Ondes – chapitre 1

Ondes progressives

Sommaire

Capacités exigibles

- ☐ Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
- ☐ Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent.
- ☐ Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive.
- ☐ Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.
- ☐ Définir un milieu dispersif. Citer des exemples de situations de propagation dispersive et non dispersive.
- ☐ Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.
- ☐ Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $f(x+ct)$, et sous la forme $g(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$.
- ☐ Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.
- ☐ Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
- ☐ Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.

L'essentiel

Définitions

Propriétés

Démonstrations

Applications

Exemples

Points importants

Erreurs communes

I Onde progressive à une dimension

I/A Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié des signaux, électriques ou mécaniques, variant dans le temps mais à une position fixée. Les interactions physico-chimiques sont remplies d'ondes en tout genre, la matière-même ayant une nature ondulatoire (cf. mécanique quantique) ; mais nous ne pouvons pas nous contenter de les quantifier à un unique endroit, il faut savoir traiter leur **propagation** dans le temps **temps et l'espace**. Un peu de vocabulaire :

On appelle **signal** une grandeur physique mesurable pouvant varier dans le **temps** et qui transporte une **information**.

- ◇ Signal sonore ;
- ◇ Signal sismique ;
- ◇ Signal électrique…

La notion de signal **dépend de l'observation**. Par exemple, la découverte des ondes radios était perturbée par le premier signal lumineux de l'Univers, le fonds diffus cosmologique : il baigne la totalité de l'Univers et est fondamental dans la cosmologie, mais peut être parasite selon l'objectif.

Une **perturbation** est une **modification locale et temporaire** des propriétés d'un milieu.

- ◇ Caillou dans un lac ;
- ◇ Séisme ;
- ◇ Membrane d'un haut-parleur…

Une perturbation, quand elle est créée, se propage autour d'elle de proche en proche : chaque point impacté va subir des modifications temporaires similaires à celle de la source. Après le passage de cette perturbation, chaque point retrouve sa position initiale. Ceci nous amène à la notion d'onde :

Définition ON1.1 : Onde

On appelle **onde** la **propagation d'une perturbation**, dans un milieu matériel ou dans le vide.

Certaines ondes ont besoin d'un milieu matériel pour se propager : ce sont les ondes **mécaniques**. Les ondes sismiques, les ondes dans la corde ou les ondes sonores en sont des exemples. Certaines ondes peuvent se propager dans le vide, comme les ondes **électromagnétiques**. Les infrarouges, la lumière visible ou les micro-ondes sont des exemples d'ondes électromagnétiques.

Exemple ON1.1 : Ondes

- ◇ Lorsqu'on secoue l'extrémité d'une corde tendue, les positions des différents points sont modifiées. Une fois l'onde passée, les points retrouvent leur position initiale.
- ◇ Le caillou dans le lac forme des **rides qui s'éloignent** du point d'impact, mais il n'y a pas de mouvement d'ensemble du fluide.
- ◇ La membrane du haut-parleur, lors de son déplacement elle provoque une brève **compression-dilatation** de l'air qui la touche. Cette propagation se déplace ensuite dans l'air : ce sont les ondes sonores. Elles peuvent aussi se déplacer dans les liquides et dans les solides.

Il y a donc deux variations spatiales dans la notion d'onde : la direction de la **perturbation** et celle de la **propagation**. On distingue ainsi deux grands types d'ondes :

♥ Définition ON1.2 : Onde transversale et longitudinale

- ◇ **Onde transversale**[1] : la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation ;
- ◇ **Onde longitudinale**[2] : la perturbation est parallèle à la direction de propagation.

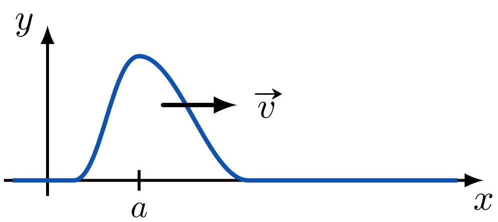


Figure ON1.1 – Onde transversale.

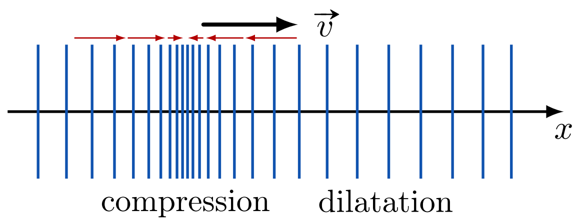


Figure ON1.2 – Onde longitudinale.

Exemple ON1.2 : Ondes transversales et longitudinales

◇ **Longitudinales** :

▷ Certaines ondes sismiques ;

▷ Contraction-élongation d'un ressort.

◇ **Transversales** :

▷ Mouvement d'une corde secouée ;

▷ Vagues sur l'eau.

Dans le cas de ce chapitre, on commence par une restriction sur les caractéristiques étudiées.

♥ Définition ON1.3 : Onde progressive à une dimension

◇ **Progressive** : sa propagation ne se fait que **dans un seul sens depuis sa source**. À un instant ultérieur, on retrouve la perturbation *à l'identique plus loin.*

◇ **À une dimension** :

▷ une onde qui se propage dans un milieu matériel à une dimension ;

▷ ou une onde qui se propage dans un milieu matériel à deux ou trois dimensions, avec une direction de propagation unique.

Exemple ON1.3 : Ondes et dimensions

◇ **1D** : onde le long d'une corde, compression le long d'un ressort ;

◇ **2D** : vagues sur l'eau ;

◇ **3D** : son, lumière.

I/B Représentation spatiale et célérité des ondes

Important ON1.1 : Représentation spatiale

Dans une représentation **spatiale**, on regarde à un **temps fixé** la perturbation dans **tout l'espace** ; on parle également de représentation **photographique**[3].

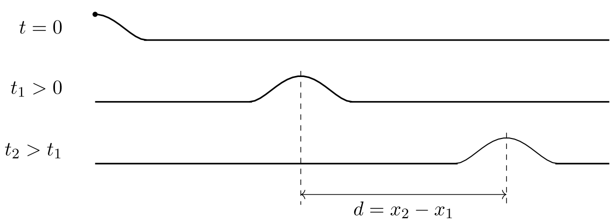


Figure ON1.3 – Exemple représentation spatiale

Lorsqu'une onde se propage, on peut définir une **vitesse de propagation de la perturbation**. Pour la distinguer de la vitesse d'un point matériel, on emploi plutôt le terme **célérité**. Par convention, celle-ci est toujours positive. En première approximation, la célérité ne dépend pas de la perturbation mais seulement de la nature et des propriétés du **milieu**.

Définition ON1.4 : Célérité

La célérité c d'une onde est le quotient de la distance d parcourue par la perturbation, sur l'intervalle de temps Δt que dure ce parcours :

$$\boxed{c = \frac{d}{\Delta t}}$$

Exemple ON1.4 : Célérité

Sur le schéma précédent,

$$\boxed{c = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

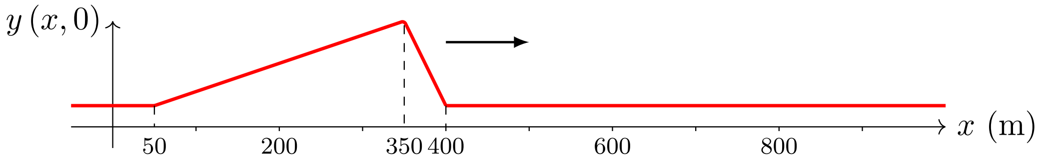
♥ Ordre de grandeur ON1.1 :

Signal	Célérité
Ondes électromagnétiques	$3{,}0 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Son dans l'air (20 °C, 1 bar)	$\approx 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Son dans les métaux	quelques $\mathrm{km \cdot s^{-1}}$
Son dans l'eau	$1{,}5\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$

1. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_transversale.php
2. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_longitudinale.php
3. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/retard.php

Application ON1.1 : Vague en représentation spatiale

On considère ici une vague solitaire qui se déplace à la vitesse $\boxed{c = 18\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}}$ le long d'un fleuve rectiligne, et on définit un axe (Ox) dans la direction du sens de sa propagation. À l'instant $t = 0$, le profil du niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :



Faire un schéma du profil du fleuve à $\tau = 1\,\mathrm{min}$ en supposant que l'onde se propage sans déformation.

La queue de la vague est à $x_{q,0} = 50\,\mathrm{m}$. À $\tau = 1\,\mathrm{min}$, elle est en $x_{q,1}$. Par définition de la célérité,

$$\frac{x_{q,1} - x_{q,0}}{\tau - 0} = c \Leftrightarrow x_{q,1} = x_{q,0} + c\tau = 350\,\mathrm{m}$$

On procèderait de même pour repérer le haut de la vague et sa tête : en réalité, chaque point du mascaret se déplace de $c\tau = 300\,\mathrm{m}$ vers la droite.

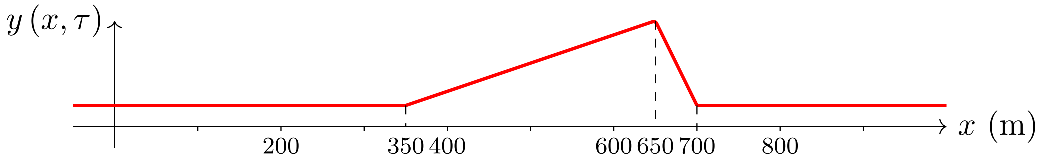


Figure ON1.4 – Vague solitaire à $\tau = 1\,\mathrm{min}$

I/C Représentation temporelle et retard

Important ON1.2 : Représentation temporelle

Dans une représentation **temporelle**, on regarde à un **endroit fixé** la perturbation **sur sa durée**[4]. On obtient alors un **chronogramme**, à l'opposé d'une photographie. On y lit des **décalages temporels**.

Définition ON1.5 : Retard d'une onde

En créant à l'instant $\boxed{t = 0}$ une déformation à un **endroit M**, cette perturbation se propage le long de l'axe avec une célérité c. Elle parvient donc en un **point M'** après le temps $\boxed{\tau}$. La grandeur τ est le **retard** du point M' par rapport au point M. Avec c la célérité de l'onde, on

$$\tau = \frac{\mathrm{MM'}}{c}$$

Application ON1.2 : Vague en représentation temporelle

On reprend l'exemple de la vague précédente.

1) À quel instant la vague arrive-t-elle au point d'abscisse $x_1 = 2{,}2\,\mathrm{km}$?

   À $t = 0$, la tête de la vague est à $x_0 = 400\,\mathrm{m}$. Elle arrive en x_1 avec un retard :

$$t = \frac{x_1 - x_0}{c} = 6\,\mathrm{min}$$

2) Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_d = 1{,}6\,\mathrm{km}$. Dessiner l'allure des variations $y(x_d,t)$ en fonction du temps à cette abscisse.

   Les différents éléments de la vagues arrivent avec les retards :

$$\tau_{\text{tête}} = \frac{x_d - x_{t,0}}{c} = 4\,\mathrm{min} \quad \tau_{\text{haut}} = \frac{x_h - x_{h,0}}{c} = 4\,\mathrm{min}10\,\mathrm{s} \quad \tau_{\text{queue}} = \frac{x_q - x_{q,0}}{c} = 5\,\mathrm{min}10\,\mathrm{s}$$

4. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/evolution_temporelle.php

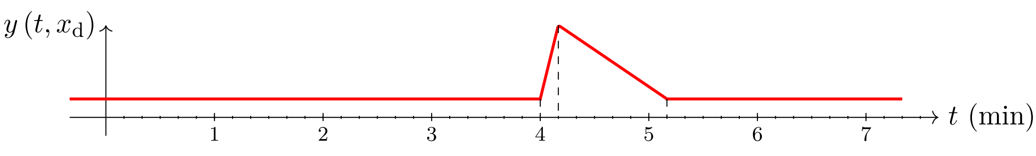


Figure ON1.5 – Vague solitaire en représentation temporelle.

Attention ON1.1 : Retard spatial et temporel

Il faut vraiment réussir à changer de perspective et ne pas confondre les représentations spatiales et temporelles :

- en un point fixé de l'espace, un signal s_1 est en avance sur s_2 s'il arrive à $t_1 < t_2$: il sera donc à gauche de s_2 ;
- en un instant fixé du temps, un signal s_1 est en avance sur s_2 s'il est à $x_1 > x_2$: il sera donc à droite de s_2 (si les ondes sont progressives vers la droite).

I/D Lien entre les représentations

Nous avons vu deux représentations graphiques différentes, une selon l'espace et une selon le temps. En réalité, le signal d'une onde est une fonction de **deux** variables : $\boxed{y(x,t)}$ Pour obtenir l'une au l'autre des représentations, on fixe l'une des variables. Supposons une onde se propageant sans atténuation ni déformation :

Démonstration ON1.1 : Lien entre représentations

Depuis la représentation spatiale

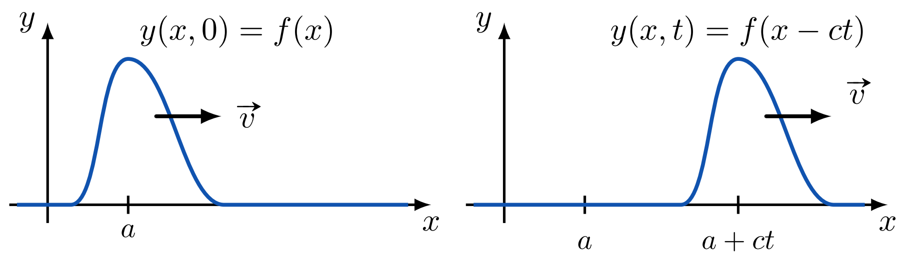


Figure ON1.6 – Propagation vers la droite

L'onde observée à $t = 0$ se déplace vers la droite. À l'instant t, elle est décalée vers la droite de $\boxed{\delta = ct}$: la valeur de $y(x,t)$ en x et à l'instant t était en $x - ct$ à l'instant $t = 0$, soit :

$$y(x,t) = y(x-ct,0) \quad \text{soit} \quad \boxed{y(x,t) = f(x-ct)} \quad \text{avec} \quad \boxed{y(x,0) = f(x)} \quad \text{sa représentation spatiale à } t = 0$$

Depuis la représentation temporelle

Le raisonnement est similaire en partant de la représentation temporelle : si on connaît $y(0,t)$ la perturbation en $x = 0$ au cours du temps, **le signal plus loin et plus tard est le même que celui plus proche et plus tôt.** Avec le retard $\boxed{\tau = x/c}$:

$$y(x,t) = y\left(0,t - \frac{x}{c}\right) \quad \text{soit} \quad \boxed{y(x,t) = g\left(t - \frac{x}{c}\right)} \quad \text{avec} \quad \boxed{y(0,t) = g(t)} \quad \text{sa représentation spatiale en } x = 0$$

Propriété ON1.1 : Lien entre représentations

La représentation **spatiale en $\mathbf{t_0}$** est le graphique :

$$y \;:\; x \mapsto y(x,t_0) = f(x - ct_0) = g\left(t_0 - \frac{x}{c}\right)$$

La représentation **temporelle en $\mathbf{x_0}$** est le graphique :

$$y \;:\; t \mapsto y(x_0,t) = f(x_0 - ct) = g\left(t - \frac{x_0}{c}\right)$$

Attention ON1.2 : Vers la droite ou vers la gauche ?

Vous ferez bien attention, à défaut de travailler votre intuition pour comprendre que $f(x - ct)$ est une onde se propageant vers la droite, à bien associer penser « **signe moins donc vers la droite** » ! Pour résumer :

Vers la droite $\quad f(x - ct) = g\left(t - \frac{x}{c}\right)$

Vers la gauche $\quad f(x + ct) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$

II Onde progressive sinusoïdale

Définition ON1.6 : Onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive est dite **sinusoïdale** si la source à $x = 0$ impose une **perturbation sinusoïdale** :

$$\boxed{s(0,t) = g(t) = S\cos(\omega t + \varphi_0)}$$

II/A Double périodicité spatiale et temporelle

Observation ON1.1 : Animation Geogebra

1) Lorsque l'on impose une excitation temporelle sinusoïdale, la représentation spatiale est aussi sinusoïdale.
2) À célérité constante, quand la période spatiale augmente avec la période temporelle.
3) À période spatiale constante, si on augmente la célérité, la période temporelle diminue.

Définition ON1.7 : Périodicités

Périodicité temporelle

Si la perturbation créée en S est sinusoïdale avec une période T, alors l'onde en M l'est également (il n'y a qu'un retard entre les deux dû à la propagation).

Périodicité spatiale

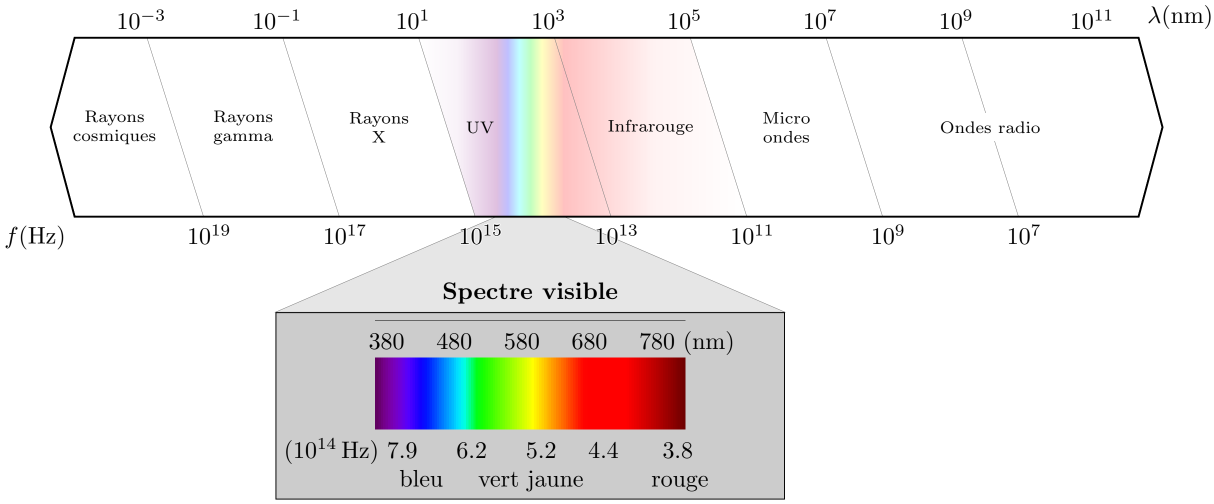
Au moment de l'émission du deuxième maximum, le premier maximum a déjà parcouru une distance cT. L'écart spatial entre deux maximum successifs est la période spatiale.

Important ON1.3 : Longueur et nombre d'onde d'une OPS

Une onde progressive sinusoïdale présente à la fois une périodicité spatiale, nommée **longueur d'onde** et notée λ, et une périodicité temporelle, notée T. Elles sont reliées par la relation

$$\boxed{\lambda = cT = \frac{c}{f}}$$ et on définit aussi son nombre d'onde $$\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda}}$$ sa « fréquence spatiale »

Cette relation est celle donnant les périodes spatiales et temporelles des ondes électromagnétiques :



II/B Expression mathématique de l'onde progressive sinusoïdale

Propriété ON1.2 : Forme générale d'une OPS

L'expression générale d'une onde progressive sinusoïdale se propageant *vers la droite* sans déformation ni atténuation est :

$$\boxed{s(x,t) = S\cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

Définition ON1.8 : Vecteur d'onde

Comme pour la fréquence et la pulsation, on relie la longueur d'onde à une autre grandeur permettant une expression simple dans une fonction sinusoïdale : le **vecteur d'onde** k, tel que

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi\sigma = \frac{\omega}{c}}$$

Unité $\mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}$

C'est le **taux de variation de la phase due à la position** : c'est l'homologue de ω pour le temps.

Attention ON1.3 : Faux-ami

Sous cette forme, le vecteur d'onde n'est pas un vecteur ! ! C'est vraiment un vecteur quand on travaille en trois dimensions d'espace.

Démonstration ON1.2 : Forme générale d'une OPS

On s'intéresse à un mouvement vers la droite. Par définition, la perturbation $g(t)$ imposée en $x = 0$ est sinusoïdale :

$$g(t) = s(0,t) = S\cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow s(x,t) = S\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right)$$

$$\Leftrightarrow s(x,t) = S\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi_0\right) \Leftrightarrow s(x,t) = S\cos\left(\omega t - \underbrace{\frac{2\pi}{cT}}_{=k} x + \varphi_0\right) \quad \blacksquare$$

Application ON1.3 : Double périodicité d'une OPS

Soit un signal $s(x,t)$ double-périodique. Montrer que $s(x+\lambda,t) = s(x,t)$.

$$s(x+\lambda,t) = S\cos(\omega t - k(x+\lambda) + \varphi_0)$$

$$\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) = S\cos\left(\omega t - kx - \frac{2\pi}{\lambda}\lambda + \varphi_0\right)$$

$$\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) = S\cos(\omega t - kx - 2\pi + \varphi_0)$$

$$\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) = S\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{s(x+\lambda,t) = s(x,t)}$$

II/C Vitesse de phase

Soit une onde progressive sinusoïdale. La **phase** de l'onde est, par définition, l'**angle à l'intérieur** de la fonction : $\omega t - kx + \varphi$. Cette phase varie spatialement *et* temporellement, de manières corrélées.

Définition ON1.9 : Vitesse de phase

Si on trouve une phase mesurée en x_1 à l'instant t_1, le signal aura la même phase en x_2 à un instant t_2 donnés par la **vitesse de phase**, notée v_φ, telle que :

$$\boxed{v_\varphi = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

Unité $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

Elle représente la vitesse de déplacement des **crêtes** de l'onde.

Propriété ON1.3 : Vitesse de phase

Pour une OPS, on a $\boxed{v_\varphi = \dfrac{\omega}{k} = c}$

Démonstration ON1.3 : Vitesse de phase

$$\omega t_2 - kx_2 + \varphi = \omega t_1 - kx_1 + \varphi \Leftrightarrow \omega(t_2 - t_1) = k(x_2 - x_1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_\varphi = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\omega}{k}}$$

Remarque ON1.1 : Intérêt de la vitesse de phase

Pour une OPS, la vitesse de phase est égale à la célérité c de l'onde, mais ça n'est pas toujours le cas pour des ondes ou des milieux plus complexes. Notamment, la vitesse de phase ne représente **pas la vitesse de transmission** de l'information d'une onde réelle ; celle-ci est donnée par la **vitesse de groupe**, qui sera vue plus tard. Voici néanmoins une animation en ligne pour les curieux-ses.

II/D Milieux dispersifs

Définition ON1.10 : Milieu dispersif

Un milieu est dit **dispersif** si la vitesse v dépend de la fréquence ou de la longueur d'onde.

Si c'est le cas, les différentes composantes spectrales d'un signal composé ne vont pas à la même vitesse, et donc le signal peut se déformer lors de la propagation.

Exemple ON1.5 : Milieux dispersifs ou non

Propagation non-dispersive

- Propagation des ondes acoustiques dans un fluide. La célérité est :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_0}}$$

avec ρ_0 la masse volumique du fluide au repos et χ_0 sa compressibilité.

- Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide :

$$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$

C'est une des constantes fondamentales de la physique.

Propagation dispersive

- Propagation des ondes à la surface de l'eau. On a

$$\omega^2 = gk \quad \text{soit} \quad v_\varphi(\lambda) = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}$$

Ainsi, la vitesse de phase dépend de k, et donc de la longueur d'onde.

- Propagation des ondes électromagnétiques dans le verre :

$$v_\varphi(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$$

avec $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$. C'est la dispersion qui cause la décomposition spectrale de la lumière par un prisme.

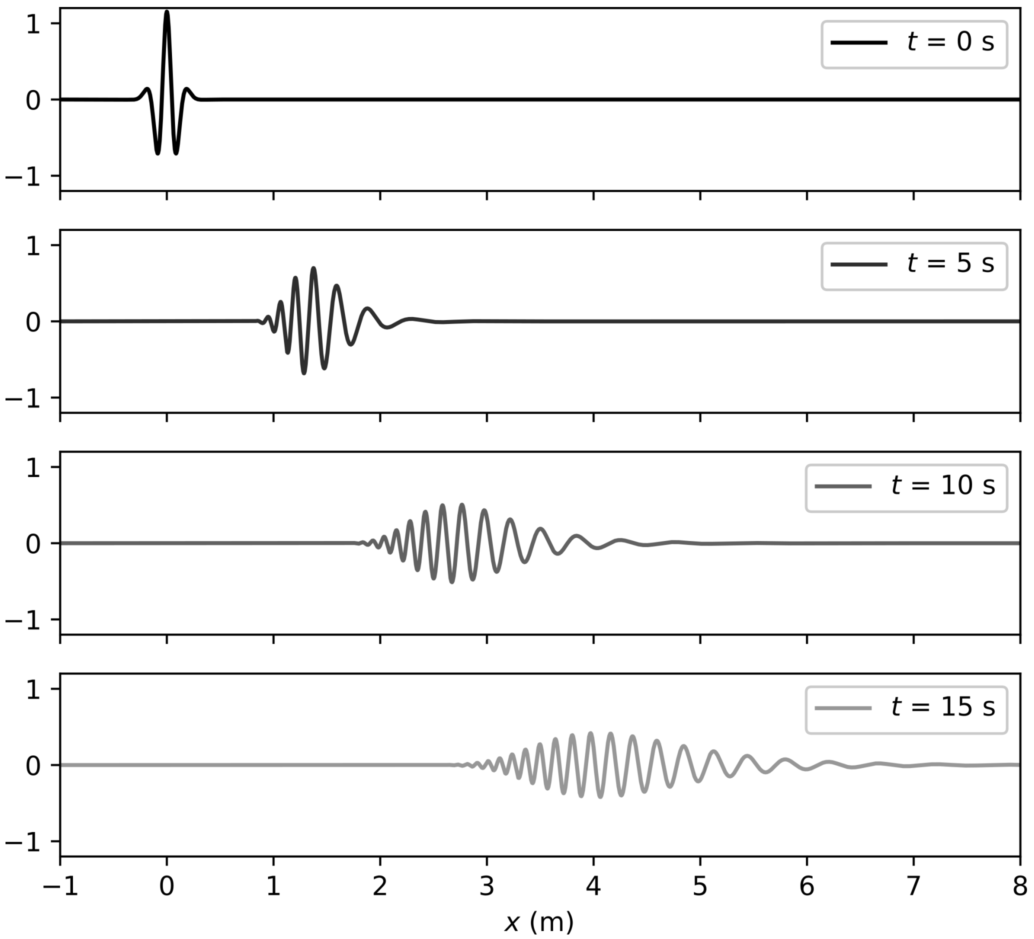


Figure ON1.7 – Propagation dispersive d'une onde à la surface de l'eau. On observe nettement que les composantes sinusoïdales de hautes fréquences se propagent avec une moins grande vitesse que les composantes de basses fréquences. En ordonnée, l'unité de la hauteur d'eau est arbitraire.