

Dipôles et associations

Sommaire

I Dipôles usuels	2
I/A Généralités sur les dipôles	2
I/B Résistance	2
I/C Interrupteurs ouverts et fermés	2
I/D Sources de tension et de courant	3
II Associations de dipôles	4
II/A En série	4
II/B En parallèle	5
II/C Entraînements	6
III Condensateurs et bobines	7
III/A Condensateur	7
III/B Bobine	9

Capacités exigibles

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Connaître les relations entre l'intensité et la tension. | <input type="checkbox"/> Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. |
| <input type="checkbox"/> Citer des ordres de grandeurs des composants R, L, C. | <input type="checkbox"/> Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant. |
| <input type="checkbox"/> Exprimer la puissance dissipée par effet JOULE dans une résistance. | <input type="checkbox"/> Modéliser une source en utilisant la représentation de THÉVENIN. |
| <input type="checkbox"/> Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine. | |

L'essentiel

Définitions

<input type="checkbox"/> E2.1 : Caractéristique et relation courant-tension	2
<input type="checkbox"/> E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques	2
<input type="checkbox"/> E2.3 : Résistor et relation courant-tension	2
<input type="checkbox"/> E2.4 : Interrupteurs ouvert et fermé	3
<input type="checkbox"/> E2.5 : Générateurs de tension	3
<input type="checkbox"/> E2.6 : Générateurs de courant	4
<input type="checkbox"/> E2.7 : Condensateur	7
<input type="checkbox"/> E2.8 : Condensateur réel	8
<input type="checkbox"/> E2.9 : Bobine	9
<input type="checkbox"/> E2.10 : Bobine réelle	10

Propriétés

<input type="checkbox"/> E2.1 : $R_{\text{série}}$ et diviseur de tension	4
<input type="checkbox"/> E2.2 : Résistance de sortie pour E_0	5
<input type="checkbox"/> E2.3 : R_{para} et diviseur de courant	5
<input type="checkbox"/> E2.4 : Résistance de sortie pour I_0	5
<input type="checkbox"/> E2.5 : Charge et capacité	7
<input type="checkbox"/> E2.6 : Relation courant-tension de C	8
<input type="checkbox"/> E2.7 : Conditions limites pour C	8
<input type="checkbox"/> E2.8 : Énergie stockée dans C	8
<input type="checkbox"/> E2.9 : Relation courant-tension de L	9
<input type="checkbox"/> E2.10 : Conditions limites pour L	9
<input type="checkbox"/> E2.11 : Énergie stockée dans L	10

Démonstrations

<input type="checkbox"/> E2.1 : $R_{\text{série}}$ et diviseur de tension	4
<input type="checkbox"/> E2.2 : Résistance de sortie pour E_0	5
<input type="checkbox"/> E2.3 : R_{para} et diviseur de courant	5
<input type="checkbox"/> E2.4 : Résistance de sortie pour I_0	6
<input type="checkbox"/> E2.5 : Relation courant-tension de C	8
<input type="checkbox"/> E2.6 : Conditions limites pour C	8
<input type="checkbox"/> E2.7 : Énergie stockée dans C	8
<input type="checkbox"/> E2.8 : Conditions limites pour L	9
<input type="checkbox"/> E2.9 : Énergie stockée dans L	10

Interprétations

<input type="checkbox"/> E2.1 : Cas limite des interrupteurs	2
<input type="checkbox"/> E2.2 : Relation courant-tension de C	7

Implications

<input type="checkbox"/> E2.1 : Puissance de R	2
--	---

Applications

<input type="checkbox"/> E2.1 : Résistance équivalente	6
<input type="checkbox"/> E2.2 : Ponts diviseurs de tension	6
<input type="checkbox"/> E2.3 : Pont diviseur de courant	7

Erreurs communes

<input type="checkbox"/> E2.1 : Tension d'un interrupteur ouvert	3
<input type="checkbox"/> E2.2 : Application des ponts	4
<input type="checkbox"/> E2.3 : Utilisation des ponts	7

I Dipôles usuels

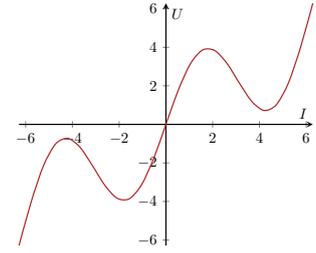
I/A Généralités sur les dipôles

Définition E2.1 : Caractéristique et relation courant-tension

On appelle **caractéristique** d'un dipôle la fonction $U = f(I)$ ou $I = g(U)$. Sauf indication contraire, elle est déterminée **en régime continu**. L'expression analytique est appelée **relation courant-tension (RCT)**.

Cas particuliers

- ◇ **Court-circuit**¹ : $\forall I, U = 0$. ◇ **Circuit ouvert** $\forall U, I = 0$.



Définition E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques

Passif

- ◇ Pas alimenté, récepteur.
- ◇ Passe par **(0,0)**.
- ◇ **Actif**
- ◇ Est alimenté, générateur.
- ◇ Ne passe pas par **(0,0)**.

Linéaire

Un dipôle est dit **linéaire** si sa caractéristique est une **droite**.

Non-linéaire

Non-linéaire si sa caractéristique n'est **pas une droite**.

Symétrique

Symétrique \Leftrightarrow **impaire**.
Symétrique \Rightarrow passif.

Asymétrique

Asymétrique si sa caractéristique n'est **pas impaire**.

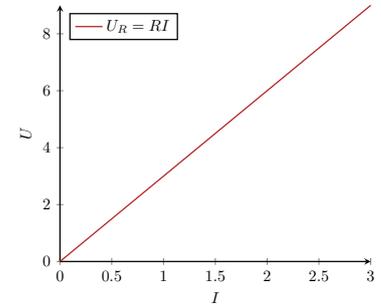
I/B Résistance

♥ Définition E2.3 : Résistor et relation courant-tension

Un résistor est un dipôle **récepteur**, dont la **relation courant-tension** suit la **loi d'OHM** :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} U = \pm RI \\ GU = \pm I \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven}^\circ \text{ récepteur} \\ - \text{ en conven}^\circ \text{ générateur} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Unités} \\ \left\{ \begin{array}{l} R \text{ en } \Omega \\ G \text{ en } S \end{array} \right. \end{matrix}$$

avec R la résistance, $G = 1/R$ la conductance.



Implication E2.1 : Puissance de R

En utilisant la RCT de la résistance *en convention récepteur* et l'expression de la puissance d'un dipôle, on a

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}}^{\text{conv. R}} = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2$$

qui est alors bien positive. Dans le cas de la résistance, cette puissance est entièrement **dissipée** par effet JOULE.

I/C Interrupteurs ouverts et fermés

Interprétation E2.1 : Cas limite des interrupteurs

La **résistance** quantifie à quel point le **courant circule ou non**. Il y a alors deux situations extrêmes, qui correspondent aux interrupteurs :

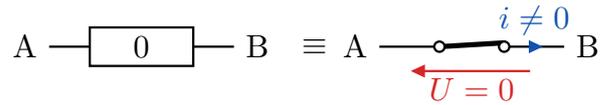
- ◇ si $R = 0$, le courant circule librement donc $i \neq 0$; ◇ si $R = +\infty$, le courant ne circule pas donc $i = 0$.

1. On dit qu'un dipôle est court-circuité lorsqu'un fil est branché entre ses deux bornes.

♥ Définition E2.4 : Interrupteurs ouvert et fermé

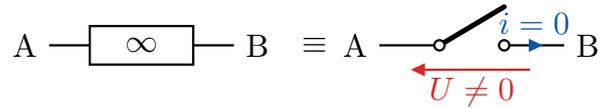
Interrupteur fermé

- ◇ $R = 0$;
- ◇ $i \neq 0$;
- ◇ $U = 0$.



Interrupteur ouvert

- ◇ $R \rightarrow +\infty$
- ◇ $i = 0$
- ◇ $U \neq 0$



♥ Attention E2.1 : Tension d'un interrupteur ouvert

Il y a deux erreurs malheureusement récurrentes concernant la tension d'un interrupteur ouvert : considérer que $U = 0$ ou $U = \infty$. Elles sont signe d'une mauvaise compréhension de base des circuits électriques. Rectifions :

- ◇ La tension n'est pas infinie! La modélisation d'un interrupteur ouvert par une résistance infinie est à modérer, et à ne pas étendre ou déformer : même dans ce modèle, il n'y a **jamais** de tension ou d'intensité infinie dans un circuit!
- ◇ La tension n'est surtout pas nulle²!! Par construction, si le courant ne circule pas, c'est qu'il y a une accumulation de charges d'un côté, et donc une différence de potentiel s'établit et la tension n'est pas (forcément) nulle : $U \neq 0$.

I/D Sources de tension et de courant

♥ Définition E2.5 : Générateurs de tension

Générateur idéal

Il impose une tension, le courant débité est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit idéal si la tension imposée est constante, quel que soit le courant débité.

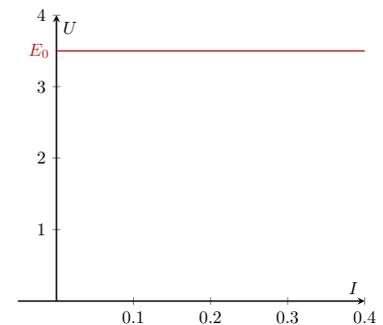
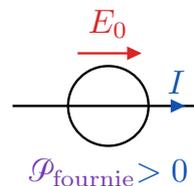


FIGURE E2.2 – Idéal.

Générateur réel

À cause des effets résistifs, la tension imposée et le courant débité sont liés :

$$U = E_0 - rI$$

On parle de **générateur de THÉVENIN**, et on le note (E_0, r) sur un schéma ; E_0 est la force électromotrice (fém).

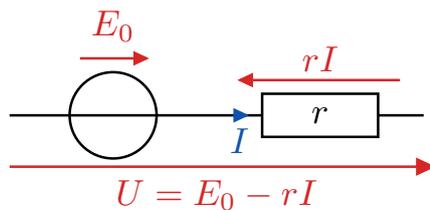


FIGURE E2.1

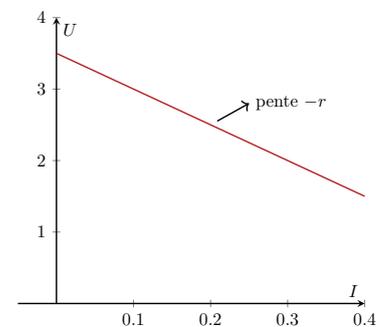


FIGURE E2.3 – Réel.

2. Sauf pour un interrupteur ouvert mais court-circuité : le fil l'« emporte » et $U = 0$.

♥ Définition E2.6 : Générateurs de courant

Générateur idéal

Il impose un courant, la tension à ses bornes est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si le courant débité est constant quelle que soit la tension à ses bornes.

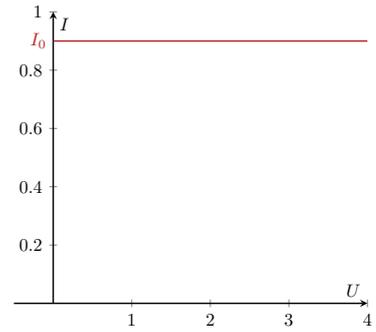
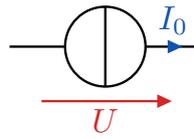


FIGURE E2.5 – Idéal.

Générateur réel

À cause des effets résistifs, le courant imposé et la tension induite sont liées :

$$I = I_0 - \frac{U}{r_N}$$

On parle de **générateur de NORTON**, et on le note (I_0, r_N) .

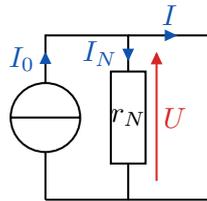


FIGURE E2.4

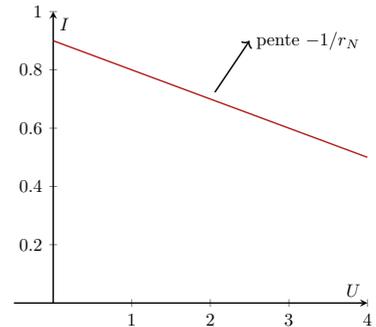


FIGURE E2.6 – Réel.

II Associations de dipôles

II/A En série

♥ Propriété E2.1 : Résistances en série : pont diviseur de tension

Des résistances R_k en série entre les nœuds A et B forment un dipôle équivalent de résistance

$$R_{\text{série}} = \sum_k R_k$$

On dit qu'en série, les résistances s'ajoutent. Chaque résistance supporte alors la **même intensité** I mais elles se **divisent la tension** totale U_{AB} , tel que :

$$U_k = \frac{R_k}{R_{\text{série}}} U_{AB}$$

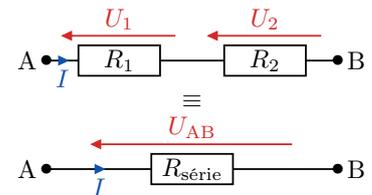


FIGURE E2.7

Démonstration E2.1 : Résistances en série et pont diviseur de tension

Association en série

À partir du schéma précédent, on écrit la loi d'additivité des tensions, on applique la loi d'OHM, on factorise et on identifie.

$$U_{AB} = U_1 + U_2 \Leftrightarrow U_{AB} = R_1 I + R_2 I$$

$$\Leftrightarrow U_{AB} = \underbrace{(R_1 + R_2)}_{=R_{\text{série}}} I \Leftrightarrow U_{AB} = R_{\text{série}} I \quad \blacksquare$$

Pont diviseur de tension

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici l'intensité :

$$I = \frac{U_k}{R_k} \quad \text{et} \quad I = \frac{U_{AB}}{R_{\text{série}}}$$

$$\Leftrightarrow U_k = \frac{R_k}{R_{\text{série}}} U_{AB} \quad \blacksquare$$

♥ Attention E2.2 : Application des ponts

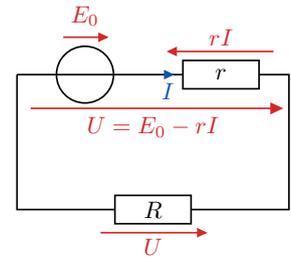
La relation mathématique vient avec le schéma exact : si U_2 n'est pas dans ce sens, il faudra prendre son opposé. Il **faudrait** donc faire des schémas équivalents avant de faire des calculs !

♥ **Propriété E2.2 : Résistance de sortie pour E_0**

On peut approximer un générateur réel de fém E_0 et résistance interne r par un générateur idéal E_0 si la tension U d'une résistance R branchée à ses bornes est suffisamment proche de E_0 .

Cette condition **dépend de R et r** et se traduit par la relation :

$$r \ll R$$

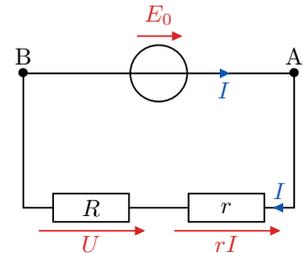


♥ **Démonstration E2.2 : Résistance de sortie pour E_0**

On applique la formule du pont diviseur de tension pour avoir la tension U :

$$U = \frac{R}{R+r} U_{AB} = \frac{R}{r+R} E_0$$

Ainsi, $U \neq E_0$ en général, mais si $R \gg r$ on a tout de même $U \approx E_0$, car r s'assimile alors à un fil. ■



II/B En parallèle

♥ **Propriété E2.3 : Association en parallèle : pont diviseur de courant**

Des résistances R_k en dérivation forment un dipôle équivalent de résistance

$$\frac{1}{R_{\text{para}}} = \sum_k \frac{1}{R_k} \Leftrightarrow G_{\text{para}} = \sum_k G_k$$

On dit qu'en **parallèle**, l'**inverse des résistances s'ajoutent**.

Chaque résistance supporte alors la **même tension** U_{AB} mais elles se **divisent l'intensité** totale I_{para} , tel que :

$$I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}} \Leftrightarrow I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}}$$

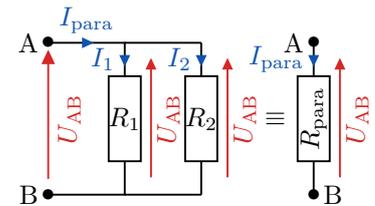


FIGURE E2.8

Démonstration E2.3 : Association en parallèle et pont diviseur de courant

Association en parallèle

À partir du schéma précédent, on écrit la loi des nœuds, on applique la loi d'OHM, on factorise et on identifie.

$$I_{\text{para}} = I_1 + I_2 \Leftrightarrow I_{\text{para}} = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2}$$

$$\Leftrightarrow I_{\text{para}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_{AB} \Leftrightarrow I_{\text{para}} = \frac{U_{AB}}{R_{\text{para}}} \quad \blacksquare$$

$= \frac{1}{R_{\text{para}}}$

Pont diviseur de courant

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici la tension :

$$U_{AB} = R_k I_k \quad \text{et} \quad U_{AB} = R_{\text{para}} I_{\text{para}}$$

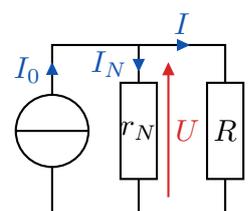
$$\Leftrightarrow I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}} \Leftrightarrow I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}} \quad \blacksquare$$

♥ **Propriété E2.4 : Résistance de sortie pour I_0**

On peut approximer un générateur réel de courant I_0 et résistance interne r_N par un générateur idéal I_0 si l'intensité I d'une résistance R branchée à ses bornes est suffisamment proche de I_0 .

Cette condition **dépend de R et r** et se traduit par la relation :

$$r_N \gg R$$



♥ Démonstration E2.4 : Résistance de sortie pour I_0

On applique la formule du pont diviseur de courant pour avoir le courant I :

$$I = \frac{R_{\text{para}}}{R} I_0 \quad \text{or} \quad \frac{1}{R_{\text{para}}} = \frac{1}{r_N} + \frac{1}{R} \Leftrightarrow R_{\text{para}} = \frac{r_N R}{r_N + R} \quad \text{donc} \quad I = \frac{r_N}{r_N + R} I_0$$

Ainsi, $I \neq I_0$ en général, mais si $R \ll r_N$ on a tout de même $I \approx I_0$, car alors r s'assimile alors à un interrupteur ouvert. ■

II/C Entraînements

Application E2.1 : Résistance équivalente

Exprimer en fonction de R la résistance équivalente entre A et B pour l'association ci-dessous.

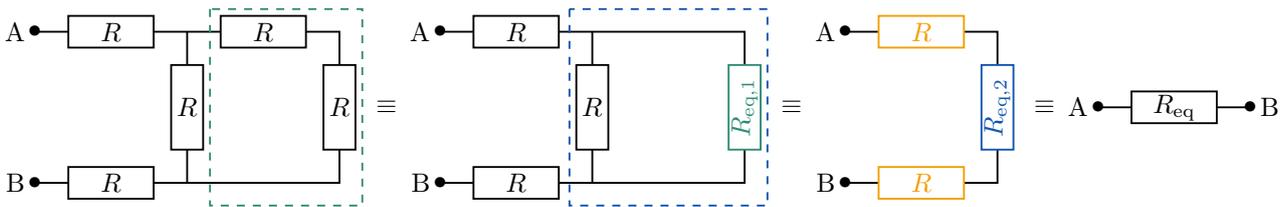
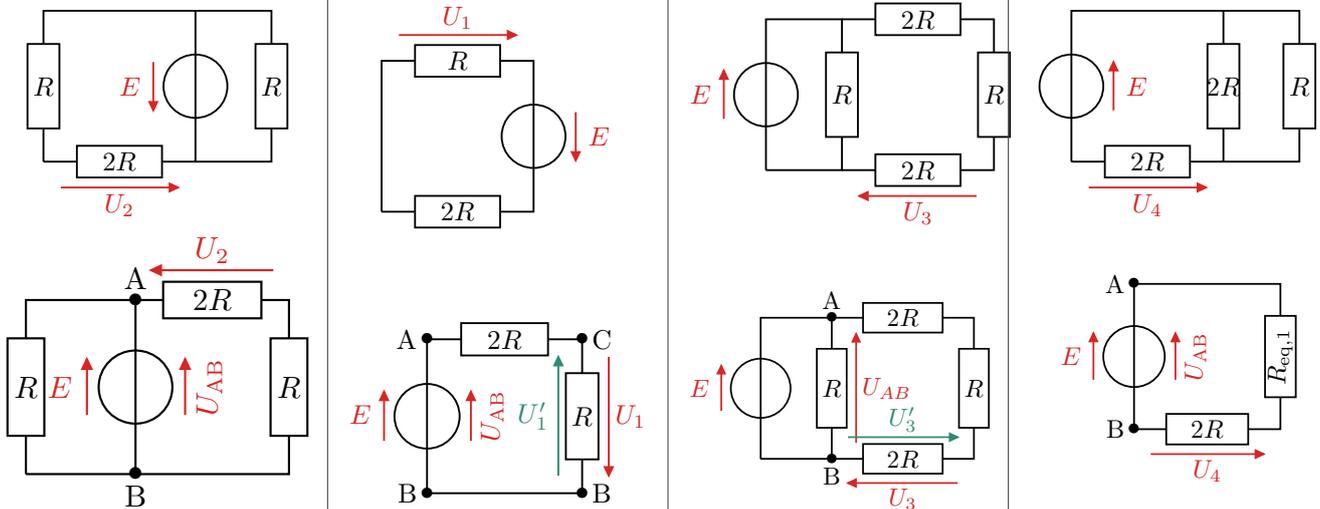


FIGURE E2.9 – Schéma équivalent

$$R_{\text{eq}} = R + R + R_{\text{eq},2} \quad \text{or} \quad \frac{1}{R_{\text{eq},2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = 2R + \frac{2R}{3} = R_{\text{eq}} = \frac{6R}{3} + \frac{2R}{3} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{8R}{3}}$$

Application E2.2 : Ponts diviseurs de tension : exprimer U selon E



Avec la rotation du schéma, on voit facilement que

$$\boxed{U_2 = \frac{2R}{3R} U_{AB} = \frac{2}{3} E}$$

On a

$$U'_1 = \frac{R}{3R} U_{AB} = -U_1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{U_1 = -\frac{1}{3} E}$$

On remarque que $U_{AB} = E$. Ainsi

$$U'_3 = +\frac{2}{5} E = -U_3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{U_3 = -\frac{2}{5} E}$$

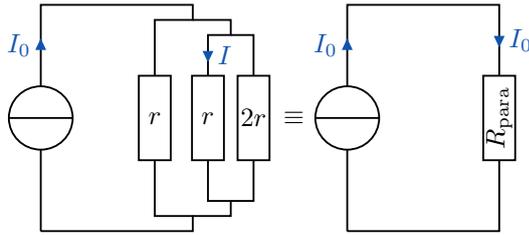
$$R_{\text{eq},1} = \frac{2R \cancel{R}}{3R} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{\text{série}} = 2R + \frac{2R}{3} = \frac{8R}{3}$$

D'où $\boxed{U_4 = \frac{3}{4} E}$

Application E2.3 : Pont diviseur de courant

Exprimer I selon I_0 .



On a

$$I = \frac{R_{\text{para}}}{r} I_0$$

Or,

$$\frac{1}{R_{\text{para}}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} = \frac{5}{2r}$$

Ainsi,

$$I = \frac{2}{5} I_0$$

Attention E2.3 : Utilisation des ponts

Attention aux conditions d'application de ces formules : résistances **en série** pour le pont diviseur de **tension**, et en **parallèle** pour le pont diviseur de **courant**.

Si non, simplifier le circuit pour se ramener à cette forme. Vérifier également le **sens d'orientation des tensions et intensités**.

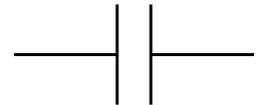
III Condensateurs et bobines

III/A Condensateur

III/A) 1 Composition

Définition E2.7 : Condensateur

Un condensateur est un composant constitué de deux **surfaces conductrices** appelées *armatures* et séparées par un **matériau isolant**. Son symbole est représenté ci-contre.



III/A) 2 Relations fondamentales

Propriété E2.5 : Charge et capacité

Lorsqu'un un courant traverse un condensateur, une charge $+q$ s'accumule sur une plaque et $-q$ de l'autre : la **tension à ses bornes** est alors **proportionnelle** à q . On appelle ce coefficient de proportionnalité sa **capacité** notée C , telle que :

$$q = \pm C u_C \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven}^\circ \text{ récepteur} \\ - \text{ en conven}^\circ \text{ générateur} \end{cases} \quad \text{Unité} \quad C \text{ en Farad (F)}$$

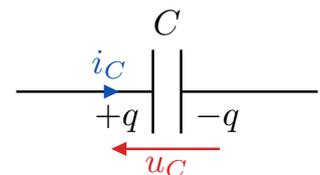


FIGURE E2.10

Ordre de grandeur E2.1 : Valeurs de capacités

Le Farad est une « grande » unité : on trouvera des valeurs entre le mF (10^{-3} F) et le pF (10^{-12} F) :

- ◇ En électronique, on est entre le nF et le μ F ;
- ◇ En électrotechnique, on est plutôt de l'ordre de 10 mF ;
- ◇ Une capacité parasite est autour du pF.

Interprétation E2.2 : Relation courant-tension de C

Pour **caractériser** le fonctionnement d'une capacité, on s'intéresse à la **relation** entre son **courant** et sa **tension** (RCT), comme on le fait pour une résistance ($U_R = \pm RI$). On remarque que :

- ◇ si $i > 0$, des charges arrivent sur l'armature de gauche, la charge augmente donc la tension aussi ;
- ◇ si $i < 0$, des charges repartent, la charge diminue donc la tension aussi ;
- ◇ si $i = 0$, aucune charge ne bouge, la quantité de charge sur les armatures ne varie pas, la tension est constante.

♥ Propriété E2.6 : RCT de C

Pour un condensateur, l'intensité qui le traverse s'exprime par

$$i_C = \pm C \frac{du_C}{dt} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven}^\circ \text{ récepteur} \\ - \text{ en conven}^\circ \text{ générateur} \end{cases}$$

Démonstration E2.5 : RCT de C

Par définition de i et de la charge,

$$\begin{aligned} i_C(t) &= \frac{dq}{dt} \\ \Leftrightarrow i_C(t) &= \pm C \frac{du_C}{dt} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} q(t) = \pm C u_C(t) \quad \blacksquare$$

III/A) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.7 : Conditions limites pour C

- 1) Un **condensateur** assure la **continuité** de la **tension** à ses bornes ;
- 2) En régime **continu**, le condensateur **bloque le courant** comme un **interrupteur ouvert**.

Démonstration E2.6 : Conditions limites pour C

1) Raisonnons par l'absurde :

- ◇ Supposons que u_C présente une variation brusque, c'est-à-dire $\frac{du_C}{dt} \rightarrow \infty$
- ◇ $\Rightarrow i_C = C \frac{du_C}{dt} \rightarrow \infty$: ceci n'est pas possible, pas de courant infini !

2) Il suffit de redéfinir régime continu :

- ◇ En régime continu, les tensions et courants ne dépendent pas du temps.
- ◇ $\Rightarrow i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0$: c'est un **interrupteur ouvert** complètement chargé.

III/A) 4 Condensateur réel

Définition E2.8 : Condensateur réel

Dans la réalité, un condensateur possède des **effets résistifs**. Les deux armatures d'un condensateur réel sont séparés par un matériau qui conduit très légèrement le courant.

Ainsi, un condensateur réel se modélise par un **condensateur idéal** en **parallèle avec une résistance R_f** , nommée résistance de fuite, avec

$$R_f \approx 10^7 \Omega$$

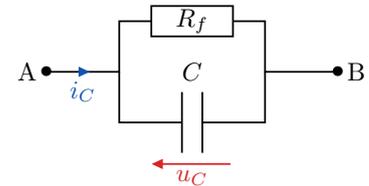


FIGURE E2.11

III/A) 5 Énergie stockée dans un condensateur

♥ Propriété E2.8 : Énergie stockée dans C

Les charges accumulées sur les armatures d'un condensateur lui confèrent une énergie électrique \mathcal{E}_C stockée, telle que

$$\mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$$

♥ Démonstration E2.7 : Énergie stockée dans C

En convention récepteur, la puissance reçue est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_C &= u_C i_C \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_C &= C u_C \frac{du_C}{dt} \triangleq \frac{d\mathcal{E}_C}{dt} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$\begin{aligned} f \cdot \frac{df}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} f^2 \right) \\ \Rightarrow \mathcal{P}_C &= \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2} C u_C^2}_{=\mathcal{E}_C} \right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C(t)^2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Remarque E2.1 : Condensateur récepteur ou générateur

Par l'étude de la relation précédente,

si $u_C \nearrow$ alors $\varepsilon_C \nearrow$ soit $\mathcal{P}_C > 0$

ainsi, le condensateur **reçoit** bien de l'énergie au reste du circuit, et il se **comporte comme récepteur**.

À l'inverse, on lit que

si $u_C \searrow$ alors $\varepsilon_C \searrow$ soit $\mathcal{P}_C < 0$

ainsi, le condensateur **cède** en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **il peut se comporter comme générateur** !

III/B Bobine

III/B) 1 Composition

Les bobines sont fréquemment utilisées dans les applications électrotechniques (moteurs électriques, transformateurs). Comme elles sont lourdes et encombrantes, elles sont plus rares en électronique.

Définition E2.9 : Bobine

Une bobine est constituée de l'enroulement régulier d'une grande longueur d'un fil métallique, recouvert d'une gaine ou d'un vernis isolant. Son symbole est représenté ci-contre.



III/B) 2 Relation courant-tension

♥ Propriété E2.9 : Relation courant-tension de L

Quand un courant traverse la bobine, une **tension apparaît** à ses bornes. En **convention récepteur**, celle-ci s'exprime, avec L l'**inductance** :

$$u_L = \pm L \frac{di_L}{dt} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven}^\circ \text{ récepteur} \\ - \text{ en conven}^\circ \text{ générateur} \end{cases} \quad \text{Unité} \quad L \text{ en Henry (H)}$$

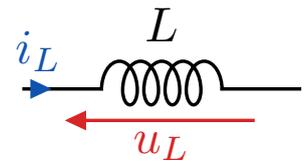


FIGURE E2.12

Remarque E2.2 : Démonstration de la RCT de L

La démonstration de cette relation fait appel aux notions de magnétisme, on la démontrera plus tard dans l'année.

Ordre de grandeur E2.2 : Valeurs d'inductances

Le Henry est également une grande unité : on trouvera des valeurs entre le H et le μH (10^{-6} H).

III/B) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.10 : Conditions limites pour L

- 1) Une **bobine** assure la **continuité** du **courant** qui la traverse ;
- 2) En régime **continu**, la bobine **laisse passer le courant** comme un **interrupteur ouvert**.

Démonstration E2.8 : Conditions limites pour L

- 1) Raisonnons par l'absurde :
 - ◇ Supposons que i présente une variation brusque, c'est-à-dire $\frac{di}{dt} \rightarrow \infty$
 - ◇ $\Rightarrow u_L = L \frac{di}{dt} \rightarrow \infty$: ceci n'est pas possible, pas de tension infinie !
- 2) Il suffit de redéfinir régime continu :
 - ◇ En régime continu, les tensions et courants ne dépendent pas du temps.

◇ $\Rightarrow u_L = L \frac{di}{dt} = 0$: c'est un fil.

III/B) 4 Bobine réelle

Définition E2.10 : Bobine réelle

Dans la réalité, le fil de cuivre enroulé possède une **résistance non nulle**. Une bobine réelle se modélise donc par une **bobine idéale en série avec une résistance** électrique r , avec

$$r \approx 10\Omega$$

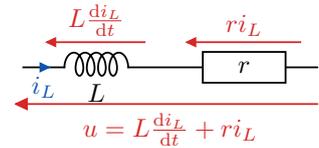


FIGURE E2.13

III/B) 5 Énergie stockée dans une bobine

♥ Propriété E2.11 : Énergie stockée dans L

Le courant circulant dans une bobine lui confère une énergie électrique ε_L temporaire, telle que

$$\varepsilon_L(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t)$$

♥ Démonstration E2.9 : Énergie stockée dans L

En convention récepteur, la puissance reçue est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L &= u_L i_L \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_L &= L i_L \frac{di_L}{dt} \triangleq \frac{d\varepsilon_L}{dt} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathcal{P}_L &= u_L i_L \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_L &= L i_L \frac{di_L}{dt} \end{aligned}} \right\} u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$\begin{aligned} f \cdot \frac{df}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} f^2 \right) \\ \Rightarrow \mathcal{P}_L &= \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2} L i_L^2}_{=\varepsilon_L} \right) \Rightarrow \varepsilon_L(t) = \frac{1}{2} L i_L(t)^2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Remarque E2.3 : Bobine réceptrice ou génératrice

Par l'étude de la relation précédente,

si $i_L \nearrow$ alors $\varepsilon_L \nearrow$ soit $\mathcal{P}_L > 0$

ainsi, la bobine reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et elle se **comporte comme un récepteur**.

À l'inverse, on lit que

si $i_L \searrow$ alors $\varepsilon_L \searrow$ soit $\mathcal{P}_L < 0$

ainsi, la bobine cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **elle peut se comporter comme un générateur**!