Mécanique – chapitre 5

TD application : mouvement de particules chargées

I Mouvements simples de particules chargées

On considère une particule ponctuelle, de charge q et de masse m, de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ à l'entrée d'une zone où règnent un champ électrique $\overrightarrow{E}$ ou un champ magnétique $\overrightarrow{B}$. On suppose ces champs uniformes et indépendants du temps, et on néglige toute autre force que celles provoquées par ces champs.

On suppose dans un premier temps que la particule décrit une droite et possède une accélération constante a.

1 Déterminer la direction et la norme du ou des champs qui provoquent cette trajectoire.

2 Déterminer la position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ du point en fonction du temps. On notera $\overrightarrow{\mathrm{OM}_0}$ la position initiale.

La particule décrit maintenant une trajectoire circulaire de rayon R_0, dans un plan $x\mathrm{O}y$.

3 Déterminer la direction du ou des champs qui provoquent cette trajectoire.

4 Déterminer l'équation de la trajectoire et la relation entre la norme du champ, v_0 et R_0. On suggère d'utiliser les coordonnées polaires.

II Filtre de vitesse

Un ion de masse m et de charge q pénètre dans un filtre par la fente F_1 avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v} = v_0\overrightarrow{u_x}$. Il y règne un champ électrique $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_y}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$, uniformes et stationnaires.

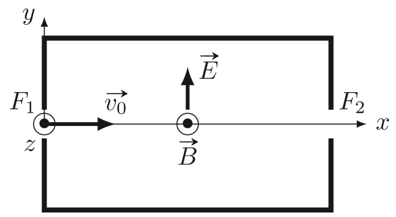

Figure M5.1 – Schéma du filtre de vitesse.

1 Écrire la force de Lorentz alors ressentie par l'ion.

2 À quelle condition l'ion peut-il avoir une trajectoire rectiligne l'amenant à passer à travers la fente F_2 ?

3 Exprimer en fonction de E et B la vitesse v_0 lui permettant d'atteindre la fente F_2. Justifier le nom du dispositif.

III Déviation d'un électron

Un électron pénètre en A avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ dans la zone grisée où règne un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme et stationnaire. On suppose que la zone où règne le champ magnétique est très grand de telle sorte que la particule ne peut que ressortir par les côtés AC ou AD.

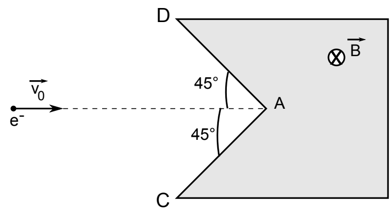

Figure M5.2 – Schéma de la situation.

1 Quelle est la trajectoire de la particule dans la zone grisée ? On précisera les caractéristiques de cette trajectoire.

2 Par quelle face ressort la particule ? Quelle est la direction de la vitesse ?

3 Que se passe-t-il ensuite ? Quel nom donneriez-vous à ce dispositif ?

IV Imprimante jet d'encre

Dans un dispositif d'impression industriel, les gouttelettes d'encre sont chargées puis déviées de manière contrôlée par un déflecteur électrostatique avant d'atteindre le support d'impression.

Un gouttelette de volume $V = 10\,\mathrm{pL}$, de charge $q = 3{,}4 \times 10^{-14}\,\mathrm{C}$ et de vitesse $v_0 = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ sur $\overrightarrow{u_x}$ entre en O dans le déflecteur, constitué de deux électrodes planes portées aux potentiels électriques V_1 et V_2 et générant un champ électrostatique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_y}$ avec $E = 5{,}0 \times 10^5\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$.

La longueur du déflecteur est $L_1 = 5{,}0\,\mathrm{cm}$. Le support d'impression se trouve à la distance $L_2 = 20\,\mathrm{cm}$ de la sortie du déflecteur. L'encre est essentiellement constituée d'eau, de masse volumique $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$.

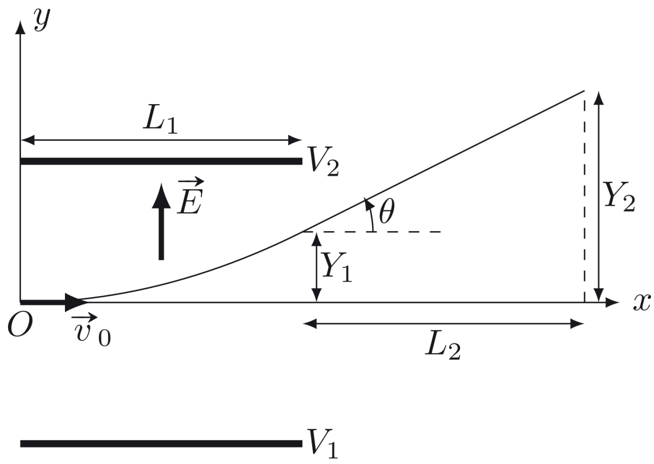

Figure M5.3 – Schéma du déflecteur.

1. Quel est le signe de la tension $V_1 - V_2$ pour que la gouttelette d'encre soit effectivement déviée dans le sens des y croissants ?

2. Calculer la masse m de la gouttelette et montrer que l'on peut négliger son poids devant la force électrique de Lorentz.

3. Appliquer la deuxième loi de Newton à la gouttelette entre les électrodes et déterminer l'équation de sa trajectoire. En déduire le déplacement Y_1 en sortie du déflecteur.

4. Caractériser la trajectoire de la gouttelette après sa sortie du déflecteur, en négligeant son poids.

5. Exprimer puis calculer la déflexion angulaire θ. En déduire le déplacement Y_2.

Mécanique – chapitre 5

TD entraînement : mouvement de particules chargées

I Séparation isotopique

Le spectromètre de Dempster permet, entre autres, de séparer les différents isotopes chargés d'un élément dans un échantillon.

Considérons un faisceau de particules chargées, constitué des ions de deux isotopes de mercure : ${}^{200}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ et ${}^{202}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$, notés respectivement (1) et (2). Ce faisceau sort de la chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable, puis accéléré par une tension $U_{PP'}$ appliquée entre les deux plaques P et P'. Les ions traversent ensuite une zone de déviation où règne un champ magnétique transversal uniforme, tel que $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$.

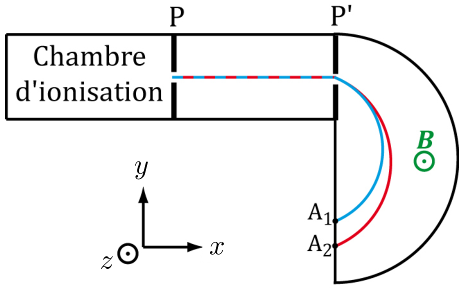

Figure M5.1 – Schéma du dispositif

On donne : $m_{\text{nucléon}} = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, $m_{\text{électron}}$ négligeable devant $m_{\text{nucléon}}$, $|U_{PP'}| = 10$ kV, $B = 0{,}10$ T et $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

1. Quel doit être le signe de $U_{PP'}$ pour que les ions soient effectivement accélérés entre P et P' ?

2. Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des isotopes suite à l'accélération.

3. Déterminer les trajectoires des ions dans la zone de déviation. Exprimer les rayons R_1 et R_2 des trajectoires.

4. On recueille les particules sur une plaque photographique sous P' après leur demi-tour. Exprimer puis calculer la distance d entre les deux traces observées.

II Cyclotron

Inspiré CCP PC 2014, oral banque PT

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 et D_2, appelées *dees* en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur a. Les *dees* sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$, de norme $B = 1{,}5$ T. Une tension sinusoïdale d'amplitude $U_m = 200$ kV est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne en champ électrique orienté selon $\overrightarrow{e_x}$.

On injecte des protons de masse $m = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.

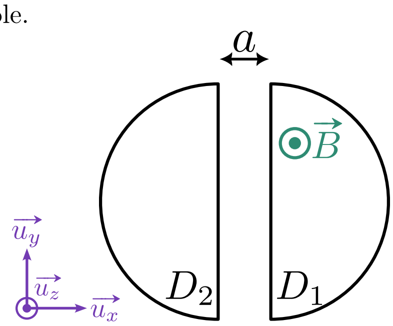

Figure M5.2 – Schéma de principe.

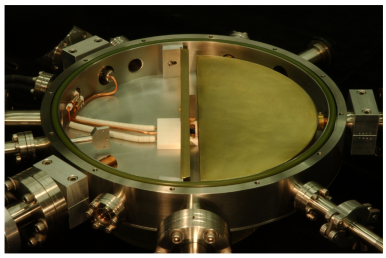

Figure M5.3 – Photon du cyclotron de l'université de Rutgers, mesurant ≈ 30 cm en diamètre.

1. Montrer qu'à l'intérieur d'un *dee*, la norme de la vitesse des protons est constante.

2. En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire des protons ayant une vitesse v ainsi que le temps que passe un proton dans un *dee*.

3. Quelle doit être la fréquence f de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage entre les *dee* ? Pour simplifier on pourra supposer $a \ll R$. Justifier le choix d'une tension harmonique au lieu, par exemple, d'une tension créneau.

4. Exprimer en fonction de n la vitesse v_n puis le rayon R_n de la trajectoire d'un proton après n passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle $n = 1$ est celui qui suit la première phase d'accélération.

5 Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque *dee*), puis après dix tours.

Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est $R_N = 35\,\text{cm}$.

6 Déterminer l'énergie cinétique du proton avant le choc contre la cible proche du cyclotron, puis le nombre de tours parcourus par le proton.

★★★ III Chambre à bulles

La chambre à bulles est un dispositif mis au point en 1952 par Donald Arthur Glaser (prix Nobel 1960), et destiné à visualiser des trajectoires de particules subatomiques. Il s'agit d'une enceinte remplie d'un liquide (généralement du dihydrogène) à une température légèrement supérieure à celle de vaporisation : le passage d'une particule chargée déclenche la vaporisation et les petites bulles formées ainsi matérialisent la trajectoire de la particule.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, qui courbe les trajectoires et permet ainsi d'identifier les particules (à partir de leur masse et de leur charge).

On étudie ici une particule P de masse m, de charge q (positive ou négative), introduite à $t = 0$ dans la chambre à bulles où règne le champ $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$ (avec $B > 0$). Sa position initiale est l'origine O du repère, et sa vitesse initiale est $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_y}$ (avec $v_0 > 0$). Le poids de la particule est négligé dans tout le problème. Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen.

Dans un premier temps, on suppose que les frottements du liquide sur la particule P sont négligeables.

1 Établir les équations différentielles du mouvement de P. On posera $\omega = qB/m$.

2 En déduire les équations horaires de P et indiquer précisément la nature de sa trajectoire. Représenter sur un même schéma les trajectoires d'un proton (charge $q = +e$ et masse m_p) et d'un électron ($q = -e$ et $m_e \ll m_p$).

Les frottements du liquide sont maintenant modélisés par la force $\overrightarrow{F} = -\lambda\overrightarrow{v}_P$ avec λ une constante positive. On pose $\alpha = \lambda/m$.

3 Établir les nouvelles équations différentielles du mouvement (avec les paramètres ω et α). Montrer que le mouvement reste plan.

4 Déterminer complètement les équations horaires de P. On pourra poser la variable complexe $\underline{u} = x + \mathrm{j}y$, et déterminer tout d'abord $\dot{\underline{u}}$.

5 Déterminer les coordonnées du point asymptotique $\mathrm{P}_{+\infty} = \mathrm{P}(t \to \infty)$. Représenter sur un schéma la trajectoire d'un proton.