

Oscillateurs et transformation de la matière

Tout moyen de communication est interdit

Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs

Les calculatrices sont *interdites*

Au programme

Oscillateurs harmonique et amortis (mécanique et électricité), transformation et équilibre chimique.

Sommaire

E1	Formation du carbure de silicium	2
E2	Autour du béton	3
P1	Décrément logarithmique mécanique	4
P2	Étude d'un flash d'appareil photo	5

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. Cependant, vous indiquerez le **numéro correct de chaque question**. Vous prendrez soin d'**indiquer** sur votre copie si vous reprenez une **question** d'un exercice **plus loin dans la copie**, sous peine qu'elle ne soit ni vue ni corrigée.

Vous porterez une attention particulière à la **qualité de rédaction**. Vous énoncerez clairement les hypothèses, les lois et théorèmes utilisés. Les relations mathématiques doivent être reliées par des connecteurs logiques.

Vous prendrez soin de la **présentation** de votre copie, notamment au niveau de l'écriture, de l'orthographe, des encadrements, de la marge et du cadre laissé pour la note et le commentaire. Vous **encadrerez les expressions littérales**, sans faire apparaître les calculs. Vous ferez apparaître cependant le détail des grandeurs avec leurs unités. Vous **soulignerez les applications numériques**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

Malus

- | | |
|---|---|
| ◇ A : application numérique mal faite ; | ◇ Q : question mal ou non indiquée ; |
| ◇ N : numéro de copie manquant ; | ◇ C : copie grand carreaux ; |
| ◇ P : prénom manquant ; | ◇ U : mauvaise unité (flagrante) ; |
| ◇ E : manque d'encadrement des réponses ; | ◇ H : homogénéité non respectée ; |
| ◇ M : marge non laissée ou trop grande ; | ◇ S : chiffres significatifs non cohérents ; |
| ◇ V : confusion ou oubli de vecteurs ; | ◇ R : schéma moche fait sans règle ; |
| ◇ L : absence de connecteur logique ($\Leftrightarrow$) ; | ◇ φ : loi physique fondamentale brisée. |

Attention

Au moins un exercice de transformation de la matière et un exercice d'oscillateurs doivent être traités !

Remarques antérieures

- 1) Inscrire dans le cadre *Remarques antérieures* une remarque **pertinente** issue du **DS03** de l'**année précédente**.
- 2) De même avec une remarque pertinente du **DS02** de **cette année**.

/26

E1 Formation du carbure de silicium

La face optique des miroirs des instruments spatiaux peut être revêtue de SiC par dépôt chimique en phase vapeur (ou CVD pour l'anglais *chemical vapor deposition*) afin de masquer toute porosité résiduelle et obtenir ainsi une surface polissable parfaite.

De nombreux composés chimiques sont utilisés pour produire des films minces de SiC. Parmi ceux-ci, le méthyl-trichlorosilane CH_3SiCl_3 , noté par la suite MTS, est très souvent choisi. La transformation peut être modélisée par l'équation bilan globale



On étudie cette réaction à la température $T_1 = 870 \text{ K}$, où sa constante thermodynamique d'équilibre vaut $K^\circ(T_1) = 10$. On considère une enceinte vide, thermostatée à la température T_1 , dans laquelle on introduit une quantité $n = 1,0 \text{ mol}$ de MTS. La pression P dans l'enceinte est maintenue constante.

- 1 Calculer le quotient réactionnel initial $Q_{r,0}$ de la réaction. En déduire le sens d'évolution de la réaction, en justifiant la réponse.
- 2 Rappeler les 3 expressions de l'activité d'une espèce selon son état. Exprimer alors le quotient réactionnel Q_r de la réaction (1) à un instant quelconque.

Le taux de décomposition α du MTS est défini par le quotient de la quantité de MTS ayant réagi sur la quantité initiale de MTS introduite.

- 3 Faire un tableau d'avancement de la réaction. En reliant α_{eq} à ξ_{eq} , rajoutez une ligne au tableau utilisant α_{eq} . Rappeler ensuite la loi de DALTON puis exprimer les pressions partielles à l'équilibre des différentes espèces gazeuses présentes en fonction de P et α_{eq} .
- 4 En déduire l'expression de la constante de réaction en fonction de α_{eq} et des pressions P et P° .

On suppose que la pression de l'enceinte est fixée à $P = 1 \text{ bar}$. Pour résoudre numériquement l'équation précédente, on utilise le code PYTHON ci-dessous qui affiche la courbe Figure D3.1.

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 P = 1
5 Po = 1
6 Ko = 10
7
8
9 def f(x):
10     return 27*x**3*P**2/Po**2-Ko*(1-x)*(1+2*x)**2
11
12
13 x_list = np.linspace(0, 1, 100)
14
15 plt.plot(x_list, f(x_list))
16 plt.grid()
17 plt.show()
```

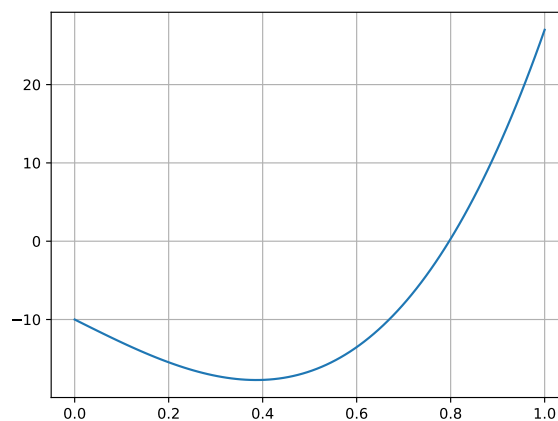
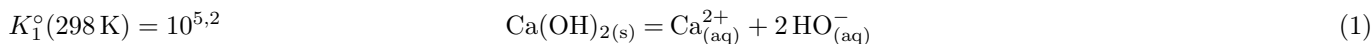


FIGURE D3.1 – Résultat du code PYTHON

- 5 Expliquer la forme proposée de la fonction utilisée pour tracer la courbe. Déduire de la courbe la valeur de α_{eq} .
- 6 En déduire la quantité de matière de carbure de silicium solide formée.

E2 Autour du béton

On étudie quelques constituants du béton. L'hydroxyde de calcium $\text{Ca}(\text{OH})_{2(s)}$ confère au béton ses propriétés basiques (au sens de acide ou base). Il se dissout en solution aqueuse selon la réaction (1) :

**Aide au calcul**

$$\frac{5,2}{3} = 1,7 \quad ; \quad 10^{-1,7} \approx 2 \times 10^{-2} \quad ; \quad \log(26) \approx 1,4$$

Les trois sous-parties sont largement indépendantes.

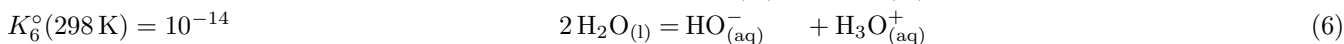
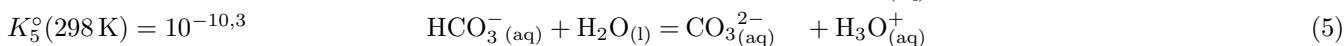
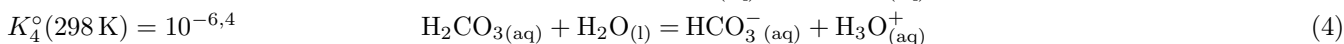
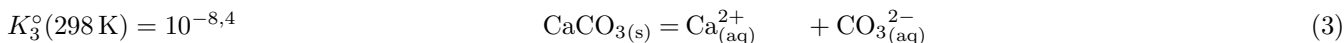
II/A Dissolution de l'hydroxyde de calcium

- On introduit en solution aqueuse un net excès d'hydroxyde de calcium. La phase solide est alors présente en fin d'évolution. Calculer les concentrations de chacun des ions présents à l'équilibre. On donnera les résultats avec 2 chiffres significatifs.
- On donne la relation $\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}}[\text{HO}^-]_{\text{eq}}}{c^\circ{}^2} = 10^{-14}$. Sachant que $\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}}}{c^\circ}\right)$, déterminer le pH de la solution avec 3 chiffres significatifs. Le milieu est-il acide, basique ou neutre ?

II/B Carbonatation du béton

Dans certains cas, la pollution urbaine liée à l'humidité entraîne la dissolution du dioxyde de carbone atmosphérique dans l'eau à l'intérieur du béton (sous forme H_2CO_3), provoquant la carbonatation du béton (formation de carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$) par réaction de l'hydroxyde de calcium $\text{Ca}(\text{OH})_{2(s)}$ avec la forme $\text{H}_2\text{CO}_{3(aq)}$.

- Écrire la réaction (2) mise en jeu dans la carbonatation du béton. On donne les réactions suivantes :



Relier (2) aux réactions (1) à (6), puis calculer la constante d'équilibre K_2° à 298 K avec 3 chiffres significatifs.

II/C Décomposition du carbonate de calcium

On étudie désormais la réaction de décomposition du carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$ en oxyde de calcium $\text{CaO}_{(s)}$ et dioxyde de carbone $\text{CO}_{2(g)}$ de constante d'équilibre $K^\circ = 0,20$ à 1000 K.

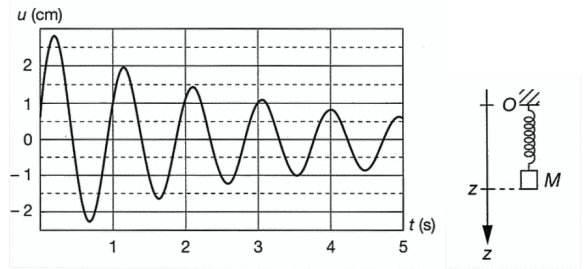


Soit un récipient indéformable de volume $V = 10\text{ L}$, vidé au préalable de son air, et maintenu à la température constante de 1000 K. On introduit progressivement une quantité de matière n en carbonate de calcium solide et on mesure la pression p à l'intérieur de l'enceinte.

- Lorsque l'équilibre est établi, calculer la quantité de matière en dioxyde de carbone $n_{\text{CO}_2, \text{eq}}$ dans l'enceinte. L'exprimer avec 2 chiffres significatifs. On supposera les gaz comme parfaits, et on prendra $R = 8\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ pour la constante des gaz parfaits.
- On introduit une quantité de matière $n = 1,0 \times 10^{-2}\text{ mol}$ en carbonate de calcium. Faire un tableau d'avancement. Indiquez le sens de la réaction, puis décrire l'état final et sa composition. On précisera notamment si l'état final est un état d'équilibre en expliquant succinctement la raison de cet état final.
- Reprendre la question précédente dans le cas où $n = 5,0 \times 10^{-2}\text{ mol}$.
- Montrer que la courbe $P = f(n)$, avec P la pression à l'intérieur de l'enceinte, est constituée de deux segments de droites dont on donnera les équations pour $0 \leq n \leq 0,10\text{ mol}$. La tracer qualitativement.

/66 P1 Décrément logarithmique mécanique

Une masse m est accrochée à un ressort de raideur $k = 10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et de longueur à vide $\ell_0 = 10 \text{ cm}$, fixé au point O . En plus de son poids et de la force de rappel du ressort, la masse est soumise à une force de frottement fluide $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$. Un capteur fournit l'évolution de $u(t) = z(t) - z_{\text{eq}}$ au court du temps.



Aide au calcul

$$\pi \approx 3 \quad ; \quad 7,5^2 \approx 56 \quad ; \quad \frac{10}{56} \approx 0,18 \quad ; \quad \sqrt{1,8} \approx 0,13$$

- 1 Établir entièrement le système d'étude avec un schéma.
- 2 Établir l'équation d'évolution de $z(t)$. Quelle est la position d'équilibre z_{eq} de la masse ? Commenter. En déduire une équation satisfaite par $u(t)$.
- 3 Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction des données du problème.
- 4 Estimer la valeur de Q en justifiant précisément votre choix.
- 5 Résoudre l'équation différentielle en introduisant une constante de temps τ et une pseudo-pulsation Ω . On ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration.
- 6 Exprimer la pseudo-période T en fonction de T_0 et de Q . Est-elle plus grande ou plus petite que T_0 ?

On peut accéder au facteur de qualité en étudiant le **décrément logarithmique** δ :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{u(t) - u_{\infty}}{u(t + nT) - u_{\infty}} \right)$$

avec n le nombre de périodes sélectionnées.

- 7 Déterminer la relation entre δ , τ et T d'abord, puis la relation entre δ et Q uniquement ensuite ; isoler finalement Q en fonction de δ .

On donne dans le Tableau D3.1 les valeurs expérimentales du décrément logarithmique relevées sur l'oscillogramme.

TABLEAU D3.1 – Valeurs expérimentales

n	$u(t_{\text{max}} + nT)$	δ
0	2,7	0,30
1	2,0	0,29
2	1,5	0,31
3	1,1	0,31
4	0,8	0,29
5	0,6	

- 8 Estimer à l'aide des données expérimentales le facteur de qualité Q , avec 2 chiffres significatifs. Comparer à votre estimation faite Question 4. Chercher une valeur entière de Q à partir de laquelle on peut considérer que $\sqrt{4Q^2 - 1} \approx \sqrt{4Q^2} \approx 10$: est-ce vérifié ici ?
- 9 Montrer que l'on peut alors approximer la pseudo-pulsation Ω par la pulsation propre ω_0 . Estimer T avec 1 chiffre significatif en prenant 5 périodes sur l'oscillogramme. En déduire ω_0 , l'exprimer avec 2 chiffres significatifs.
- 10 En déduire les valeurs de m et α , avec 2 chiffres significatifs.

/88

P2 Étude d'un flash d'appareil photo

Cet exercice concerne une modélisation du fonctionnement électrique d'un flash d'appareil photo.

Le schéma électrique global est représenté sur la figure D3.2. Il fait intervenir des composants que vous connaissez bien, comme une batterie, des résistances, des condensateurs, et d'autres que vous connaissez moins comme une diode, un transistor ou des transformateurs.

Le fonctionnement d'un flash électronique repose sur la génération d'un éclair lumineux dans un tube de quartz translucide, noté *flash tube*, dans lequel on a placé un gaz raréfié, le xénon. Ce tube est délimité par deux électrodes reliées à un condensateur C2 chargé sous quelques centaines de volts. Lorsque le xénon est ionisé, il devient conducteur et le condensateur peut se décharger dans le gaz, créant ainsi un éclair lumineux très intense et d'une durée très brève.

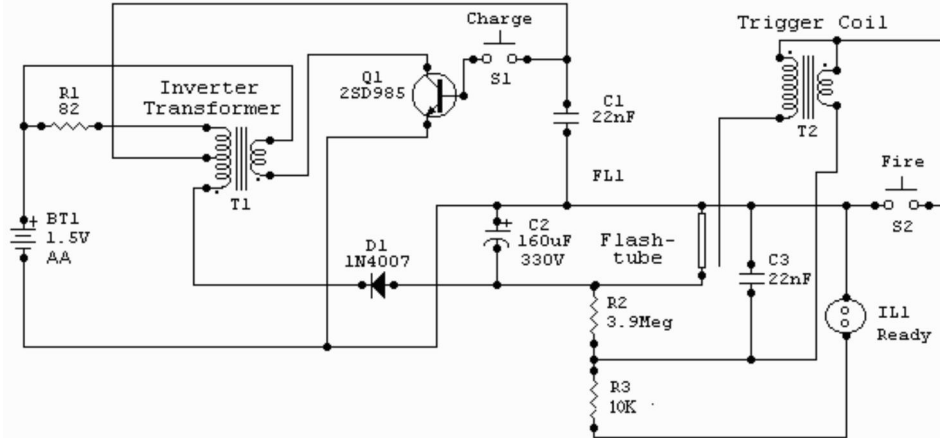


FIGURE D3.2 – Schéma global du circuit d'alimentation du flash d'un appareil photo

Le circuit peut être décomposé en plusieurs blocs que nous allons étudier successivement. L'objectif est d'amplifier la tension fournie par une pile de 1,5 V en une tension de 300 V. Cela se fait par l'intermédiaire du transformateur T1, dont le fonctionnement requiert une tension sinusoïdale.



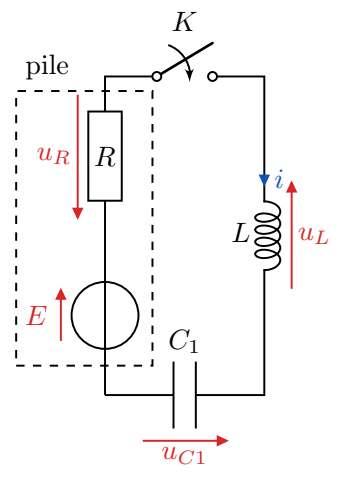
Aide au calcul

$$\pi \approx 3 \quad ; \quad \ln(0,9) \approx -0,1 \quad ; \quad \ln(2) \approx 0,7$$

II/A Obtention d'une tension quasi-sinusoïdale à partir d'une tension continue

La production d'une tension sinusoïdale est assurée par un bloc fonctionnel équivalent à l'association série d'un condensateur de capacité $C_1 = 25 \text{ nF}$ et d'une bobine d'inductance $L = 36 \text{ mH}$, alimentée par une pile de f.é.m. $E = 1,5 \text{ V}$ constante et de résistance interne R . La bobine modélise en fait le primaire d'un transformateur, ce qui ne change rien à l'étude.

L'interrupteur est actionné afin de fermer le circuit à l'instant initial $t = 0$ où le flash doit se déclencher. On considère de plus que le condensateur est initialement déchargé.



- 1 Établir les conditions initiales sur les tensions des 3 dipôles et l'intensité dans le circuit juste après la fermeture de l'interrupteur, à l'instant $t = 0$.
- 2 Montrer que la tension u_L vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d^2 u_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_L}{dt} + \frac{1}{LC_1} u_L = 0$$

- 3 Écrire cette équation sous forme canonique et définir la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q des oscillations.
- 4 Démontrer que la tension u_L présente des oscillations seulement si la résistance interne de la pile est telle que $R < R_c$ et préciser l'expression de R_c en fonction des composants du circuit.
- On suppose par la suite que R vérifie cette condition.
- 5 Exprimer le temps caractéristique noté τ en fonction de ω_0 et Q , et la pseudo-pulsation notée Ω en fonction de Q et τ , caractérisant la tension $u_L(t)$.
- 6 Écrire l'expression des solutions de l'équation différentielle déterminée à la question 2 en faisant intervenir deux constantes A et B qu'on ne cherchera pas à déterminer. Quelle est la dimension de ces deux constantes ?
- 7 Calculer la condition initiale juste après fermeture de l'interrupteur $\frac{du_L}{dt}|_{0+}$. On trouvera une valeur négative.
- 8 En vous appuyant sur les deux conditions initiales, dessiner qualitativement l'allure de la tension $u_L(t)$. Vous ferez apparaître sur la figure la pseudo-période T des oscillations et le temps d'amortissement τ .

Pour le fonctionnement du flash, les oscillations de u_L sont considérées de qualité suffisante lorsque leur amortissement au bout de cinq pseudo-périodes est de moins de 10 %.

- 9 En faisant l'approximation que $\Omega \simeq \omega_0$ si l'amortissement est faible, déterminer la valeur minimale de Q permettant de vérifier ce critère. En déduire la valeur maximale de la résistance interne de la pile correspondante, en l'exprimant avec 1 chiffre significatif. Justifier par un ordre de grandeur qu'il est réalisable.

II/B Alimentation du flash

Comme déjà mentionné, la bobine précédente est en réalité le primaire d'un transformateur, dont le secondaire est modélisable par une seconde bobine, d'inductance beaucoup plus importante. Ces deux enroulements sont liés magnétiquement par un noyau en fer doux.

Ce dispositif permet de fournir, à partir de la tension alternative $u_L(t)$, de pulsation Ω et d'amplitude $U_m \approx E$ aux bornes du primaire, une tension alternative sinusoïdale $u'(t)$, de pulsation Ω et d'amplitude $U'_m = k U_m$ aux bornes du secondaire, avec $k \approx 200$ pour le flash étudié.

La tension variable ainsi produite aux bornes du secondaire est ensuite traitée par un montage redresseur produisant une tension constante $E' = U'_m \approx 200 E$ avec $E = 1,5 \text{ V}$ comme précédemment. L'ensemble est modélisable par un générateur de tension de f.é.m. E' et de résistance interne R' , comme représenté figure D3.3(b).

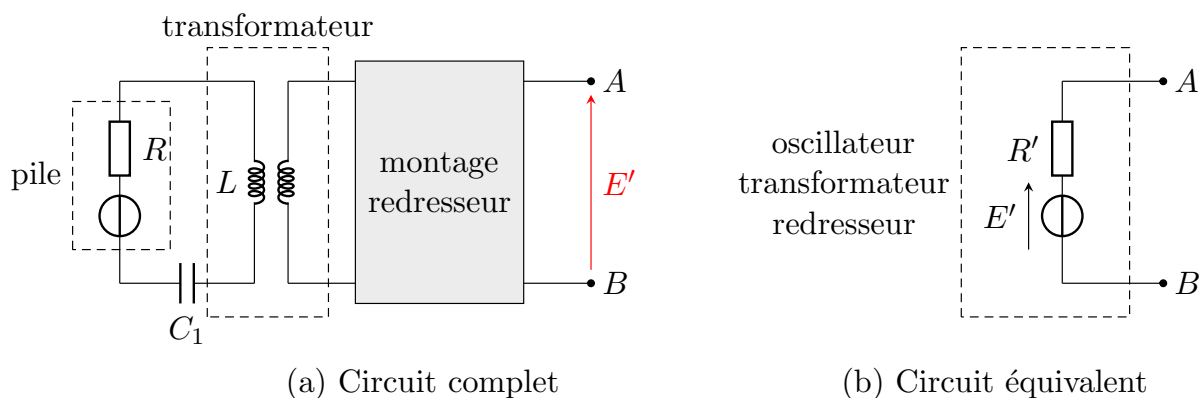
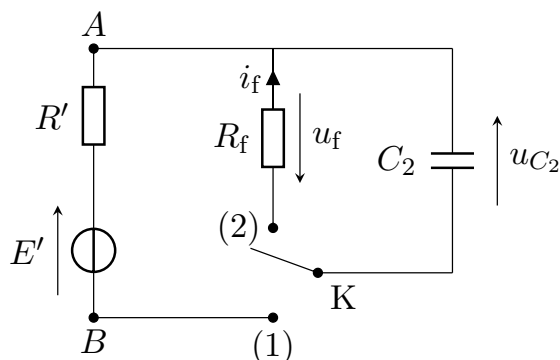


FIGURE D3.3 – Schéma équivalent au circuit d'alimentation du flash

Ce dipôle AB permet d'alimenter le flash. Lorsque l'interrupteur K est en position (1), un condensateur de capacité C_2 est chargé par le dispositif.

Dès que la charge du condensateur a pratiquement atteint sa valeur maximale, ce qui correspond à une tension $u_{C_2} = E'$, le flash est prêt à fonctionner.

Lorsque le flash se déclenche à l'instant $t = 0$, l'interrupteur K passe en position (2) et permet la décharge du condensateur dans le résistor de résistance $R_f = 1 \text{ k}\Omega$ modélisant le flash, ce qui provoque l'émission d'un éclair lumineux.



- 10 Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i_f traversant le flash pour $t \geq 0$.
- 11 Résoudre cette équation différentielle pour exprimer $i_f(t > 0)$. Tracer l'allure de i_f pour $t \geq 0$ mais en faisant apparaître la valeur en 0^- . On fera également apparaître la constante de temps τ' .
- 12 Évaluer l'énergie $\mathcal{E}_f$ libérée par le flash pendant la totalité du régime transitoire en prenant la valeur de la capacité $C_2 = 160 \mu\text{F}$ donnée dans la notice technique. On l'exprimera avec 2 chiffres significatifs.

En pratique, le flash est considéré terminé lorsque 50% de l'énergie initialement emmagasinée dans le condensateur a été utilisée.

- 13 En déduire la durée effective du flash, avec 2 chiffres significatifs. Commenter le résultat obtenu.