

Correction du TP

✂ Capacités exigibles

- | | |
|---|--|
| ☐ Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage et la durée totale d'acquisition.
☐ Évaluer, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique et en estimer la précision. | ☐ Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
☐ Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides. |
|---|--|

⊕ Objectifs

- | | |
|--|---|
| ◇ Reconnaître si le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme ou non.
◇ Reconnaître le régime transitoire et le régime permanent. Déterminer la vitesse limite. | ◇ Évaluer le temps caractéristique τ par deux méthodes.
◇ Trouver un ordre de grandeur de la viscosité η de l'huile de silicone. |
|--|---|

I S'approprier

Une éprouvette contenant un liquide visqueux sert de support à l'étude de la chute d'une bille d'acier. La bille, qui constitue le système matériel étudié, est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Le système d'acquisition vidéo est assuré par une *webcam* couplée à un ordinateur et réglée de manière à enregistrer 20 images par seconde. La position instantanée y du centre de gravité G de la bille est repérée par l'axe vertical (Oy) orienté vers le bas, de vecteur unitaire $\vec{u}_y$.

Matériel TP18.1 :

- ◇ Éprouvette contenant l'huile de silicone et des billes
- ◇ Webcam
- ◇ Ordinateur et logiciel Latispro
- ◇ Chronomètre

Données TP18.1 :

- ◇ Bille orange : $R = 1,0$ cm et $m = 10,4$ g.
- ◇ Masse volumique de l'huile de silicone : $\rho_0 = 970$ kg·m⁻³.
- ◇ $g = 9,8$ m·s⁻².

II Analyser

On étudie le mouvement de translation d'une bille de rayon R et de masse volumique ρ dans de l'huile de silicone de viscosité η . On admettra que les actions de frottement exercées par le liquide sur la bille en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ sont modélisables par une force de frottement $\vec{f}$ telle que

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$$

On dépose la bille en O sans vitesse initiale dans l'huile de silicone contenue dans une grande éprouvette. On exprimera toutes les expressions littérales en fonction de ρ_0 , η , R , m et g .

- ① Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ exercée sur la bille plongeant dans l'huile de silicone.

Réponse

C'est une force verticale, orientée vers le haut, de module égal au **poids du fluide qui serait occupé par le volume de l'objet** :

$$\vec{\Pi} = -\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$



- ② Faire le bilan des forces exercées sur la bille plongeant dans l'huile de silicone en précisant le référentiel de travail.

Réponse

On établit le système d'étude :

- ◇ **Système** : {bille} dans $\mathcal{R}_{\text{labo}}$ supposé galiléen
- ◇ **Schéma** : cf. Figure TP18.1.
- ◇ **Modélisation** : repère $(O, \vec{u}_y)$, repérage : $\overrightarrow{OM} = y\vec{u}_y$, $\vec{v} = \dot{y}\vec{u}_y$, $\vec{a} = \ddot{y}\vec{u}_y$.
- ◇ **Bilan des forces** :

$$\begin{array}{ll} \text{Poids} & \vec{P} = mg\vec{u}_y \\ \text{Poussée d'Archimède} & \vec{\Pi} = -\frac{4\pi\rho_0 R^3}{3}g\vec{u}_y \\ \text{Frottement fluide} & \vec{f} = -6\pi\eta Rv\vec{u}_y \end{array}$$

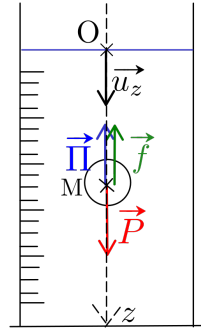


FIGURE TP18.1 – Schéma

- ③ Établir l'équation différentielle que vérifie la valeur de la vitesse $\vec{v}$ du centre d'inertie de la bille, sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m}v = g\left(1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m}\right)$$

Réponse

On applique le PFD à la bille :

$$\begin{aligned} m\frac{d\vec{v}}{dt} &= \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} \\ \Rightarrow m\frac{dv}{dt} &= g\left(m - \rho_0\frac{4}{3}\pi R^3\right) - 6\pi\eta Rv \\ \Leftrightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m}v} &= g\left(1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m}\right) \end{aligned}$$



Forme canonique

- ④ Montrer que la vitesse de la bille tend vers une vitesse limite v_{limTheo} telle que :

$$v_{\text{limTheo}} = \frac{g}{6\pi\eta R}\left(m - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3}\right)$$

Réponse

On trouve v_{lim} en injectant dans l'équation différentielle, avec $\frac{dv_{\text{lim}}}{dt} = 0$, d'où le résultat immédiat.

- ⑤ Donner l'expression de la constante de temps τ_{theo} du mouvement en fonction de m , η et R .

Réponse

On identifie le terme devant v comme étant $1/\tau_{\text{theo}}$ par analyse dimensionnelle, soit

$$\boxed{\tau_{\text{theo}} = \frac{m}{6\pi\eta R}}$$

- ⑥ En déduire la forme de la solution de l'équation différentielle en $v(t)$.

Réponse

Ainsi,

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau_{\text{theo}}} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau_{\text{theo}}}}$$

Solution :

$$v(t) = v_h(t) + v_p = Ke^{-t/\tau_{\text{theo}}} + v_{\text{lim}}$$

CI :

$$v(0) = 0 \Leftrightarrow K + v_{\text{lim}} = 0 \Leftrightarrow K = -v_{\text{lim}}$$

Finalement,

$$\boxed{v(t) = v_{\text{lim}}\left(1 - e^{-t/\tau_{\text{theo}}}\right)}$$

III Réaliser**III/A Enregistrement vidéo**



Expérience TP18.1 : Préréglages de la webcam et de la prise de vue

- 1) Ouvrir le logiciel Amcap3 dans Bureau → Programmes Physique Chimie → Amcap3.
- 2) Dans le menu Options :
 - ◇ **Preview**, pour visualiser ce qu'on voit dans la caméra. Régler la distance caméra-éprouvette pour voir uniquement la moitié supérieure de l'éprouvette. Le trait noir sur l'éprouvette aide à régler l'horizontal de la caméra. Régler l'objectif de la caméra pour que l'image soit nette (faire le point sur l'éprouvette).
 - ◇ **Video capture pin** : taille de sortie choisir, 640*360. Fréquence image : 20. Format : MJPG. → Appliquer → OK.
 - ◇ **Video capture filter** : luminosité, netteté et contraste en positions intermédiaires. → Appliquer → OK.
- 3) Puis dans le menu Capture :
 - ◇ **Set Frame Rate** : nombre d'images par seconde : 20. → Cocher : use → OK.
 - ◇ **Set time limit** : 5s → Cocher : use → OK.
 - ◇ **Start capture** : dossier élève : choisir où vous mettez vos dossiers.



Expérience TP18.2 : Enregistrement de la vidéo

Aller sur : Capture ; Start Capture : Cliquer sur OK, puis lâcher la bille juste après.



Expérience TP18.3 : Traitement vidéo de la chute de la bille

- 1) Ouvrir le logiciel Latispro dans programmes → discipline → physique-chimie → Eurosmart.
- 2) Cliquer sur la 5^e icône : lecture de séquence AVI (ressemblant à Google chrome).
- 3) Fichiers → ouvrir le fichier avi.
- 4) Revenir à zéro pour exploiter (4^e icône en bas).
- 5) Grâce à >, choisir le début de la vidéo à exploiter (première image quand la bille commence à descendre).
- 6) Puis cliquer sur sélection de l'origine et pointer la bille, grâce à la loupe à droite.
- 7) Sélection de l'étalon : sélection de haut en bas sur la partie visible de l'éprouvette.
- 8) Indiquer la distance associée (ne pas mettre l'unité qui est le m). → correspond à la hauteur de l'éprouvette graduée.
- 9) Sens des axes : . Sélection manuelle des points.
- 10) Viser la cible et pointer grâce au zoom à droite : pointer alors ainsi une quarantaine de positions de la bille.



Attention

Il faut **absolument** prendre plusieurs points pendant que la bille ne bouge pas ; vous choisirez de couper les points inutiles plus tard.

- 11) Terminer la sélection manuelle, quand il y a assez de points.
- 12) Fermer la fenêtre. Pour exploiter, cliquer sur le signal sinusoïdal vert. Icône : .



Attention

Il faut **absolument** sauvegarder votre travail régulièrement, Latis Pro est très prompt à **complètement détruire vos données**.

III/B Modélisation des données

Expérience TP18.4 : Tracé de la vitesse verticale en fonction du temps

- ◇ Traitements : → Calculs spécifiques. → Dérivée. → Faire glisser y pour obtenir $v = \frac{dy}{dt}$
- ◇ Pour visualiser $v = f(t)$, faire glisser la fonction v sur le graphe. On affichera uniquement les points sans les relier.

Expérience TP18.5 : Modélisation de la vitesse

- ◇ Cliquer modéliser.
- ◇ Choisir le modèle sous forme $A(1 - e^{-t/\tau})$ (forme théorique attendue pour la loi de vitesse d'après la partie s'approprier). On forcera $V_0 = 0$ sur le modèle. Le calculer.
- ◇ Le glisser sur la courbe en superposition.
- ◇ Pour afficher la modélisation : Copier dans le presse papier → Fermer → Créer un commentaire → Coller après avoir choisi une fenêtre.

IV Valider et conclure

IV/A Détermination de la vitesse limite

- 1 Imprimer la courbe, puis déterminer la valeur expérimentale de la vitesse limite.

Réponse

On lit la valeur finale : $v_{\text{lim}} \approx 29 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

IV/B Détermination de la constante de temps τ par deux méthodes

IV/B) 1 Utilisation du temps de montée

- 7 Quelle est la valeur de la vitesse (en pourcentage de la vitesse limite v_{lim}) lorsque $t = \tau$? En déduire une méthode de détermination de τ (qui est celle du cours).

Réponse

On a $v(\tau) = 0,63v_{\text{lim}}$. On peut donc trouver τ en lisant l'abscisse pour laquelle $v = 0,63v_{\text{lim}}$.

- 2 Relever τ_{exp1} avec son incertitude que vous justifierez.

Réponse

On trouve $\tau_{\text{exp1}} = (162 \pm 10) \text{ ms}$ (incertitude de lecture)

IV/B) 2 Utilisation de la modélisation de la vitesse

- 3 Déduire de la modélisation de la vitesse l'ordre de grandeur de la constante de temps τ_{exp2} , disponible dans la fenêtre de modélisation. Estimer son incertitude justifiant votre choix.

Réponse

On trouve $\tau_{\text{exp2}} = (160 \pm 20) \text{ ms}$

On fait varier la borne de gauche de la sélection des points de mesures sur lesquels la modélisation s'effectue pour avoir 3 valeurs de τ_{exp2} ; on prend alors $u(\tau_{\text{exp2}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$ avec Δ le demi-écart des valeurs obtenues.

- 4 Calculer l'écart normalisé entre les deux valeurs expérimentales de τ . Conclure et discuter des limites de la mesure.

Réponse

$$E_N = \frac{|\tau_{\text{exp1}} - \tau_{\text{exp2}}|}{u(\tau_{\text{exp1}})} \Leftrightarrow E_N = 1$$

Les deux mesures sont compatibles, malgré l'absence d'incertitude sur la valeur de la modélisation Latispro.

IV/C Détermination de la viscosité η de l'huile de silicone

- 5] Grâce à l'étude théorique de la partie S'approprier et à la valeur moyenne de τ_{exp} , déterminer la valeur expérimentale de la viscosité η_{exp} en précisant son unité et son incertitude (revoir la fiche incertitudes). Réexprimer son unité en utilisant des Pa.

Réponse

$$\tau_{\text{exp}} = \frac{\tau_{\text{exp}1} + \tau_{\text{exp}2}}{2} = 161 \text{ ms}$$

$$\eta_{\text{exp}} = \frac{m}{6\pi\tau_{\text{exp}}R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 10,4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \tau_{\text{exp}} = 161 \times 10^{-3} \text{ s} \\ R = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \eta_{\text{exp}} = 0,343 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

De plus,

$$\frac{u(\eta)}{\eta} = \frac{u(\tau)}{\tau} \Leftrightarrow \boxed{u(\eta) = \frac{\eta}{\tau} u(\tau)} \Rightarrow \underline{u(\eta) = 0,021 \text{ Pa}\cdot\text{s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_{\text{exp}} = (0,343 \pm 0,021) \text{ Pa}\cdot\text{s}}$$



- 6] La valeur théorique de la viscosité et $\eta_{\text{theo}} = [0,32 ; 0,35]$ SI. L'écrire sous forme de valeur centrale $\pm$ son incertitude. Comparer alors votre résultat expérimental avec la valeur théorique à l'aide d'un écart normalisé.

Réponse

On a $\eta_{\text{theo}} = (0,3366 \pm 0,0084) \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Ainsi,

$$\boxed{E_N = \frac{|\eta_{\text{theo}} - \eta_{\text{exp}}|}{\sqrt{u(\eta_{\text{exp}})^2 + u(\eta_{\text{theo}})^2}} \Leftrightarrow \underline{E_N = 0,27}}$$

Les résultats sont bien cohérents.



IV/D Détermination plus rapide de la vitesse limite sans enregistrement vidéo

- 7] Justifier que le régime transitoire ait une durée négligeable devant la durée totale de chute de la bille.

Réponse

On trouve en effet, que ce soit sur le chronogramme ou par étude de la valeur de τ , que la vitesse limite est atteinte très rapidement : au maximum après $5\tau \approx 0,4 \text{ s}$ pour un temps de chute de plusieurs secondes.



- 8] Proposer alors puis réaliser un protocole expérimental (sans enregistrement) qui permettrait de déterminer la vitesse limite en répétant les mesures 5 à 6 fois.

Réponse

On mesure au chronomètre le temps de trajet entre deux points repérés par l'échelle derrière le tube. Pour $d = 55 \text{ cm}$, on trouve $t = \{2,76, 2,70, 2,55, 2,90, 2,48\} \text{ s}$, soit

$$\langle v \rangle = 0,21 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



- 9] Partagez vos résultats de mesure avec le reste de la classe.

Réponse

$$v = \{0,21, 0,19, 0,25\} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



- 10] En déduire une nouvelle valeur de v_{lim} , en tenant compte de vos différents mesurages et de ceux des autres groupes de la classe. Vous présenterez le résultat avec l'incertitude de type A.

Réponse

$$\langle v_{\text{lim}} \rangle = 0,22 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{avec} \quad u_A = 0,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{v_{\text{lim}} = (0,22 \pm 0,02) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$



- 11 Comparer à la valeur trouvée avec la modélisation.

Réponse

$$E_N = \frac{|v_{\text{limTheo}} - v_{\text{lim}}|}{\sqrt{u(v_{\text{lim}})^2 + u(v_{\text{limTheo}})^2}} \Leftrightarrow \underline{E_N = 0,75}$$

C'est satisfaisant !

