

Correction du TP

I Analyser

- ① On a un mouvement circulaire non uniforme, on trouve donc

$$\vec{v} = \ell \dot{\theta} \vec{u}_\theta \Leftrightarrow \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow \boxed{\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{\theta}^2}$$

- ② L'énergie potentielle de pesanteur s'écrit

$$\mathcal{E}_{p,p} = mgz(\theta)$$

Or, par rapport à la position $\theta = 0$ où le pendule est à la distance ℓ du point O, à un angle θ quelconque la masse est à la distance $\ell \cos(\theta)$. On trouve donc

$$z(\theta) = \ell(1 - \cos(\theta)) \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{p,p} = mg\ell(1 - \cos(\theta))}$$

En effectuant le DL de $\cos(\theta)$ à l'ordre 2, on obtient

$$\cos(\theta) \underset{\theta \rightarrow 0}{\sim} 1 - \frac{\theta^2}{2} \Leftrightarrow \mathcal{E}_{p,p}(\theta) = mg\ell \left(1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right) \Leftrightarrow \boxed{\mathcal{E}_{p,p}(\theta) = \frac{1}{2} mg\ell \theta^2}$$

II Réaliser

Expérience TP17.1 : Réglages

- 1) Ouvrir le logiciel Latispro.
- 2) Régler les paramètres d'acquisition :  200 points de mesure.

- ③ On sait que la période est d'environ

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ \ell = 45 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \text{ A.N. : } \underline{T_0 = 1,35 \text{ s}}$$

Pour 4 périodes, il nous faut donc environ

$$\underline{T_{\text{tot}} \approx 5,40 \text{ s}}$$

Avec $N = 200$ points au total, on a une durée d'échantillonnage

$$T_e = \frac{T_{\text{tot}}}{N-1} \approx 27 \text{ ms} \quad \text{or} \quad \boxed{f_e = \frac{1}{T_e}} \Leftrightarrow \underline{f_e \approx 37 \text{ Hz}}$$

- 3) Faire le zéro de l'oscillateur en appuyant sur le petit bouton à l'extrémité du fil noir près de la poulie, lorsque celui-ci est en position verticale.

III Valider

III/A Exploitation de l'enregistrement

/1 1 Non corrigé.

/2 2 On trouve

$$\Delta\varphi_{v/p} = -\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \Delta\varphi_{a/v} = -\frac{\pi}{2}$$

C'est logique, la vitesse est la dérivée de la position qui s'exprime comme un oscillateur harmonique en

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t) \Rightarrow \dot{\theta}(t) = \omega_0 \theta_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Et de même pour l'accélération qui est la dérivée de la vitesse.

III/A) 1 Propriété de l'énergie mécanique

- ④ Grâce à la feuille de calculs, on détermine E_c et E_p les énergies cinétique et potentielle dont les expressions ont été démontrées dans la Partie III, puis $E_m = E_c + E_p$ l'énergie totale.

Pour observer la conservation de l'énergie, on doit observer l'éventuelle pente négative de E_m en fonction du temps. Pour une durée d'expérience relativement courte, on a en effet ce constat ; plus longtemps et les frottements solides et visqueux diminuent l'énergie du pendule.

- /1 ③ Non corrigé. L'énergie mécanique **ne se conserve pas** quand on observe son évolution sur plusieurs périodes, à cause des frottements solides et visqueux. Comme ils sont relativement faibles, on peut observer une conservation de l'énergie mécanique sur une durée d'expérience relativement courte (quelques périodes), mais la tendance est **clairement** à la décroissance.

III/A) 2 Approximation harmonique autour de la position d'équilibre

- ⑤ On trace $\mathcal{E}_{p,p}(\theta)$ en mettant l'angle θ en abscisse et E_p en ordonnée sur **LatisPro**. On regarde visuellement que c'est une parabole, et on peut modéliser la courbe grâce à l'outil de modélisation.

- /2 ④ Impression non corrigée. Ça marche. On doit trouver que le coefficient de la modélisation est égal à

$$a = \frac{1}{2}mgl \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 190 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ \ell = 45 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } a_{\text{theo}} \approx 4,2 \times 10^{-1} \text{ J}$$

Expérimentalement, on trouve

$$a_{\text{exp}} = (4,0 \pm 0,1) \times 10^{-1} \text{ J}$$

D'où l'écart

$$E_N = \frac{|a_{\text{exp}} - a_{\text{theo}}|}{u(a_{\text{exp}})} \Leftrightarrow E_N = 2$$

Malgré les frottements, on trouve une réponse similaire, ce qui valide le faible angle.

III/B Amplitude et (non-)isochronisme des oscillations

III/B) 1 Protocole expérimental

- /1 ⑤ Pour plusieurs valeurs de θ_0 , on mesure la période T observée grâce aux curseurs de **LatisPro**. On remplit un tableau de valeurs et on compare cette période à la période des petites oscillations $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

- /2 ⑥ Il n'y a pas d'isochronisme, $T \neq T_0$ à partir de $\theta_0 \approx 40^\circ$.

- /1 ⑦ C'est la valeur la plus basse du tableau. On trouve...

III/B) 2 Résolution numérique

- ⑥ Voir corrigé : <https://capitale2.ac-paris.fr/web/c/21b7-2947279>

- ⑨ Voir corrigé.

- ⑩ Idem.

- ⑪ Idem.

- ⑫ Très vite, non. Il n'y a donc pas isochronisme.