

# Oscillateurs amortis en électricité et mécanique

## Capacités exigibles

- ☐ Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.
- ☐ Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un système linéaire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.

## Objectifs

- ◇ Étudier plus précisément le régime pseudo-périodique d'un circuit RLC peu amorti.
- ◇ Étudier le comportement d'un oscillateur mécanique vertical amorti avec amortissement faible.
- ◇ Tracer une allure de trajectoire de phase correspondant au régime pseudo-périodique.
- ◇ Vérifier la décroissance exponentielle des amplitudes dans les deux domaines.
- ◇ Établir un tableau des analogies entre la mécanique et l'électricité.

## I S'appropriier

### I/A Rappel concernant l'oscillateur mécanique vertical

Soit un oscillateur mécanique vertical (cf. Figure TP8.1), constitué d'un ressort de raideur  $k = 10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  et d'une masse  $m = 200 \text{ g}$ . Il est légèrement amorti par frottement fluide dans l'eau, caractérisé par une force de la forme :  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ .

Dans ce cas, l'équation différentielle (obtenue par projection selon la direction verticale  $z$  du PFD) de l'oscillateur harmonique amorti peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{z}_h + \frac{\alpha}{m} \dot{z}_h + \frac{k}{m} z_h = 0$$

$z_h$  est une variable bien choisie pour qu'on ait à l'équilibre  $z_h = 0$ . C'est la raison pour laquelle le poids ainsi que la longueur à vide du ressort n'apparaissent pas explicitement dans l'expression.

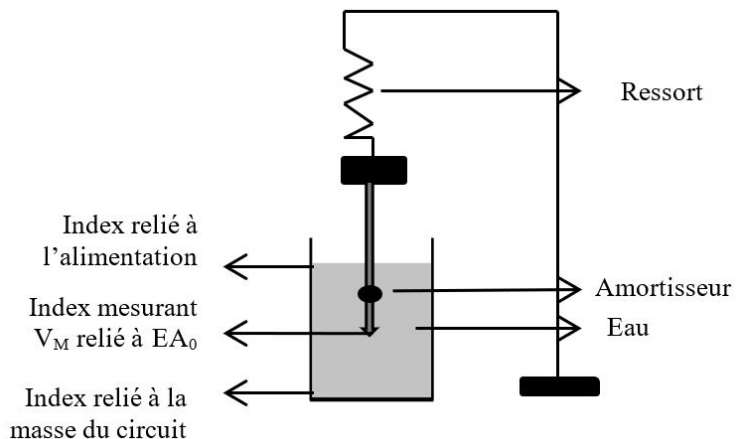


FIGURE TP8.1

- ① Quelle est la période propre attendue ? Peut-on déterminer la pseudo-période attendue ?

### I/B Décrément logarithmique

Pour un régime pseudo-périodique de pulsation  $\Omega$  et de facteur de qualité  $Q$ , l'amplitude des oscillations décroît de manière exponentielle selon :

$$u(t) = u_{\infty} + e^{-\frac{t}{\tau}} (A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t)) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2Q}{\omega_0} \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{\sqrt{4Q^2 - 1}}{\tau}$$

On peut accéder au facteur de qualité en étudiant le **décrément logarithmique**  $\delta$  :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{u(t) - u_{\infty}}{u(t + nT) - u_{\infty}} \right)$$

avec  $n$  le nombre de périodes sélectionnées.

- ② Déterminer la relation entre  $\delta$ ,  $\tau$  et  $T$  d'abord, puis la relation entre  $\delta$  et  $Q$  uniquement ensuite ; isoler finalement  $Q$  en fonction de  $\delta$ . Simplifier cette expression dans le cas  $Q \gg 1$ .

## II Analyser : régime pseudo-périodique du RLC série

- ③ Faire le schéma d'un circuit RLC série alimenté par une tension  $e(t)$ . On veut visualiser à l'oscilloscope simultanément  $e(t)$  sur la voie 1 et  $u_C(t)$  sur la voie 2 : indiquer les connexions de l'oscilloscope à réaliser et positionner la masse sur le circuit.

### Définition TP8.1 : Valeurs expérimentales

$e(t)$  est une tension crête à crête de fréquence 100 Hz,  $C$  une boîte de condensateurs. On prendra  $C = 0,01 \mu\text{F}$ .  $L$  est une bobine d'inductance  $L = 0,1 \text{ H}$ .

- ④ Écrire l'équation différentielle en  $u_C(t)$ , puis celle en  $q(t) = Cu_C(t)$  et calculer la valeur  $R_c$  à donner à  $R$  pour visualiser le régime critique.

## III Réaliser et valider

### III/A Étude expérimentale du régime pseudo-périodique du RLC

#### III/A) 1 Visualisation et mesure de la pseudo-période

##### Expérience TP8.1 :

- ◇ Réaliser le montage vu précédemment dans l'analyse en prenant les mêmes valeurs de  $e(t)$ ,  $C$  et  $L$  que ci-dessus.
- ◇ Faire varier  $R$  de façon à observer un régime pseudo-périodique très peu amorti. Il faut observer au moins une dizaine de maxima successifs sur l'oscillogramme.

##### Remarque TP8.1 : $Q \gg 1$

Dans le cas d'un amortissement très faible, on peut assimiler la pseudo-période des oscillations  $T$  à la période propre  $T_0$  du circuit.

- 1 Imprimer la courbe obtenue en tenant compte des consignes indiquées sur les fiches plastifiées.

Activité Capytale disponible : <https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/3e47-2247217>.

- 2 Mesurer expérimentalement, grâce aux curseurs, la pseudo-période  $T$  et son incertitude en prenant plusieurs périodes pour gagner en précision. Faire vos calculs sur Capytale mais rédiger également correctement sur vos comptes-rendus. La comparer à la période propre théorique en calculant l'écart normalisé entre les deux grandeurs. Commenter.

#### III/A) 2 Décroissance exponentielle de l'amplitude

##### Expérience TP8.2 :

- 1) Grâce au curseur horizontal de l'oscilloscope, déterminer  $u_\infty$  et relever les valeurs des amplitudes successives  $u_{C,\max}$  en fonction du nombre de périodes  $n$ . Remplir le tableau ci-contre.
- 2) Rentrer vos valeurs expérimentales sur Capytale. Créer la variable `delta_list` calculant  $\delta$  pour chaque itération. Compléter le Tableau TP8.1.
- 3) Calculer alors la moyenne de  $\delta$  et son incertitude associée : c'est une incertitude de type A.

TABLEAU TP8.1

| $n$ | $u_{C,\max}$ | $\delta$ |
|-----|--------------|----------|
| 0   | ...          | ...      |
| 1   | ...          | ...      |
| 2   | ...          | ...      |
| 3   | ...          | ...      |
| 4   | ...          | ...      |
| ⋮   | ⋮            | ⋮        |

- 3 Indiquer la valeur expérimentale de  $\delta$  avec son incertitude. En déduire la valeur de  $Q$ , et calculer son incertitude (attention à l'incertitude d'un inverse). Calculer ensuite  $Q_{\text{exact}}$  la valeur expérimentale attendue sans supposer l'amortissement faible, et comparer avec  $Q$ . On ne calculera pas son incertitude (qui devrait passer par un MONTE-CARLO vu la complexité de dépendance de  $Q_{\text{exact}}$  en fonction de  $\delta$ ). Faire les calculs sur Capytale mais rédiger correctement sur vos comptes-rendus.

- 4 Donner l'expression de  $Q_{\text{theo}}$ , en fonction de  $R$ ,  $C$  et  $L$ . Calculer l'écart normalisé avec  $Q$ . Commenter : pourquoi la valeur mesurée est si faible par rapport à la valeur théorique ? Qu'est-ce qu'on a négligé et qui donne cet écart ? *Bonus* : estimer la valeur réelle du composant qu'on a sous-estimé, avec son incertitude. Vérifier que l'ordre de grandeur correspond en lisant les valeurs sur les composants.

### III/B Étude expérimentale d'oscillations mécaniques amorties

#### III/B) 1 Montage expérimental

Le montage est schématisé dans la partie S'approprier, et est déjà réalisé. On mesure une tension sur la voie EA0 qui est proportionnelle à l'ordonnée  $z$  du point matériel de masse  $m$ .



**La masse  $m$  ne doit pas toucher à l'eau de l'éprouvette.**

#### III/B) 2 Réglages de l'ordinateur

##### Expérience TP8.3 :

- 1) Avant tout réglage : brancher l'interface SYSAM et l'alimentation stabilisée sur 7 V.
- 2) Ouvrir latispro (programmes → discipline → physique-chimie → eurosmart → latispro).
- 3) Pour faire une acquisition : bouton
- 4) Pour activer la voie EA0 :
  - ◇ Dans le cadre *entrées analogiques*, cliquer sur les boutons des entrées à activer.
  - ◇ Cliquer droit et choisir *trait avec croix* dans le style de EA0.
- 5) Pour paramétrer l'acquisition :
  - ◇ Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition.
  - ◇ Acquisition temporelle ; durée : 30 s ; nombre de points : 2000.
- 6) Fin des réglages ! Vous êtes prêt-es à faire vos enregistrements.

#### III/B) 3 Mesures

- 5 Faire une acquisition en cliquant sur avec la masse immobile pour mesurer la tension  $u_{\infty}$  correspondant à la position d'équilibre de la masse.

##### Expérience TP8.4 :

- 1) Étirer légèrement le ressort sans qu'il ne touche au fond du bécher.
- 2) Lorsque les oscillations paraissent régulières, lancer l'acquisition en cliquant sur

#### III/B) 4 Exploitation des résultats

- 6 Grâce au réticule (cliquer droit et choisir, puis « lié à la courbe »), mesurer expérimentalement la pseudo-période  $T$  **et son incertitude** en prenant plusieurs périodes pour gagner en précision. La comparer à la période propre théorique ( $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  et on suppose  $T \approx T_0$ ) en calculant l'écart normalisé entre les deux grandeurs.

##### Remarque TP8.2 : $Q \gg 1$

Dans le cas d'un amortissement très faible, on peut assimiler la pseudo-période des oscillations  $T$  à la période propre  $T_0$  du circuit.



### Expérience TP8.5 :

- 1) Grâce au réticule (lié à la courbe pour plus de facilité), relever les valeurs des amplitudes successives  $u_{\max}$  en fonction du nombre de périodes  $n$  (environ 15 mesures); cliquer droit, puis calibrage pour modifier l'échelle.
- 2) Recopier et compléter le tableau de valeurs ( $n ; u_{\max}$ ) ci-contre, et le compléter sur Latis Pro dans le menu **tableur**, en créant une nouvelle variable appelée **n** et une nouvelle variable appelée **umax**.
- 3) Calculer alors la moyenne de  $\delta$  et son incertitude associée : c'est une incertitude de type A (cf. code suivant).

TABLEAU TP8.2

| $n$ | $u_{\max}$ | $\delta$ |
|-----|------------|----------|
| 0   | ...        | ...      |
| 1   | ...        | ...      |
| 2   | ...        | ...      |
| 3   | ...        | ...      |
| 4   | ...        | ...      |
| ⋮   | ⋮          | ⋮        |



### Code TP8.2 : Latis Pro

Rentrer les lignes suivantes dans la feuille de calculs de Latis Pro pour calculer  $\delta$  et son incertitude.

```
uinf = VOTRE VALEUR
delta = Ln((umax-uinf)/(umax[n+1]-uinf))
delta_mean = Moy(delta)
delta_diff = delta - delta_mean
delta_diff_carre = Sqr(delta_diff)
delta_std = Sqrt(Moy(delta_diff_carr)*Max(n)/(Max(n)-1))
delta_incert = delta_std/Sqrt(Max(n))
```

- 7 Imprimer la courbe obtenue.
- 8 Expliquer ce que fait chaque ligne du code Latis Pro ci-dessus.
- 9 Quelle est la valeur expérimentale de  $\delta$  avec son incertitude? Grâce à la relation entre  $Q$  et  $\delta$  (en supposant l'amortissement faible) puis entre  $Q$  et  $\alpha$ , en déduire la valeur du coefficient d'amortissement  $\alpha$  et son incertitude. Quelle est son unité?

## IV Conclure

- 10 Quelles similitudes de comportements entre les deux types d'oscillateurs ont été observées? En utilisant les études théoriques demandées (équations différentielles), ainsi que les résultats expérimentaux trouvés, recopier et compléter le tableau suivant :

TABLEAU TP8.3 – Correspondances

| Méca | $\longleftrightarrow$                                    | Élec |
|------|----------------------------------------------------------|------|
| $z$  | $\longleftrightarrow$                                    | $q$  |
|      | $\longleftrightarrow$                                    | $i$  |
|      | $\longleftrightarrow$                                    | $L$  |
|      | $\longleftrightarrow$                                    | $C$  |
|      | $\longleftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$     |      |
|      | $\longleftrightarrow R$                                  |      |
|      | $\longleftrightarrow Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ |      |