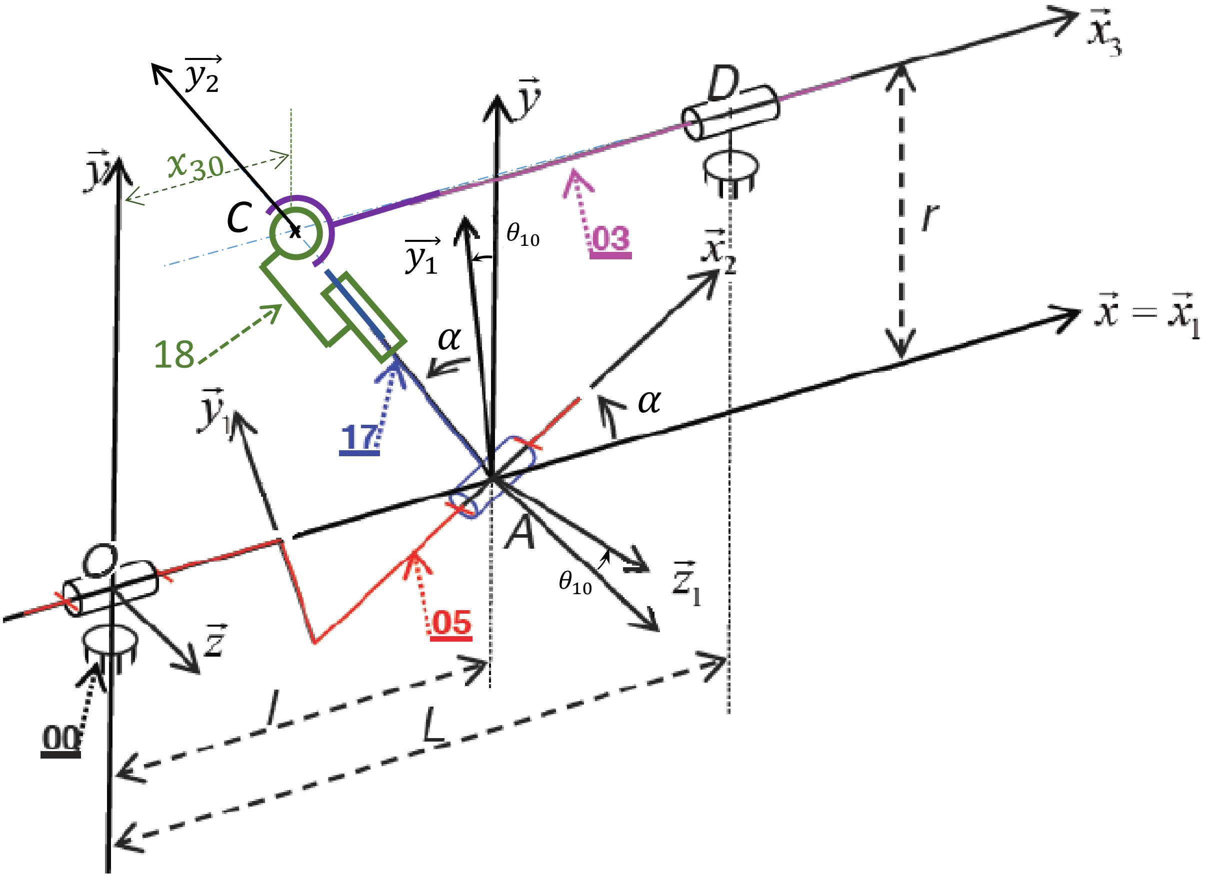
Modélisation des mécanismes
LOIS ENTREE SORTIE D'UNE BOUCHONNEUSE

Objectif

Déterminer la loi entrée-sortie géométrique d'une bouchonneuse pour vérifier une contrainte de vitesse maximale spécifiée dans le cahier des charges.



On donne ci-dessus le modèle cinématique de la bouchonneuse. Les quatre illustrations de la figure 11.1 permettent de s'approprier le mouvement de ce mécanisme. Le dessin en annexe montre la technologie réellement mise en œuvre.

La rotation continue de l'arbre d'entrée *05* selon l'axe $(A, \overrightarrow{x_1})$ est transformée en mouvement de translation alternative du piston *03* selon $\overrightarrow{x_3} = \vec{x} = \overrightarrow{x_1}$.

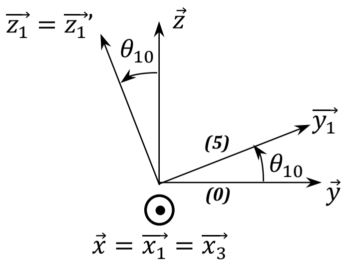
Extrait du cahier des charges

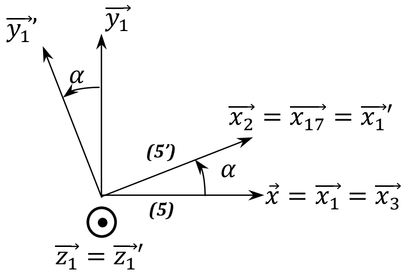
Exigence : pour bouchonner correctement les bouteilles, la vitesse de translation de l'axe de sortie ne doit pas excéder 0,12 $m.s^{-1}$.

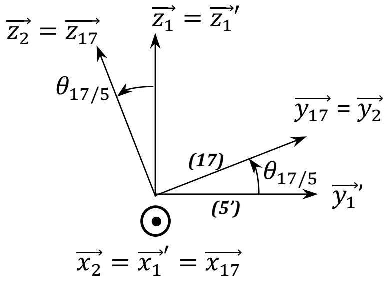
Paramétrage

- Repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au carter 0.
- Repère $R_1 = (O, \vec{x}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ lié à l'arbre 5 en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{x_1})$ avec le carter 0. $\theta_{10} = (\vec{y}, \overrightarrow{y_1}) = (\vec{z}, \overrightarrow{z_1})$
- Repère $R_2 = (A, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ lié au doigt 17 en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{x_2})$ avec l'arbre 5 (rotation d'angle $\theta_{17/5}$). La position du point A est définie par : $\overrightarrow{OA} = l.\vec{x}$. L'arbre est coudé. Ce « coude » est défini par l'orientation fixe $\alpha = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$.

- Le doigt 17 est en liaison pivot glissant d'axe $(AC) = (A, \overrightarrow{y_2})$ avec la noix 18. La distance variable AC est notée λ : $\overrightarrow{AC} = \lambda.\overrightarrow{y_2}$.
- La noix 18 est en liaison sphérique de centre C au piston 3. On définit le point C : $\overrightarrow{OC} = x_{30}.\vec{x} + r.\vec{y}$.
- Repère $R_3 = (C, \vec{x}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ lié au piston 3 en liaison pivot glissant d'axe $(CD) = (C, \vec{x})$ avec le carter 0. On définit $\overrightarrow{OD} = L.\vec{x} + r.\vec{y}$.







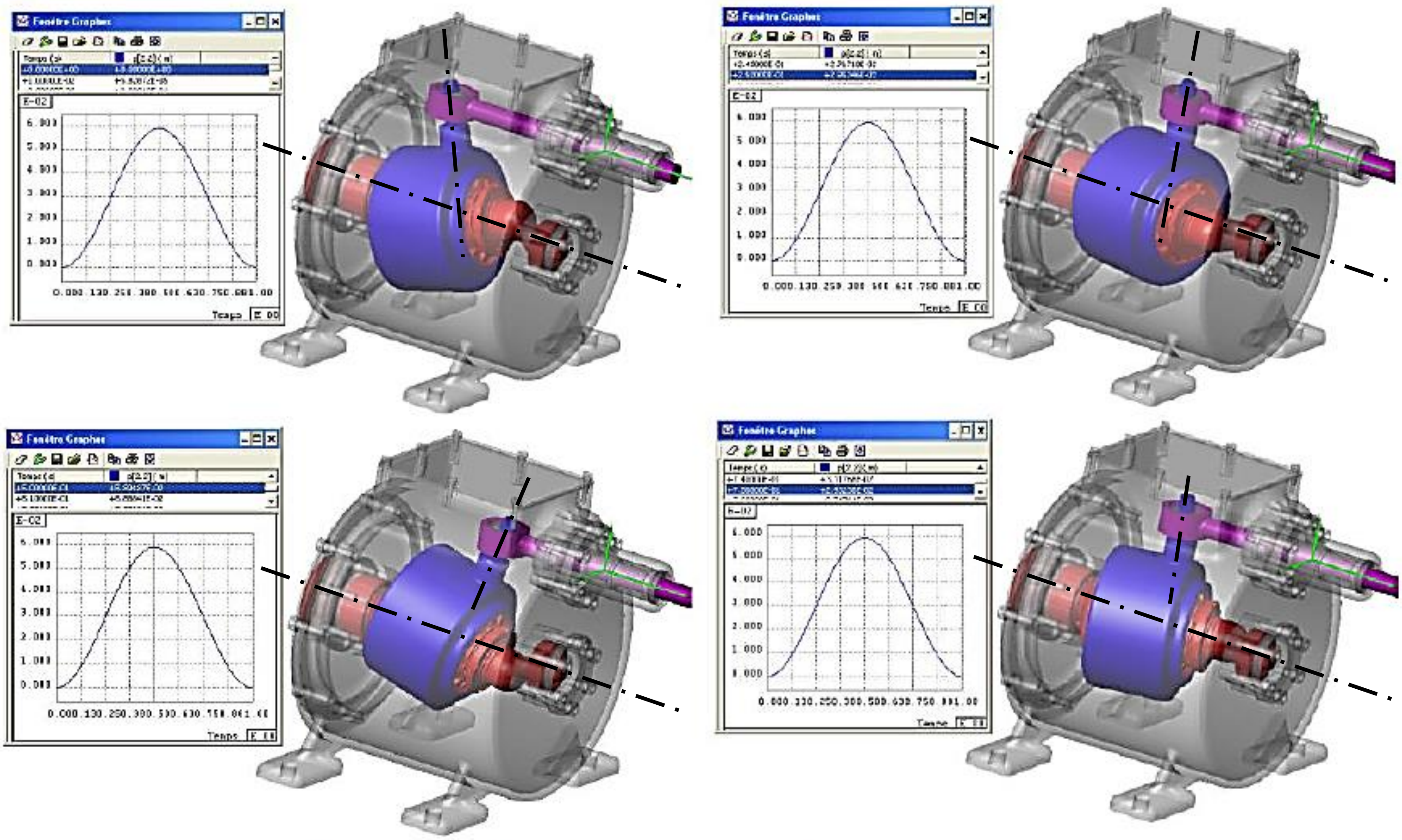


FIGURE 11.1 – Fonctionnement en quatre images.

Questionnaire

1. Faire le graphe des liaisons.
2. Calculer les quatre produits scalaires : $\vec{x}.\overrightarrow{x_2}$, $\vec{y}.\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{z_1}'.\vec{y}$, $\overrightarrow{y_1}.\overrightarrow{z_2}$ (voir l'aide plus loin)
3. Reproduire le schéma cinématique sous forme plane, dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$ et le colorier: laisser en noir le carter 0, rouge pour 5, 17 en bleu, 18 en vert, rouge pour 3.

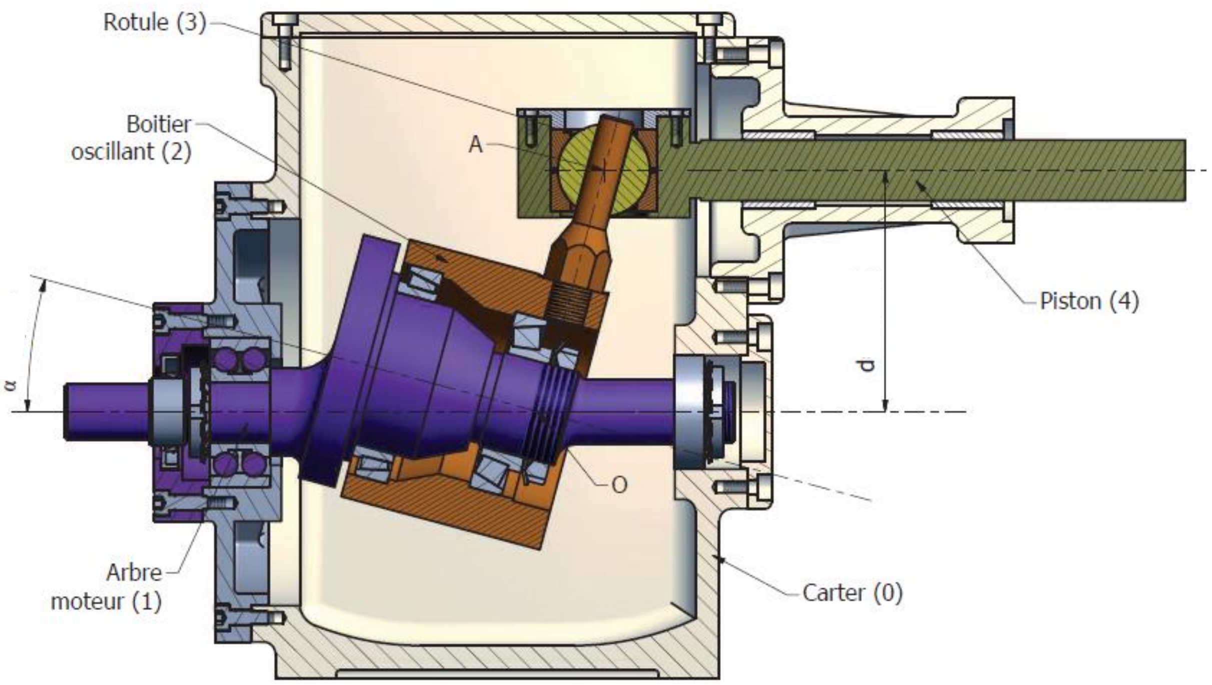
On souhaite déterminer la loi entrée-sortie géométrique, c'est-à-dire la relation : $x_{30} = f(\theta_{10})$.

4. Réaliser la fermeture géométrique (O-A-C-O). On nomme (E1) l'égalité vectorielle trouvée.
5. Quelle variable scalaire est indésirable ? Par quel vecteur est-elle portée ? Déduire le vecteur sur lequel il faut projeter l'égalité (E1) pour éliminer cette variable.
6. Réaliser cette projection et déterminer la loi entrée sortie géométrique : relation entre $x_{30}(t)$ et $\theta_{10}(t)$.
7. Calculer la loi entrée-sortie cinématique : entre $\dot{x}_{30}(t)$ et $\dot{\theta}_{10}(t)$.

On donne : $l = 100mm, r = 115mm, L = 245mm$

8. Déterminer la valeur nécessaire de l'angle du coude $\alpha = \alpha_1$ de l'arbre 5 pour que la course du piston 3 soit $70mm$.
9. Déterminer la valeur maximale $\dot{\theta}_{10\max}$ pour assurer le cahier des charges : résultat donné en rad/s et en tr/min.

Annexe : réalisation technologique de la bouchonneuse.



Aide pour les produits scalaires : comment faire le produit scalaire de deux vecteurs de base apparaissant sur des figures de changement de base différentes ? (ex : $\overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{y_1}$)

Problème : dans ce cas on ne connait pas l'angle entre les vecteurs.

Réponse : il faut exprimer un vecteur en fonction de vecteurs pour lesquels les produits scalaires deviennent « possibles ».

Exemple : $\overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{y_1} = ?$

$$\overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{y_1} = \underbrace{\left(\cos\theta_{17/5}.\overrightarrow{y_1}' + \sin\theta_{17/5}.\overrightarrow{z_1}\right)}_{=\overrightarrow{y_2}}.\overrightarrow{y_1} = \cos\theta_{17/5}.\overrightarrow{y_1}'.\overrightarrow{y_1} + \sin\theta_{17/5}.\overrightarrow{z_1}.\overrightarrow{y_1}$$

$$\overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{y_1} = \cos\theta_{17/5}.\overrightarrow{y_1}'.\overrightarrow{y_1} + 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{y_1} = \cos\theta_{17/5}.\cos\alpha$$