Travaux pratiques – TP 7

# Correction du TP

## Capacités exigibles

- ▢ Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon de tension.
- ▢ Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit linéaire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.
- ▢ Capacité numérique : mettre en œuvre la méthode d'EULER à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque.

## Objectifs

- ◇ Réaliser des montages simples d'électricité.
- ◇ Déterminer expérimentalement un temps de relaxation.
- ◇ Observer les différents paramètres qui influent sur un régime transitoire.
- ◇ Observer les différents régimes du second ordre.
- ◇ Découvrir quelques fonctions nouvelles de l'oscilloscope et du GBF.
- ◇ Mettre en œuvre la méthode d'EULER à l'aide de `Python` pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation quelconque.

# I S'approprier

## I/A Circuit intégrateur

**Définition TP7.1 : Circuit intégrateur**

Un montage est considéré comme **intégrateur** (on le verra en cours dans quelques semaines) si la tension de sortie (dans notre cas $u_c(t)$) est une primitive, à une constante multiplicative $K$ près, de la tension d'entrée (dans notre cas $e(t)$), soit encore

$$u_c(t) = K \int e(t) \mathrm{d}t$$

## I/B Détermination numérique de la solution

### I/B) 1 Position du problème

Soit $u_C(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{e(t)}{\tau}$$

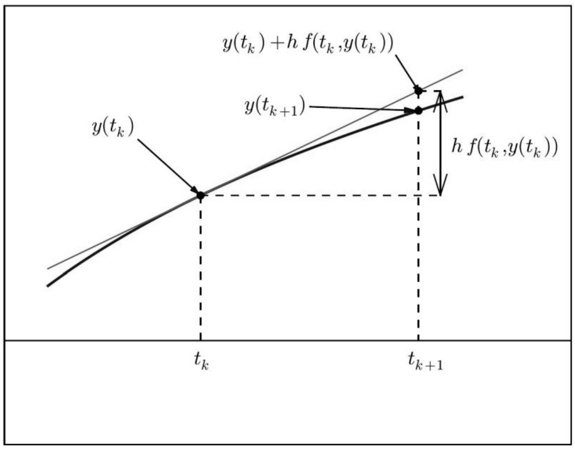
L'objectif de cette partie est de déterminer **numériquement** la solution $u_C(t)$ de cette équation pour une entrée quelconque $e(t)$ pour laquelle il n'existe pas toujours de solutions analytiques. Nous allons utiliser un schéma numérique classique appelé méthode d'EULER. En pratique, elle est relativement peu efficace, mais très simple à comprendre et à mettre en place, et permet une première approche simple du problème.

### I/B) 2 Méthode d'EULER : mathématiquement

Des théorèmes assurent que, sous des conditions raisonnables, il existe une unique application $y$ de classe $C^1$ sur $[a,b]$ dont la valeur est imposée en $a$ et qui vérifie une équation différentielle de la forme $y'(t) = f(t,y(t))$ pour tout $t \in [a,b]$. L'objet des *schémas numériques* est d'obtenir des approximations de cette solution.

En pratique, on tente d'approcher $y$ en un certain nombre de points répartis sur l'intervalle $[a,b]$. Plus précisément, on veut calculer une approximation $y_k$ des $y(t_k)$ avec $t_k = a+kh$ où $h = \dfrac{b-a}{n}$ est un pas qu'il conviendra d'ajuster (on peut supposer que plus le pas est petit, meilleure sera l'approximation). De façon simple, on peut écrire :

$$y(t_{k+1}) - y(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} y'(u)\mathrm{d}u = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(u,y(u))\mathrm{d}u$$
$$\Leftrightarrow y(t_{k+1}) - y(t_k) \approx hf(t_k,y(t_k))$$




**Outils TP7.1 : Méthode d'Euler**

On obtient alors la méthode d'Euler explicite : les approximations sont calculées de proche en proche sur l'intervalle $[a,b]$ via la formule suivante :

$$\boxed{y_{k+1} = y_k + hf(t_k,y_k)} \quad \text{avec} \quad \boxed{t_k = a + kh} \quad \text{où} \quad h = \frac{b-a}{n}$$

On initialise bien entendu avec $y_0 = y(a)$, qui sera la seule valeur « exacte » calculée.

# II Analyser : régime transitoire du circuit RC

**Attention TP7.1 :**

**Vous prendrez soin de refaire tous les schémas des circuits mis en place ou étudiés.**

## II/A Charge et décharge du condensateur

On considère le montage Figure TP7.1 ci-contre de constante de temps $\tau = RC$, et $e(t)$ est une tension créneau de fréquence $f = 1{,}0\,\mathrm{kHz}$.

/6 (1) Recopier la Figure TP7.2 ci-dessous sur votre copie, et y dessiner la forme de la réponse de $u_C(t)$ aux différents échelons en supposant que l'on n'observe **que** le régime transitoire, mais dans son entièreté. Relier alors dans ce cas-là $\tau$ à $T$, puis à $f$. Expliquer en français ce qui nous contraint dans ce choix. Application numérique pour la fréquence indiquée.

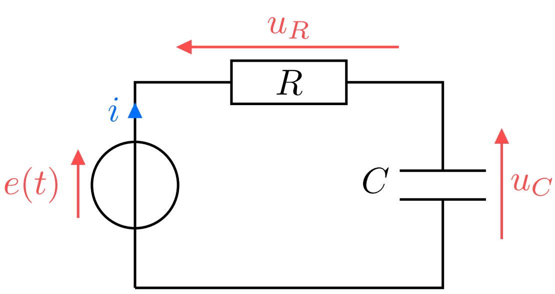



**Figure TP7.1**

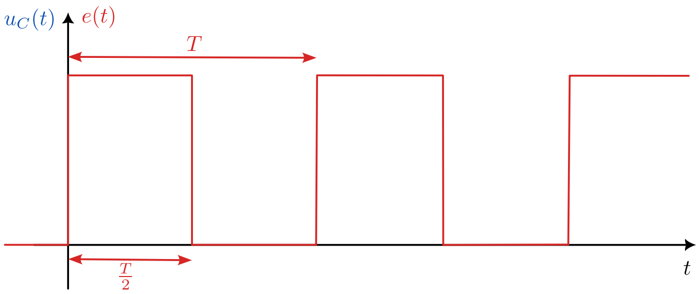



**Figure TP7.2**

**Réponse**

La tension créneau de fréquence $f$ a pour période $T = 1/f$. Pour visualiser correctement le signal, il faut que le condensateur puisse se charger sur **une demi-période** $T/2$ ①. Or, un condensateur met $t_{95} \approx 5\tau$ ① à se charger ; il nous faut donc

$$5\tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow 5\tau \leq \frac{1}{2f} \Leftrightarrow \boxed{\tau \overset{①}{\leq} \frac{1}{10f}}$$

$$\text{A.N.} \;:\; \underline{\tau \leq 1{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s} \overset{①}{=} 0{,}10\,\mathrm{ms}}$$

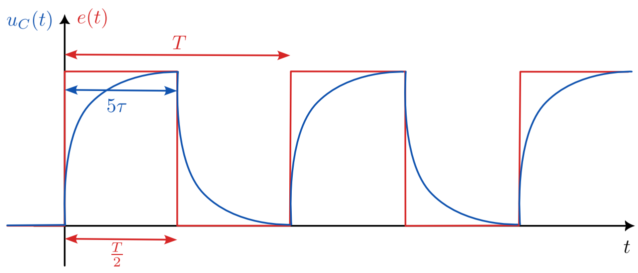



**Figure TP7.3** – ①+①

/2 ② Si $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$, quelle valeur faut-il alors donner à $C$ ? Répondre en µF.

**Réponse**

Prenons $\tau = 1{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$ : $\qquad \tau = RC \Leftrightarrow \boxed{C \overset{①}{=} \frac{\tau}{R}}$ $\quad$ avec $\begin{cases} \tau = 1{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s} \\ R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega} \end{cases}$

$$\text{A.N.} \;:\; \underline{C = 1{,}0 \times 10^{-7}\,\mathrm{F} \overset{①}{=} 0{,}10\,\mathrm{\mu F}}$$

/6 ③ Sur les boîtes de résistances et de capacités, on trouve les informations suivantes concernant les demi-largeurs :

$$\Delta_r(R) = \frac{\Delta(R)}{R} = 0{,}5\,\% \quad \text{et} \quad \Delta_r(C) = \frac{\Delta(C)}{C} = 0{,}15\,\%$$

Rappeler le lien entre incertitude-type $u(x)$ et demi-largeur $\Delta(x)$ pour une incertitude de type B ; en déduire le lien entre l'incertitude-type relative $u_r(x)$ et la demi-largeur relative $\Delta_r(x)$. Calculer alors l'incertitude sur la valeur théorique en **convertissant bien les demi-largeurs de pourcentages en valeurs décimales sans unité. Écrire le résultat final sous la forme** $\tau = \ldots \pm \ldots\,\mathrm{ms}$.

**Rappel TP7.1 : Incertitude composée pour multiplication**

$$y = x_1 x_2 \Rightarrow \boxed{u_r(y) = \sqrt{u_r(x_1)^2 + u_r(x_2)^2}} \quad \text{avec} \quad u_r(x) = \frac{u(x)}{x} \quad \text{incertitude relative}$$

**Réponse**

$$u(x) \overset{①}{=} \frac{\Delta(x)}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow u_r(R) \overset{①}{=} \frac{\Delta_r(R)}{\sqrt{3}}$$

Ainsi $\qquad \tau = RC \Rightarrow u(\tau) \overset{①}{=} \tau\sqrt{u_r(R)^2 + u_r(C)^2}$ $\quad$ avec $\begin{cases} \tau = 0{,}10\,\mathrm{ms} \\ u_r(R) = 0{,}29\,\% = 0{,}029 \\ u_r(C) = 0{,}087\,\% = 0{,}000\,87 \end{cases}$ ①

$$\text{A.N.} \;:\; \underline{u(\tau) \overset{①}{=} 0{,}000\,30\,\mathrm{ms}} \quad \text{soit} \quad \underline{\tau \overset{①}{=} (0{,}100\,00 \pm 0{,}000\,30)\,\mathrm{ms}}$$

/4 ② Recopier deux fois la Figure TP7.2 en dessinant ce qu'il se passe si $\tau$ est trop grand ou si $\tau$ est trop petit par rapport à $T$ (ou si $T$ est trop petit ou trop grand par rapport à $\tau$). Expliquer en français ce qu'il se passe.

**Réponse**

Si $\tau$ est **trop grand**, le condensateur n'aura **pas le temps de se charger**. On ne verra qu'une portion de l'exponentielle croissante. ①

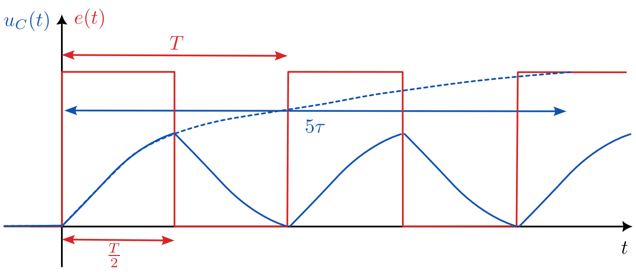



**Figure TP7.4** – ①

À l'inverse, si $\tau$ est **trop petit**, le condensateur se **charge trop vite** : on confondra la courbe de sa charge avec celle du créneau. ①

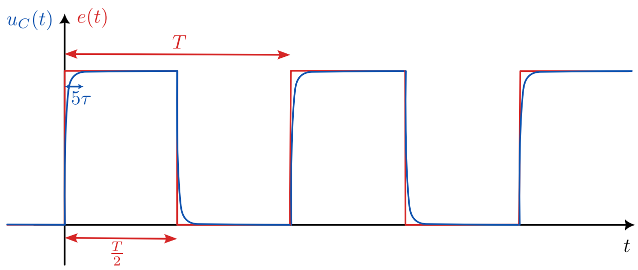



**Figure TP7.5** – ①

/2 (3) On veut visualiser à l'oscilloscope simultanément $e(t)$ sur la voie 1 et $u_C(t)$ sur la voie 2 ; indiquer sur un schéma à l'aide des $Y_1$ et $Y_2$ les connexions à réaliser.

**Réponse**

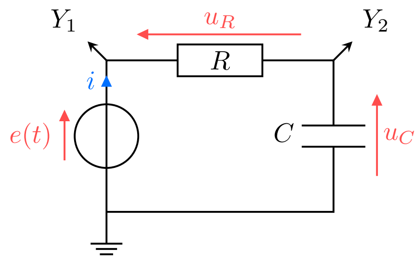



**Figure TP7.6** – ①+①

## II/B Étude théorique du circuit intégrateur

L'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ est

$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{e(t)}{\tau}$$

Supposons que à $t = 0$, $e(t)$ passe de 0 à $E$.

/7 (4) Déterminer la solution de l'équation différentielle précédente dans le cas où $u_C(t = 0) = 0$ et pour l'échelon montant ($e(t)$ vaut $E$ pour $t \geq 0$).

**Réponse**

On résout :

$$\begin{aligned}
u_{C,p} = \lambda \Rightarrow 0 + \frac{\lambda}{\tau} &= \frac{E}{\tau} \\
\Leftrightarrow \boxed{u_{C,p} \overset{\textcircled{1}}{=} E} & \\
\Rightarrow \frac{\mathrm{d}u_{C,h}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} u_{C,h} \overset{\textcircled{1}}{=} 0 \quad \text{avec} \quad u_{C,h}(t) &\overset{\textcircled{1}}{=} u_C(t) - u_{C,p} && \text{Équation homogène} \\
\Rightarrow u_{C,h}(t) &\overset{\textcircled{1}}{=} K \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && \text{Forme homogène} \\
\Leftrightarrow u_C(t) &= E + K \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && \text{Solution générale} \\
\Rightarrow u_C(0) = 0 &= E + A && \text{Par continuité } \textcircled{1} \\
\Leftrightarrow A &\overset{\textcircled{1}}{=} -E \\
\Rightarrow \boxed{u_C(t) \overset{\textcircled{1}}{=} E\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)} & && \text{On combine}
\end{aligned}$$

/3 (5) En utilisant un développement limité du terme exponentiel autour de $t = 0$, montrer que le montage est intégrateur (la sortie est une primitive de l'entrée, cf. Df.TP7.1). Indiquer ce que vaut la constante multiplicative.

**Aide**

Le développement limité de l'exponentielle s'écrit

$$e^x \underset{x \to 0}{\sim} 1 + x$$

**Réponse**

Quand $\frac{t}{\tau} \to 0$, on utilise le développement limité :

$$u_C(t) \underset{t/\tau \to 0}{\overset{\textcircled{1}}{\sim}} E\left(1 - \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) \underset{t/\tau \to 0}{\overset{1}{\sim}} \frac{Et}{\tau}}$$

Or, une primitive de $\int E\,\mathrm{d}t$ est $Et$ : on obtient bien que dans ce cas, le montage est intégrateur, avec $K = \frac{1}{\tau}$. 1

## II/C Circuit RC avec visualisation de $e(t)$ et $u_R(t)$

On souhaite maintenant visualiser $e(t)$ sur la voie 1 et $\boxed{u_R(t)}$ sur la voie 2.

/2 6 Sur votre feuille, faire le schéma du montage correspondant en indiquant les branchements de l'oscilloscope par des $Y_1$ et $Y_2$.

**Réponse**

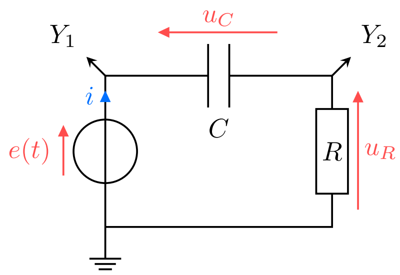



**Figure TP7.7** – 1+1

/4 7 Écrire l'équation différentielle vérifiée par la variable $u_R(t)$ et en donner la solution pour $e(t) = E$ et $u_R(t = 0^-) = 0$. Attention, la tension n'est *a priori* pas continue aux bornes de $R$...

**Réponse**

Pour obtenir l'équation sur $u_R$ ou $i(t)$, il suffit de **dériver la loi des mailles** :

$$\begin{aligned}
& u_R + u_C = E & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\,) \\
\Rightarrow\ & \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{1}{=} 0 & \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C} \overset{1}{\text{et}}\, i = \frac{u_R}{R} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{RC} = 0 & \tau = RC \\
\Leftrightarrow\ & \boxed{\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{\tau} \overset{1}{=} 0}
\end{aligned}$$

On résout mais en faisant attention à la condition initiale. Pour cela, on étudie la loi des mailles en $t = 0^+$ :

$$\begin{aligned}
& u_R(0^+) + u_C(0^+) = E & u_C(0^+) = 0 \text{ par continuité} \\
\Rightarrow\ & \boxed{u_R(0^+) \overset{1}{=} E}
\end{aligned}$$

L'ED étant déjà homogène, on aura $u_R(t) = K'\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$, et avec la condition initiale précédemment trouvée on a directement

$$\boxed{u_R(t) \overset{1}{=} E\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}$$

# III Réaliser et valider

**Rappel TP7.2 : Règles de bonne pratique**

◇ En pratique, on commence toujours par effectuer les branchements du circuit sans insérer les appareils de mesure.

◇ Puis, on **relie toutes les masses entre elles** afin d'éviter de fixer par erreur une autre masse dans le circuit. Ainsi, un bon circuit aura une « ligne de masse » à laquelle seront reliés obligatoirement tous les câbles noirs provenant des câbles coaxiaux-filaires reliés à l'oscilloscope ou au GBF.

◇ Enfin, on place alors les fils colorés des câbles de mesure aux endroits où on désire relever la tension. Vous serez d'ailleurs également vigilant-es au choix de couleurs des fils, sinon on se perd rapidement...

Ces règles sont fondamentales et ne doivent pas être négligées si on veut que le circuit fonctionne.

## III/A Étude expérimentale du régime transitoire du circuit RC

### III/A) 1 Cas général : charge et décharge du condensateur

**Expérience TP7.1 : Charge et décharge de C**

1) Réaliser le montage RC proposé dans la partie II.A.
2) $e(t)$ est une tension créneau (alternance de tension nulle et de tension constante $E$) d'un générateur basses fréquences, réglé sur une fréquence de 1,0 kHz.
3) $R$ est une boîte de résistances variables ; prendre $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$.
4) $C$ est une boîte de capacités réglables ; prendre la valeur calculée dans la partir analyse.
5) Observer $e(t)$ et $u_C(t)$.
6) Imprimer vos courbes en suivant le protocole imprimé et plastifié sur vos paillasses.

**Attention TP7.2 : Impression**

**Pensez à inverser la couleur de l'écran pour ne pas imprimer sur un fond noir** et à **imprimer le plus grand possible**. Pensez à **mettre vos noms et à numéroter vos annexes**.

/5 1 Déterminer la constante de temps $\tau_{\text{exp}}$ ainsi que son incertitude à partir des courbes imprimées. Expliquer votre démarche et **faire apparaître les traits de mesure** sur vos courbes.

**Réponse**

Sur les courbes imprimées, on trouve $\tau_{\text{exp}}$ avec soit la méthode de la tangente (bof), soit à l'intersection avec $0{,}63E$ pour le RC en charge ou $0{,}37E$ pour le RC en décharge. On estime les incertitudes par une règle de trois sur la lecture par la règle. 2 pour le tracé et 2 pour l'explication. On trouve alors

$$\tau_{\text{exp}} \overset{1}{=} (0{,}112 \pm 0{,}010)\,\mathrm{ms}$$

◇

/4 2 Calculer **et commenter** l'écart normalisé $E_N$ avec la valeur théorique, dont on a déterminé l'incertitude Question 3.

**Réponse**

On calcule
$$E_N \overset{1}{=} \frac{|\tau_{\text{exp}} - \tau_{\text{theo}}|}{\sqrt{u(\tau_{\text{exp}})^2 + u(\tau_{\text{theo}})^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \tau_{\text{exp}} = 0{,}112\,\mathrm{ms} \\ u(\tau_{\text{exp}}) = 0{,}010\,\mathrm{ms} \\ \tau_{\text{theo}} = 0{,}100\,00\,\mathrm{ms} \\ u(\tau_{\text{theo}}) = 0{,}000\,30\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{E_N \overset{1}{=} 1.2}$$

et la mesure est cohérente et validée car $E_N \lesssim 2$. 1

◇

/4 3 Étudier l'influence de $R$ et de $C$ sur le signal, à la lumière de la Question 2: comment varie de le temps de charge ? Comment est modifiée la courbe observée ?

**Réponse**

$R$ et $C$ on la même influence sur le temps de charge, puisque $\tau = RC$ :

1+1 ◇ **augmenter l'une** des deux caractéristiques **augmente le temps de charge**, **coupant la courbe** observée ;

1+1 ◇ à l'inverse, **baisser l'une** des deux **réduit le temps de charge** et tend à **confondre** $u_C$ **avec** $e(t)$.

◇

/3 4 Faire varier également la **fréquence** du signal périodique et **commenter vos observations**, en lien avec la question précédente. Il n'est pas demandé de refaire de nouvelles mesures : une analyse qualitative est suffisante.

**Réponse**

La fréquence va également influencer le signal. En effet, pour que le circuit ait le temps de charger, il faut que la (demi)-période soit suffisamment grande ($T/2 > 5\tau$). Évidemment, **augmenter la fréquence diminue la période** et on observe plus de créneaux si on ne change pas le calibre horizontal ; ce qu'il faut observer (après recalibrage des échelles) c'est qu'**augmenter la fréquence empêche la charge totale du RC** 1 : ça revient à augmenter le temps de charge 1. Diminuer la fréquence a l'effet inverse. 1

◇

### III/A) 2 Cas particulier du circuit intégrateur

**Attention TP7.3 : Attention**

**Pour toute mesure, vérifier que la source du menu mesure correspond bien à la courbe sur laquelle vous faites des mesures.**

**Expérience TP7.2 : RC intégrateur**

Ne pas modifier le montage précédent : $e(t)$ est toujours une tension créneau et on observe $e(t)$ et $u_C(t)$. Augmenter $R$ vers $50\,\mathrm{k\Omega}$ : on a alors $\tau \approx 25\,T$.

/3 5 Quel problème se pose vis-à-vis de l'observation de $u_C$ quand $\tau$ est « trop grand » ? Justifier en utilisant la Question 5. Dans quel sens faut-il modifier le calibre vertical pour observer le signal ?

**Réponse**

Avec $\tau$ « trop grand », le signal de sortie est très faible 1. En effet, on se trouve alors dans la situation du développement limité de la Question 5, soit

$$u_C(t) \underset{\frac{t}{\tau}\to 0}{\overset{1}{\sim}} \frac{Et}{\tau} \xrightarrow[\tau\to\infty]{} 0$$

On observe cependant le signal en **diminuant le calibre vertical** 1, ce qui permet de voir des signaux plus faibles.

◇

/4 6 Après recalibrage des échelles, quelle est l'allure de $u_C(t)$ ? **Faire un schéma ou imprimer**. $u_C(t)$ est-elle bien la primitive de $e(t)$ à une constante multiplicative près ? Que vaut cette constante ?

**Réponse**

$u_C(t)$ s'assimile à des **portions de droites** 1, croissantes quand $e(t) = E$ et décroissantes quand $e(t) = 0$. On retrouve la Figure TP7.4.

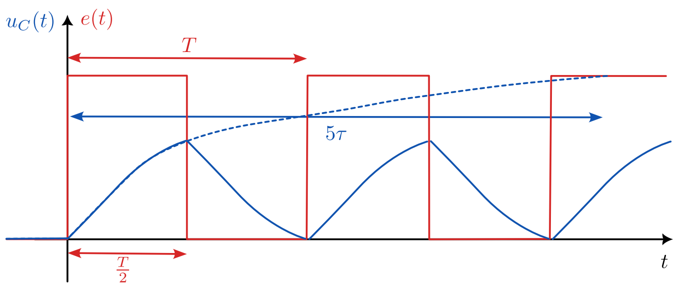



**Figure TP7.4** – 1

C'est bien une primitive de la fonction 1, mais multipliée par $1/\tau$ 1.

◇

/6 7 Déterminer expérimentalement la pente de la courbe $u_C(t)$ en vous aidant des curseurs. Comparer à la valeur théorique.

**Réponse**

Soit $a_{\mathrm{exp}}$ la pente expérimentale :

$$a_{\mathrm{exp}} \overset{1}{=} \frac{U_{\max}}{T} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U_{\max} = 0{,}10\,\mathrm{V} \\ T = 1{,}0\,\mathrm{ms} = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{s} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{a_{\text{exp}} \overset{(1)}{=} 1{,}0 \times 10^3\,\text{V}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Or, $$a_{\text{theo}} = \frac{E}{\tau} \overset{(1)}{=} \frac{E}{RC} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = 5\,\text{V} \\ R = 50\,\text{k}\Omega = 50 \times 10^3\,\Omega \\ C = 0{,}10\,\mu\text{F} = 1{,}0 \times 10^{-7}\,\text{F} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{a_{\text{theo}} \overset{(1)}{=} 1{,}0 \times 10^3\,\text{V}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Ainsi, $$\varepsilon_r = \frac{|a_{\text{exp}} - a_{\text{theo}}|}{a_{\text{theo}}} \Rightarrow \varepsilon_r \overset{(1)}{=} 0\%$$ Les valeurs sont en excellent accord. (1)

**Expérience TP7.3 : Entrée sinusoïdale**

Conserver les valeurs de $\tau$ et $T$. Changer la tension créneau par une tension sinusoïdale.

/5 $\boxed{8}$ Recopier la Figure TP7.8 et compléter ce que vous voyez. En supposant que l'entrée est un cosinus de la forme $e(t) = A\cos(\omega t)$ (comme sur la Figure), quelle fonction décrit $u_C(t)$ ? Écrire sa forme mathématique générale. Quel est le déphasage entre les deux signaux ? Le circuit est-il toujours intégrateur ?

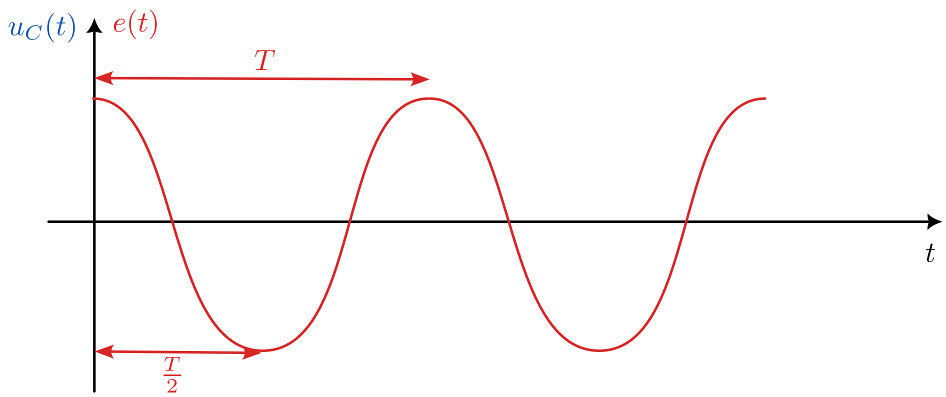



**Figure TP7.8**

**Réponse**

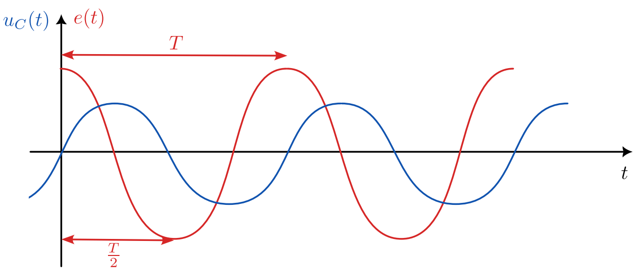



**Figure TP7.9** – (1)

$u_C(t)$ ressemble à une **fonction sinusoïdale** (1), de la forme $u_C(t) = K\sin(\omega t)$ (1). On a donc un déphasage d'environ $\pi/2$ (1). Le circuit **reste intégrateur** (1).

**Expérience TP7.4 : Entrée triangulaire**

Conserver les valeurs de $\tau$ et $T$. Changer la tension créneau par un signal triangulaire.

/4 $\boxed{9}$ Recopier la Figure TP7.10 et compléter ce que vous voyez. L'entrée étant une succession de droites affines, par quelle fonction pourrait-on décrire le signal $u_C(t)$ ? Le circuit est-il toujours intégrateur ?

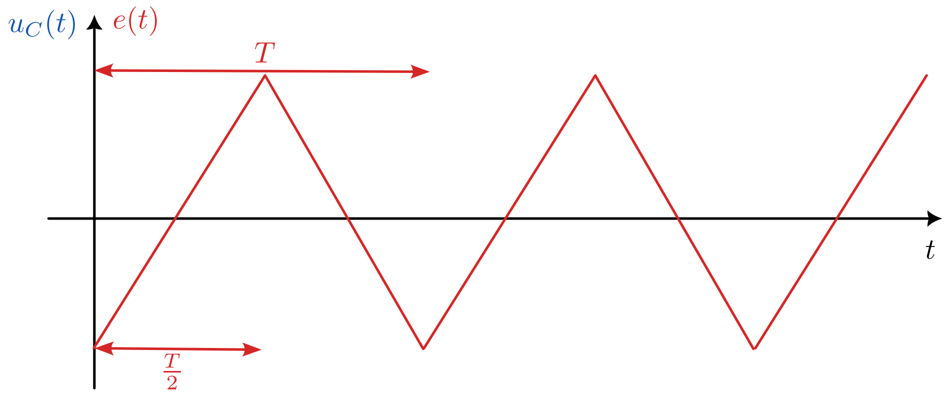



**Figure TP7.10**

**Réponse**

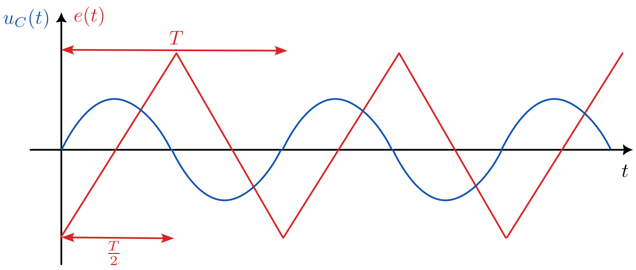



**Figure TP7.11** – 1+1

L'intégrale d'une fonction affine est un polynôme du second degré : si $u_C(t)$ est toujours une primitive de $e(t)$, on doit donc observer des portions de paraboles de forme

$$u_C(t) \overset{1}{=} Kt^2$$

mais toujours continue (puisque $u_C(t)$ est continue). C'est bien ce qu'on observe ici : on n'a plus une fonction sinusoïdale mais des **portions de paraboles** (on voit la différence autour du changement de régime) ; on en conclue que **le système est toujours bien intégrateur** 1.

**Expérience TP7.5 : Limite de l'intégrateur**

Augmenter **encore** la valeur de $\tau$ en jouant sur $R$ ou $C$. Observer $e(t)$ et $u_C(t)$.

/2 10 Quel inconvénient apparaît ? Commenter vos observations.

**Réponse**

Si on augmente **encore** $\tau$, le signal $u_C(t)$ devient trop faible 1. Le bruit du circuit domine sur la tension, et il devient difficile de bien distinguer sa forme 1.

### III/A) 3 Tension aux bornes de la résistance $u_R$

**Expérience TP7.6 : Observation de $u_R(t)$**

Se placer dans les mêmes conditions que dans la partie II.C, en revenant à une **tension créneau** pour $e(t)$. Observer à l'oscilloscope $e(t)$ et $\boxed{u_R(t)}$.

/4 11 Imprimer les résultats. Commenter l'allure de la courbe. Est-elle conforme à l'expression analytique attendue ?

**Réponse**

1 pour l'impression. On observe une **discontinuité de la tension** 1 $u_R(t) = Ri(t)$ à chaque changement de la tension d'entrée, avec une croissance ou décroissance exponentielle 1. Cela correspond bien à l'expression analytique attendue 1, et au fait que l'intensité dans un circuit $RC$ n'est **pas continue**.

## III/B Étude numérique

L'activité corrigée est disponible à https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/64ab-2283618.

Effectuez cette étude sur `Capytale` : https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/1092-7786080.

### III/B) 1 Écriture du script

On créé la fonction `euler(f, a, b, y0, n)` effectuant les calculs détaillés dans la partie I/B) 2. Ses paramètres d'entrée sont une fonction $f$, des valeurs de $a$ et $b$, un entier $n$ et une condition initiale $y0$. Elle calcule les valeurs approchées sur $[a,b]$ de la solution de l'équation différentielle $y'(t) = f(t,y(t))$ avec la condition initiale $y(a) = y0$. Cette fonction renvoie la liste des $n+1$ valeurs approchées $y_k$ de $y$ aux temps $t_k = a + k\frac{b-a}{n}$, $k \in [\![0,n]\!]$.

```python
def euler(f, y0, a, b, n):
    """
    Calcule les points suivants d'une fonction par une approximation
    tangentielle, sur l'intervalle de temps [a,b] à partir de l'ordonnée
    y0 et ce pour n points.
    """
    h = (b - a) / n # le pas temporel
    yk = y0         # on initialise le premier y_k avec y0
    tk = a          # de même avec t_k = t_0
    list_y = [y0]   # on initialise la liste avec la condition initiale
    for k in range(n - 1):
        yk =                # à compléter (voir Otl.TP7.1)
        tk =                # à compléter (voir Otl.TP7.1)
        list_y.append(yk)  # on ajoute la valeur de yk à la liste
    return list_y
```

Il faut ensuite créer la fonction `f` ainsi que la fonction entrée `e` pour plus de clarté. Vous compléterez la fonction `f` pour qu'elle renvoie l'expression correspondant à l'équation différentielle que vous cherchez à résoudre.
On récupère les valeurs $y$ de la solution par :

```python
a = 0   # s
b = 10   # s
n = 100   # points de calculs
y0 = 0   # condition initiale
list_y = euler(f, a, b, y0, n)   # list_y est un vecteur des valeurs de y
```

### III/B) 2 Test dans un cas analytique

Tester votre fonction précédente avec une entrée constante $e(t) = E$ afin de résoudre l'équation différentielle sur $u_C(t)$. Afficher sur un même graphique la solution numérique et la solution analytique obtenue question 4(avant développement limité). On pourra, par choix et pour fixer les idées, sans que cela porte à conséquence prendre :

$$E = 1\,\mathrm{V} \qquad \tau = 1\,\mathrm{s} \qquad u_C(t=0) = 0$$

Vous afficherez également la fonction erreur au cours du temps, qui est la différence entre votre solution numérique et la solution analytique.

Vous testerez la sensibilité au pas de calcul.

### III/B) 3 Test dans un cas non analytique

Lorsque la solution $u_C(t)$ peut être obtenue analytiquement, la solution numérique n'a que peu d'intérêt. Elle prend en revanche tout son sens dans des cas non-analytiques.

Testez votre programme pour plusieurs entrées (en changeant le contenu de la fonction `e(t)`) : sinusoïdale, rampe linéaire, exponentielle. . .