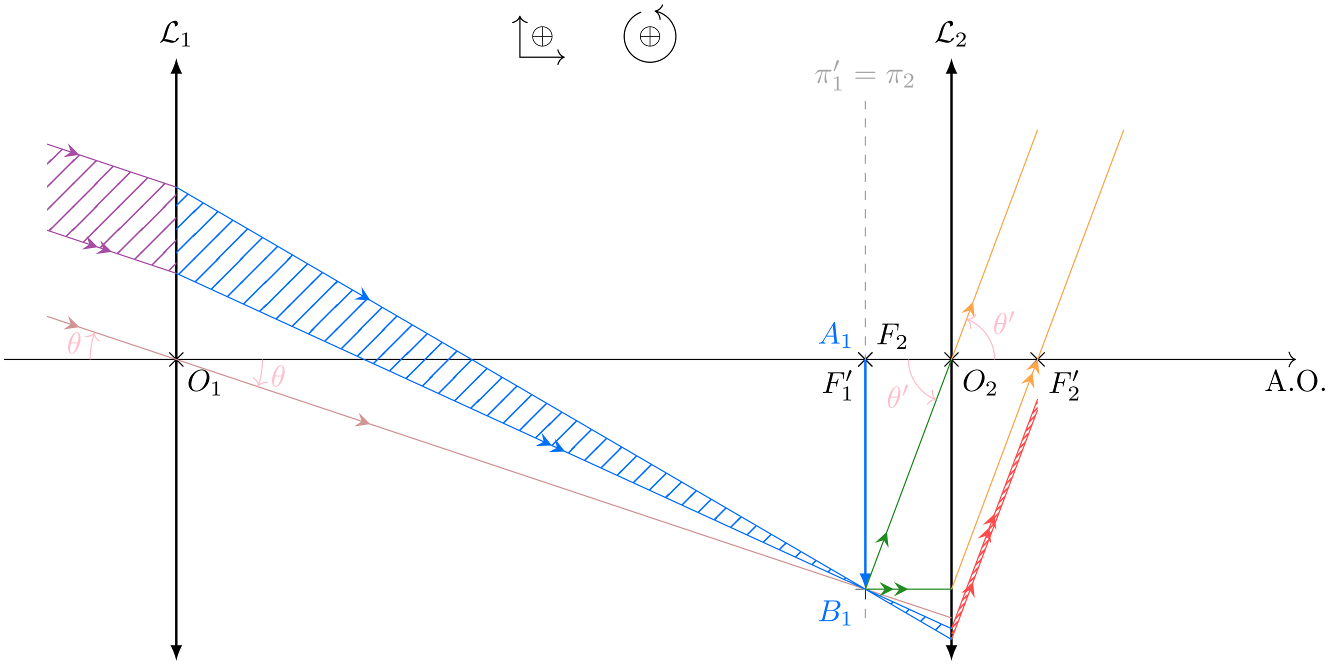
Réponse

Pour cette question, le placement de l'image intermédiaire ne nécessite que le tracé du rayon passant par O_1, étant donné que son intersection avec le plan focal image donnera la position de B_1 :

Rappel

- Deux rayons parallèles avant le système optique se coupent dans le plan focal image ;
- Deux rayons qui se coupent dans le plan focal objet émergent parallèles entre eux.

On peut donc facilement tracer les rayons émergents du « pinceau » (i.e. l'espace entre les deux rayons entrant) puisqu'ils doivent se croiser en B_1. Sur le schéma suivant, les rayons sortant sont également tracés, et cette fois on utilise la seconde partie du rappel précédent : les deux rayons bleus se coupant en B_1 émergent parallèle entre eux, et il suffit de construire un rayon émergent de B_1 (par exemple celui passant par O_2 et qui n'est pas dévié) pour trouver l'angle de sortie.



5 Calculer le grossissement de la lunette.

Réponse

Résultat

G

Outil

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Application

Avec le tracé sur le schéma et en considérant des petits angles, $\theta' = \frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{O_2F_2}} > 0$ et $\theta = \frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{O_1F_1'}} < 0$, soit

$$G = \frac{f_1'}{-f_2'} = -8$$

Attention

Pour bien voir si un angle est positif ou négatif, il faut se donner un sens dans lequel compter positivement, tracer les angles depuis l'axe optique jusqu'au rayon pour voir le changement de direction et dans la formule trigonométrique utiliser les grandeurs dans le bon sens.

6 Rappeler la définition du cercle oculaire et son intérêt.

Réponse

Cercle oculaire

On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire.

Utilité du cercle oculaire

Il correspond à la section la plus étroite du faisceau sortant de l'oculaire, où l'œil reçoit le maximum de lumière.

7 Déterminer sa position $\overline{\mathrm{O_2C'_K}}$.

Réponse

Résultat attendu

$\overline{\mathrm{O_2C'_K}}$

Outil du cours

Par définition, C'_K est l'image de $\mathrm{O_1}$ par $\mathcal{L}_2$. On va donc se servir de la relation de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

On a ici $\mathrm{O} \equiv \mathrm{O_2}$, $\mathrm{F'} \equiv \mathrm{F'_2}$, $\mathrm{A} \equiv \mathrm{O_1}$ et $\mathrm{A'} \equiv \mathrm{C'_K}$. On a donc :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_2}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et après calculs :

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_2C'_K}} = \frac{\overline{\mathrm{O_2O_1}} \cdot \overline{\mathrm{O_2F'_2}}}{\overline{\mathrm{O_2O_1}} + \overline{\mathrm{O_2F'_2}}} = \underline{+4{,}5\,\mathrm{cm}}}$$

8 Donner sa taille (diamètre $\mathrm{D'_K}$).

Réponse

Résultat attendu

D'_K

Outil du cours

Le diamètre du cercle oculaire s'apparente à la taille d'un objet. On peut donc utiliser le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

Avec les données de l'énoncé, on obtient :

$$\gamma = \frac{D'_K}{D} = \frac{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et finalement

$$\boxed{D'_K = D \times \frac{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}} = \underline{3{,}75\,\mathrm{mm}}}$$

III/B Galilée

On obtient une lunette de Galilée en remplaçant l'oculaire convergent par un oculaire divergent. Dans cet exercice, la valeur de la vergence est la même que précédemment en valeur absolue. On nomme cette lentille $\mathcal{L}_3$, son centre sera noté $\mathrm{O_3}$. La lunette astronomique reste afocale.

9 Expliquer que la vergence de l'oculaire sera $V_3 = -25\,\delta$.

Réponse

Si l'oculaire est divergent, cela signifie que $V_3 < 0$. On a donc $V_3 = -V_2$, d'où le résultat demandé.

10 Calculer le nouvel encombrement $\overline{\mathrm{O_1O_3}}$.

Réponse

On reprend la question 3, avec cette fois des indices « 3 » au lieu des indices « 2 », et on obtient :

Application

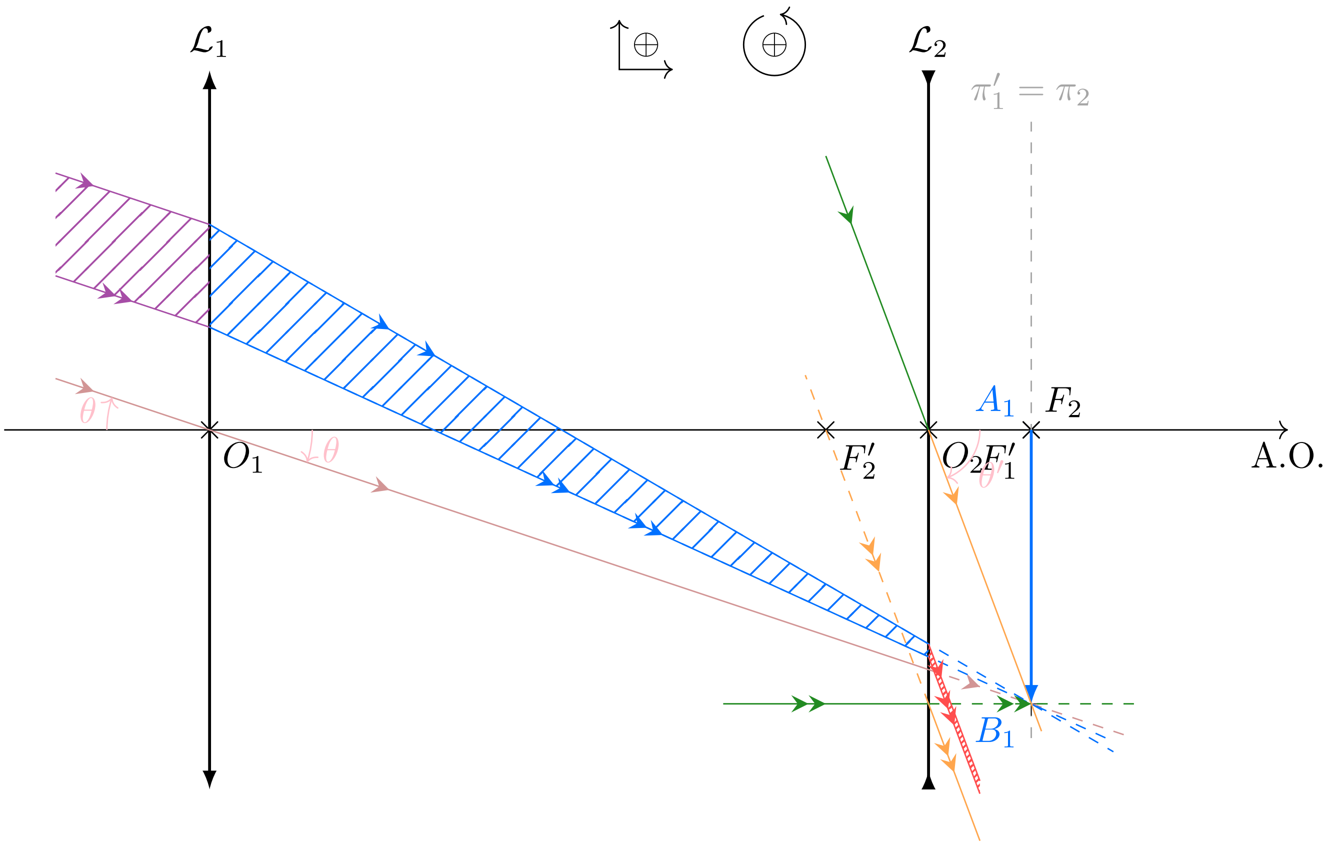
$\overline{\mathrm{O_1O_3}} = \overline{\mathrm{O_1F'_1}} + \overline{\mathrm{F_3O_3}}$ avec $\overline{\mathrm{F_3O_3}} = \overline{\mathrm{O_3F'_3}} = -4\,\mathrm{cm}$, d'où $\underline{\overline{\mathrm{O_1O_3}} = +28\,\mathrm{cm}}$

Intérêt

La lunette de Galilée est donc plus compacte que la lunette de Kepler !

11 Tracer, toujours à l'échelle, le même schéma que précédemment avec cette nouvelle situation.

Réponse



12 Déterminer la position $\overline{\mathrm{O_3C'_G}}$ du cercle oculaire.

Réponse

On reprend la question 6, avec des indices « 3 » au lieu de « 2 », et on obtient :

Application

$$\overline{\mathrm{O_3C'_G}} = -3{,}5\,\mathrm{cm}$$

Comparaison

On a cette fois un cercle oculaire virtuel. Il faudra placer son œil le plus près possible de l'oculaire pour espérer avoir le plus de lumière possible.

13 Donner sa taille (diamètre D'_{G}).

Réponse

On reprend la question 8 :

Application

$$D'_G = 3{,}75\,\mathrm{mm}$$

14 Quels sont les avantages et inconvénients de ces 2 lunettes astronomiques ?

Réponse

	Avantages	Inconvénients
Lunette Galilée	+ compacte image droite	cercle oculaire virtuel
Lunette Kepler	Grande clarté Cercle oculaire réel	- compacte image renversée