

Échanges d'énergie des transformations thermodynamiques

« You can't gain something, without giving something in return »

Hiromu ARAKAWA, Fullmetal Alchemist

Sommaire

I Moyens d'échange d'énergie	2
I/A Nécessité de la thermodynamique	2
I/B Travail des forces de pression	2
I/C Transfert thermique	3
II Types de transformations	4
II/A Condition sur l'évolution	4
II/B Conditions sur le milieu extérieur	4
II/C Conditions sur les grandeurs du système	5
III Cas particuliers	7
III/A Transformation cyclique	7
III/B Condition sur les échanges thermiques	8

Capacités exigibles

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Définir un système adapté à une problématique donnée. <input type="checkbox"/> Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final. <input type="checkbox"/> Évaluer un travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable. | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de WATT. <input type="checkbox"/> Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement. <input type="checkbox"/> Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat. |
|--|---|

L'essentiel

Définitions

<input type="checkbox"/> T3.1 : Transformations thermodynamique	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : Transfert thermique	3
<input type="checkbox"/> T3.3 : Types de transferts thermiques	3
<input type="checkbox"/> T3.4 : Thermostat	3
<input type="checkbox"/> T3.5 : Notions de réversibilité	4
<input type="checkbox"/> T3.6 : Transformation monobare	4
<input type="checkbox"/> T3.7 : Transformation monotherme	5
<input type="checkbox"/> T3.8 : Transformation isochore	5
<input type="checkbox"/> T3.9 : Transformation isobare	5
<input type="checkbox"/> T3.10 : Transformation isotherme	6
<input type="checkbox"/> T3.11 : Transformation cyclique	7
<input type="checkbox"/> T3.12 : Transformation adiabatique	8

Propriétés

<input type="checkbox"/> T3.1 : Travail des forces de pression	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : W_p^{isoP}	5
<input type="checkbox"/> T3.3 : W_p^{isoT}	6
<input type="checkbox"/> T3.4 : W_p^{cycle}	7
<input type="checkbox"/> T3.5 : Loi de LAPLACE	9
<input type="checkbox"/> T3.6 : W_p^{LAP}	10

Implications

<input type="checkbox"/> T3.1 : W_p^{QS}	4
<input type="checkbox"/> T3.2 : W_p^{monoP}	4
<input type="checkbox"/> T3.3 : W_p^{isoV}	5
<input type="checkbox"/> T3.4 : IsoV, isoP pour gaz parfait	6

Démonstrations

<input type="checkbox"/> T3.1 : Travail des forces de pression	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : W_p^{isoP}	5
<input type="checkbox"/> T3.3 : W_p^{isoT}	6
<input type="checkbox"/> T3.4 : W_p^{cycle}	7
<input type="checkbox"/> T3.5 : Couples de variables pour LAPLACE	10
<input type="checkbox"/> T3.6 : W_p^{LAP}	10

Interprétations

<input type="checkbox"/> T3.1 : Trouver un état final	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : Thermostat	3
<input type="checkbox"/> T3.3 : Comprendre les échanges thermiques	9

Applications

<input type="checkbox"/> T3.1 : Choix d'un système	6
<input type="checkbox"/> T3.2 : Cycle de LENOIR	8

Points importants

<input type="checkbox"/> T3.1 : Sens de calcul des variations	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : Adiabatique vs. isotherme	9
<input type="checkbox"/> T3.3 : Pente d'une adiabatique en (P,V)	10
<input type="checkbox"/> T3.4 : Résumé des transformations	10

Erreurs communes

<input type="checkbox"/> T3.1 : Transformation et système	2
<input type="checkbox"/> T3.2 : Quasi-statique vs. isobare	6

I Moyens d'échange d'énergie

I/A Nécessité de la thermodynamique

Exemple T3.1 : Limites du TEM

Le TEM de la mécanique, $\Delta \mathcal{E}_m = \mathcal{W}_{\text{NC}}$

ne permet pas de décrire des phénomènes pourtant très simples. Par exemple, en comprimant de l'air dans une seringue on apporte un travail non nul ($F \cdot d \neq 0$). Pourtant, entre l'instant initial et l'instant final le gaz ne gagne ni vitesse ni énergie potentielle :

$$\begin{cases} \mathcal{W}_{\text{NC}} > 0 \\ \Delta \mathcal{E}_m = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{impossible ?}$$

Comme discuté au chapitre précédent, il ne gagne pas d'énergie **macroscopique** mais **microscopique**, c'est-à-dire de l'énergie **interne**, *via* des transformations thermodynamiques.

Définition T3.1 : Transformations thermodynamique

Une **transformation** est un phénomène physique ou chimique qui produit la **variation** d'au moins un **paramètre d'état** du système. L'état de départ est *l'état initial*, EI, celui d'arrivée *l'état final*, EF ; ce sont des **états d'équilibre** du système (sauf exceptions), c'est-à-dire que les paramètres d'état y sont **définis, homogènes et constants**.

Interprétation T3.1 : Trouver un état final

On connaît toujours l'état initial, et on s'intéresse à l'état final ; pour ça, on applique les **conditions d'équilibre** mécanique et thermique (sauf si la transformation est trop rapide, voir plus loin), et les **caractéristiques de la transformations**.

Important T3.1 : Sens de calcul des variations

Les échanges d'énergie d'un système sont toujours exprimés en **valeur algébrique**, et sont **positifs lorsque le système choisi reçoit de l'énergie**, négatifs lorsqu'il en cède.

Attention T3.1 : Transformation et système

Il sera donc d'autant plus important de **spécifier le système d'étude** Σ en thermodynamique, puisque l'on traite des échanges entre systèmes. **Il sera toujours fermé** pour appliquer les théorèmes de conservation.

I/B Travail des forces de pression

♥ Propriété T3.1 : Travail des forces de pression

Le travail **reçu** des forces de pression extérieures pour une variation de volume dV est :

$$\boxed{\delta \mathcal{W}_p = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV} \Rightarrow \mathcal{W}_p = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV \quad \text{Unité} \quad \text{J}$$

$$\diamond \mathcal{W}_p > 0 \Rightarrow \text{reçoit} \Rightarrow \text{récepteur} \quad \diamond \mathcal{W}_p < 0 \Rightarrow \text{cède} \Rightarrow \text{moteur} \quad \diamond \text{Compre}^\circ \equiv dV < 0 \Leftrightarrow \boxed{\delta \mathcal{W}_p > 0}$$

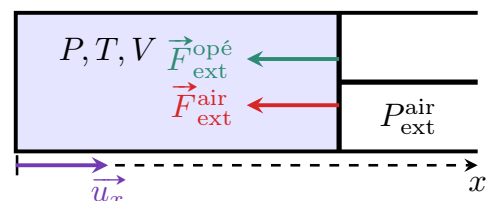
Démonstration T3.1 : Travail des forces de pression

Prenons le cas extrêmement simple de l'air d'une seringue de section S avec un piston imperméable, pouvant glisser sans frottements, et bouchée à son autre extrémité. Notons $x(t)$ la longueur de la cavité contenant de l'air.

$$\diamond \text{Force : } \vec{F}_p = \vec{F}_{\text{ext}}^{\text{air}} + \vec{F}_{\text{ext}}^{\text{opé}} = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} S \vec{u}_x$$

$$\diamond \text{Travail : } \delta \mathcal{W}_p = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} \cdot \underbrace{S dx}_{=dV}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\delta \mathcal{W}_p = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV} \quad \blacksquare$$



I/C Transfert thermique

Définition T3.2 : Transfert thermique

Un système thermodynamique peut recevoir de l'énergie sans l'intervention d'une action mécanique mesurable à l'échelle macroscopique. Ce transfert d'énergie **microscopique**, complémentaire du travail mécanique, s'appelle **transfert thermique**, noté Q .

Unité

J

♥ Notation T3.1 : Variation des variables

Grandeur d'état

Une **grandeur d'état** ne dépend, par définition, **que des états**, ~~pas du chemin~~. On peut donc parler de sa différentielle dX et de sa variation totale ΔX .

Échange d'énergie

Les **échanges** n'étant **pas des grandeurs d'état**, on utilise la notation de petite variation quelconque δ , puis on intègre pour une grande variation.

TABLEAU T3.1 – Notation de différence selon la grandeur physique

Variation	Grandeur d'état	Échanges entre états
Petite	dU	$\delta W, \delta Q$
Grande	ΔU	$W = \int \delta W, Q = \int \delta Q$

Définition T3.3 : Types de transferts thermiques

Convection

Transfert par mouvement de fluide

Conduction

Transfert par collisions locales, sans déplacement de matière

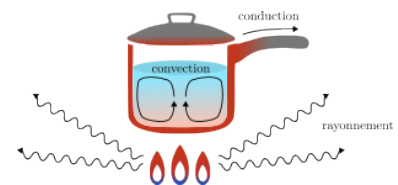
Rayonnement

Transfert par émission/réception d'ondes

Exemple T3.2 : Modes de transfert thermique

On observe ces trois phénomènes en même temps en faisant bouillir de l'eau sur une gazinière :

- ◇ **Convection** : l'eau qui bout transporte la chaleur du fond vers le haut
- ◇ **Conduction** : le manche de la casserole devient de plus en plus chaud au fur et à mesure
- ◇ **Rayonnement** : le feu envoie directement de la chaleur sous forme d'onde électromagnétique



Convection

- ◇ Courant d'air froid
- ◇ De la crème dans la soupe
- ◇ Four à convection !

Conduction

- ◇ Transfert par les vitres
- ◇ Toucher du métal
- ◇ Tisonnier dans le feu

Rayonnement

- ◇ Soleil
- ◇ N'importe quel corps chaud
- ◇ Ppe. des couvertures survie

Définition T3.4 : Thermostat

C'est un système dont la **température reste constante, même s'il échange de l'énergie** :

$$T_{\text{thermostat}} = \text{cte} \quad \forall Q$$

Interprétation T3.2 : Thermostat

On peut voir un thermostat comme un très grand volume, de capacité thermique infinie :

$$C_V^{\text{thermostat}} = +\infty \Leftrightarrow \frac{dU}{dT} = +\infty$$

Ainsi, il faut lui apporter une énergie infinie pour élever sa température ne serait-ce que d'un degré : il peut transmettre de la chaleur, mais ne peut pas changer de température !

Exemple T3.3 : Thermostats

- ◇ L'atmosphère (courte durée)
- ◇ Thermostat d'un four
- ◇ Un bain-marie

II Types de transformations

II/A Condition sur l'évolution

♥ Définition T3.5 : Notions de réversibilité

Transformation quasi-statique

Transformation constituée d'états d'équilibre infiniment voisins ; en pratique, transformations lentes.

Conséquence

$$P(t) = P_{\text{ext}}^{\text{tot}}(t)$$

mécaniquement rév.

et

$$T(t) = T_{\text{ext}}(t)$$

thermiquement rév.

Irréversible

Si seuls l'EI et l'EF sont à l'équilibre, alors la transformation est **irréversible**. Ceci est généralement causé par les **frottements** et les **inhomogénéités** d'une grandeur d'état.

Réversible

Une transformation est réversible si elle est **quasi-statique** et **sans cause d'irréversibilité** ; on peut alors inverser la transformation par une petite variation.

♥ Implication T3.1 : $\mathcal{W}_p^{\text{QS}}$

Dans ce cas, le travail de la pression extérieure s'écrit :

$$\mathcal{W}_p \triangleq - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV \stackrel{\text{QS}}{\Rightarrow} \mathcal{W}_p^{\text{QS}} = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

Alors, \mathcal{W}_p est l'aire sous la courbe (P,V) , et :

$$\diamond dV > 0 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p < 0 ;$$

$$\diamond dV < 0 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p > 0.$$

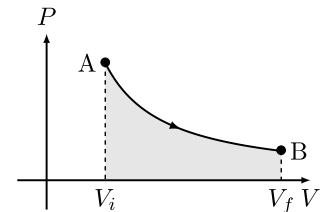
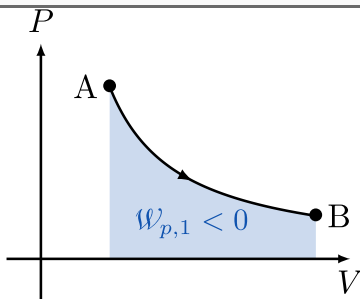
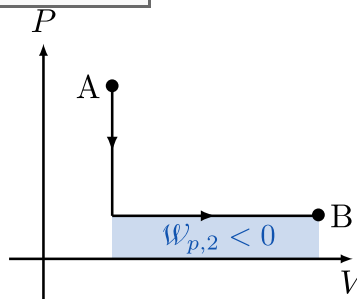


FIGURE T3.1 – \mathcal{W}_p quasi-statique en (P,V)

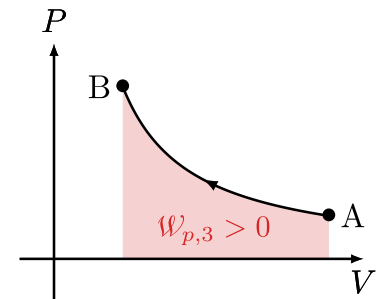
Exemple T3.4 : Quelques travaux en (P,V)



Détente : $\mathcal{W}_{p,1} < 0$



Détente : $|\mathcal{W}_{p,2}| < |\mathcal{W}_{p,1}|$



Compression : $\mathcal{W}_{p,3} > 0$

II/B Conditions sur le milieu extérieur

Définition T3.6 : Transformation monobare

Une transformation est **monobare** quand la **pression extérieure totale** sur les parois mobiles est **constante** :

$$\text{monoP} \equiv P_{\text{ext}}^{\text{tot}} = \text{cte}$$

Elle est *a priori* quelconque, et peut être irréversible, quasi-statique ou même réversible.

Implication T3.2 : $\mathcal{W}_p^{\text{monoP}}$

On a immédiatement

$$\mathcal{W}_p^{\text{monoP}} = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} \Delta V$$

Remarque T3.1 : Monobare avec équilibre IF

Si les états initial et final sont des équilibres, c'est-à-dire $P_i = P_f$, et ce même si $P(t) \neq P_i$, alors on peut rentrer P dans la variation totale :

$$\mathcal{W}_p^{\text{monoP+equi}} = -P_f V_f + P_i V_i = -\Delta(PV)$$

Définition T3.7 : Transformation monotherme

Elle est **monotherme** s'il y a **échange thermique** et que la **température extérieure est constante** :

$$\text{monoT} \equiv \{T_{\text{ext}} = \text{cte} + \text{parois diathermanes}\}$$

Elle est *a priori* quelconque, et peut être irréversible, quasi-statique ou même réversible.

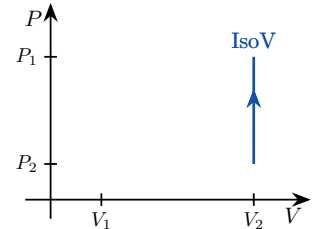
II/C Conditions sur les grandeurs du système

Définition T3.8 : Transformation isochore

Une transformation est dite **isochore** quand le **volume** du système est **constant** au cours de la transformation :

$$\text{isoV} \equiv V = \text{cte} \Leftrightarrow dV = 0$$

S'applique aux **phases condensées** et **récipients indéformables**.



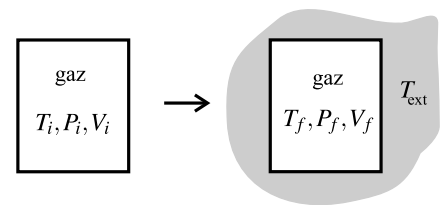
Implication T3.3 : $\mathcal{W}_p^{\text{isoV}}$

On a immédiatement

$$\delta \mathcal{W}_p^{\text{isoV}} = 0 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoV}} = 0$$

Exemple T3.5 : Transformation isochore

Le gaz d'une capsule à chantilly qu'on sort du frigo : le volume du gaz ne varie pas, mais il est hors équilibre thermique initialement. À l'état final, $V_f = V_0$ et $T_f = T_{\text{ext}}$.

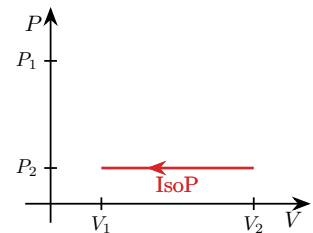


Définition T3.9 : Transformation isobare

Une transformation **monobare et quasi-statique** est **isobare** :

$$\text{monoP} + \text{QS} = \text{isoP} \equiv P(t) = P_{\text{ext}}^{\text{tot}} = \text{cte} \Leftrightarrow dP = 0$$

Ce sont des transformations **lentes**, avec des parois mobiles.



♥ Propriété T3.2 : $\mathcal{W}_p^{\text{isoP}}$

On a alors

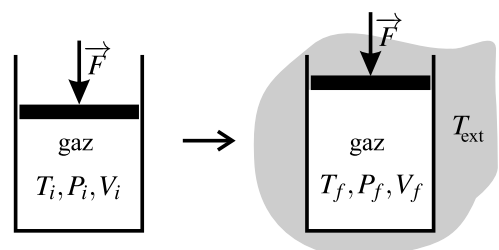
$$\delta \mathcal{W}_p^{\text{isoP}} = -d(PV)$$

♥ Démonstration T3.2 : $\mathcal{W}_p^{\text{isoP}}$

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{W}_p &= -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV \\ \Rightarrow \delta \mathcal{W}_p^{\text{isoP}} &= -P(t) dV \\ \Leftrightarrow \delta \mathcal{W}_p^{\text{isoP}} &= -d(PV) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} P(t) \stackrel{\text{QS}}{=} P_{\text{ext}}^{\text{tot}} \\ dP \stackrel{\text{isoP}}{=} 0 \end{array} \right\}$$

Exemple T3.6 : Transformation isobare

- ◇ Gaz dans un récipient avec un piston subissant une force constante, d'état initial T_i, P_i, V_i .
- ◇ On le place dans un milieu extérieur à la température T_{ext} .
- ◇ À l'état d'équilibre final, $P_f = P = P_i$ par construction et $T_f = T_{\text{ext}}$ puisque c'est un équilibre.



Attention T3.2 : Quasi-statique vs. isobare

Il faut différencier **quasi-statique** et **isobare**. On peut avoir une transformation quasi-statique qui n'est pas isobare, par exemple en ajoutant progressivement du sable sur la paroi d'un récipient.

Implication T3.4 : IsoV, isoP pour gaz parfait

On peut déterminer les paramètres d'état de l'état final d'un gaz parfait subissant une transformation isochore ou isobare grâce à l'équation d'état du gaz parfait :

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f} \Rightarrow \begin{cases} P_f = P_i \frac{T_f}{T_i} & \text{isochore} \\ V_f = V_i \frac{T_f}{T_i} & \text{isobare} \end{cases}$$

À partir de l'équilibre thermique par exemple, on détermine la pression finale pour une transformation isochore.

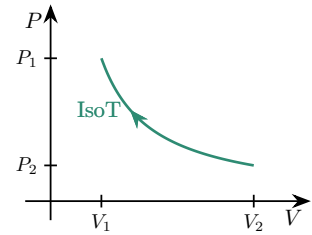
♥ Définition T3.10 : Transformation isotherme

Une transformation **monotherme** et **quasi-statique** est **isotherme** :

$$\text{monoT} + \text{QS} = \text{isoT} \equiv T(t) = T_{\text{ext}} = \text{cte} \Leftrightarrow dT = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{\text{cte}}{V} \quad \text{pour un gaz parfait}$$

Ce sont des transformations **très lentes**, car les **échanges thermiques sont plus lents que les échanges mécaniques**.

**Propriété T3.3 : $\mathcal{W}_p^{\text{isoT}}$**

On trouve alors

$$\mathcal{W}_p^{\text{isoT}} = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nRT \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

♥ Démonstration T3.3 : $\mathcal{W}_p^{\text{isoT}}$

On est donc à l'**équilibre thermodynamique** à chaque instant, soit

$$\begin{aligned} P(t) &= P_{\text{ext}} \quad \text{et} \quad T(t) = T_{\text{ext}} = T_0 \\ \Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoT}} &= - \int_{V_i}^{V_f} P \, dV \quad \text{avec} \quad PV = nRT_0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoT}} &= - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_0}{V} \, dV \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoT}} = -nRT_0 (\ln V_f - \ln V_i)$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoT}} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{isoT}} = nRT_0 \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{V_i}{V_f} = \frac{P_f}{P_i} \\ \blacksquare \end{array} \right\}$$

Si $dV > 0$, alors $V_f > V_i \Leftrightarrow \frac{V_f}{V_i} > 1 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p < 0 \checkmark$.

Exemple T3.7 : Transformation mono- vs. isotherme

Les deux exemples précédents sont monothermes, mais **pas isothermes** : au cours de ces transformations, la température du système n'est *a priori* pas définie dans les états intermédiaires qui ne sont pas des états d'équilibre, elle est seulement définie dans l'état final.

Application T3.1 : Choix d'un système

Soit une enceinte indéformable, séparée en deux compartiments par une cloison étanche et mobile. Le premier a pour état initial (T_i, P_i, V_i, n) , le second $(T_i, 2P_i, V_i, 2n)$. Une cale bloque initialement la cloison mobile. On enlève la cale et on place l'enceinte dans un environnement à température T_0 .

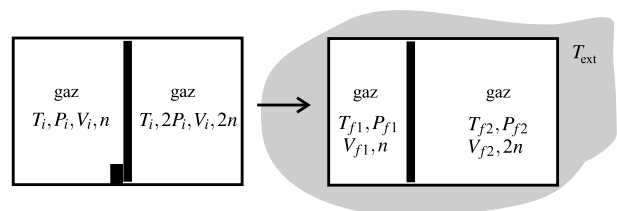


FIGURE T3.2 – Schéma.

- 1) Quelles sont les variables d'état des gaz dans l'état d'équilibre final?
- 2) Qualifier la transformation selon le système étudié.

1) \diamond **Température** : équilibre thermique $\Rightarrow T_{f,1} = T_{f,2} = T_0$;

\diamond **Pression** : équilibre mécanique $\Rightarrow P_{f,1} = P_{f,2}$;

\diamond **Volume** :

\triangleright Conservation du volume $\Rightarrow 2V_i = V_{f,1} + V_{f,2}$;

\triangleright Gaz parfait $\Rightarrow P_{f,1}V_{f,1} = nRT_{f,1}$ et $P_{f,2}V_{f,2} = 2nRT_{f,2}$ donc $V_{f,2} = 2V_{f,1}$;

\triangleright On combine : $V_{f,1} = \frac{2}{3}V_i$ et $V_{f,2} = \frac{4}{3}V_i$

D'où

$$P_{f,1} = P_{f,2} = \frac{3nRT_0}{2V_i}$$

2) On a trois systèmes : Σ_1, Σ_2 et $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$.

\diamond Σ est **isochore** et **monotherme** ;

\diamond Σ_1 et Σ_2 n'est **ni isochore, ni monotherme** puisque, sauf indication contraire, il peut y avoir échange thermique à travers la paroi qui les sépare.

III Cas particuliers

III/A Transformation cyclique

Définition T3.11 : Transformation cyclique

Une transformation **cyclique** passe d'un état A à un autre état B, puis revient à l'état initial par un **autre chemin** : $A \rightarrow B \rightarrow A$. Pour une grandeur d'état X, on a alors :

$$\Delta_{\text{cycle}}X = 0 \quad \text{mais} \quad \mathcal{W} \text{ et } Q \neq 0 \quad \text{a priori}$$

Propriété T3.4 : $\mathcal{W}_p^{\text{cycle}}$

Lors d'une transformation cyclique, le travail total représente l'**aire encapsulée** par la courbe en diagramme (P,V), et on a son signe avec la **règle de la main droite** :

\diamond **Sens direct** $\Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{cycle}} > 0$ donc cycle **récepteur** \diamond **Sens horaire** $\Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{cycle}} < 0$ donc cycle **moteur**

Démonstration T3.4 : $\mathcal{W}_p^{\text{cycle}}$

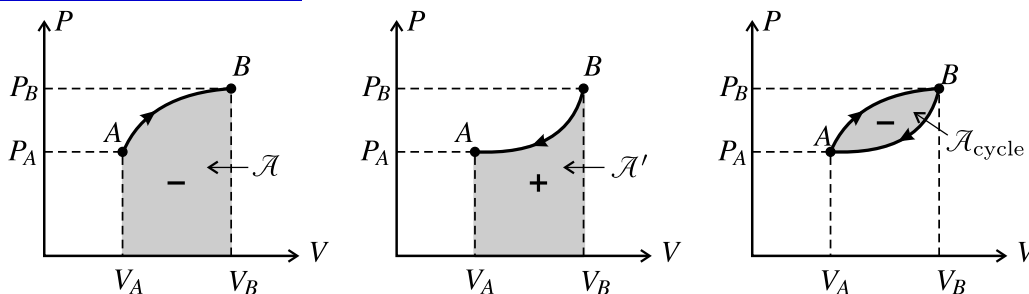


FIGURE T3.3 – Démonstration pour $V_B > V_A$

$$A \rightarrow B : \quad dV > 0 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{A \rightarrow B} < 0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{A \rightarrow B} = -\mathcal{A}$$

$$B \rightarrow A : \quad dV < 0 \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{B \rightarrow A} > 0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{B \rightarrow A} = +\mathcal{A}'$$

\diamond **Sur le cycle** : le travail **total** est la **somme des travaux**, et

$$\mathcal{W}_p^{\text{cycle}} = \mathcal{W}_p^{A \rightarrow B} + \mathcal{W}_p^{B \rightarrow A} \Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{cycle}} = \mathcal{A}' - \mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{cycle}}$$

\diamond **Conclusion** : sens horaire $\Leftrightarrow \mathcal{A} > \mathcal{A}' \Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{cycle}} < 0$ et inversement.

Application T3.2 : Cycle de LENOIR

On fait subir à 1 mol de gaz parfait le cycle suivant :

- (A) $P_A = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $V_A = 14 \text{ L}$;
- (B) Chauffage isochore, $P_B = 2P_A = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$;
- (C) Détente isotherme quasi-statique, $V_C = 2V_B = 28 \text{ L}$;
- (A) Refroidissement isobare, on retourne à l'état initial.

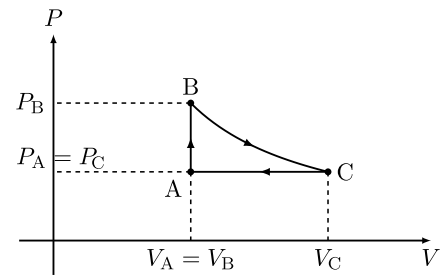


FIGURE T3.4 – Cycle LENOIR.

- 1 Tracer ce cycle en diagramme de WATT. Déterminer sa nature (moteur ou récepteur).
- 2 Calculer la pression, le volume et la température pour chacun des états A, B et C.
- 3 Calculer les travaux associés à chaque transformation puis celui du cycle. Vérifier sa nature.

1 Voir la figure ci-dessus. On voit que le cycle s'effectue en **sens horaire**, donc $\mathcal{W}_p^{\text{cycle}} < 0$ donc **moteur**.

2 (A) On a déjà P_A et V_A , on cherche T_A :

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow T_A = 337 \text{ K} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P_A = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \\ V_A = 1,4 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \\ n = 1 \text{ mol} \\ R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \end{cases}$$

(B) On connaît P_B et transformation isochore donc $V_B = V_A$, on cherche T_B :

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \Rightarrow T_B = 674 \text{ K}$$

(C) On connaît $V_C = 2V_B$ et transformation isotherme donc $T_C = 674 \text{ K}$, on cherche P_C :

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} \Rightarrow P_C = 2 \times 10^5 \text{ Pa} = P_A \quad \text{comme attendu}$$

3 On a déjà démontré les formules utiles, mais **il faudrait les redémontrer** en DS.

◇ AB : transformation isochore, donc

$$\mathcal{W}_p^{\text{AB}} = 0$$

◇ BC : isoT et Q.S. donc

$$\mathcal{W}_p^{\text{BC}} = -nRT_B \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) \Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{BC}} = -3,88 \text{ kJ}$$

◇ CA : isobare, donc

$$\mathcal{W}_p^{\text{CA}} = -P_A(V_A - 2V_A) = P_A V_A \Rightarrow \mathcal{W}_p^{\text{CA}} = 2,8 \text{ kJ}$$

◇ Cycle :

$$\mathcal{W}_p^{\text{cycle}} = \sum_i \mathcal{W}_p^i = \mathcal{W}_p^{\text{AB}} + \mathcal{W}_p^{\text{BC}} + \mathcal{W}_p^{\text{CA}} = -1,08 \text{ kJ}$$

Il reçoit bien un travail **négatif**, c'est donc un cycle **moteur** comme prédit.

III/B Condition sur les échanges thermiques

♥ Définition T3.12 : Transformation adiabatique

Condition(s)

- ◇ Parois **athermanes** (opposé = *diathermane*) donc système **calorifugé**, et/ou :
- ◇ Transformation **brusque** : $\Delta t_{\text{transfo}} \ll \Delta t_{\text{éch.Q}}$

Conséquence

Pas de transfert thermique : $Q = 0$.

C'est une **rupture d'équilibre**, puisqu'il y a absence d'échange avec l'extérieur.

Exemple T3.8 : Transformation adiabatique

C'est le principe des bouteilles thermos et des calorimètres. Ils fonctionnent grâce à :

- ◇ Une zone de vide entre 2 vases limitant convection et conduction
- ◇ Une surface réfléchissante limitant le rayonnement

Important T3.2 : Adiabatique vs. isotherme

Adiabatique

Transformation **rapide**

$Q = 0$ donc $dT \neq 0$

Isotherme

Transformation **lente**

$Q \neq 0$ donc $dT = 0$

♥ Interprétation T3.3 : Comprendre les échanges thermiques

Isotherme

Pour qu'une transformation soit **isotherme** il faut que la **température** du système ne **varie pas**. Or dans la plupart des cas, tout apport d'énergie au système tend à faire varier sa température.

La réalisation d'une transformation isotherme nécessite donc un **contrôle** de la température que l'on obtient en mettant le système en contact avec un **thermostat**. Il faut des **échanges thermiques** entre le système et le thermostat *via* une **paroi diathermane**.

De plus, l'évolution du système doit être **suffisamment lente** pour que les échanges thermiques aient le temps de s'établir et assurent le maintien de la température T du système à la température T_0 du thermostat.

Adiabatique

Pour qu'une transformation soit **adiabatique**, il faut que le système n'**échange pas de chaleur** avec l'extérieur. Typiquement, il doit être séparé d'une **paroi athermane** et que la transformation soit **suffisamment rapide** pour négliger les transferts ; alors, **sa température va forcément varier**, pour finir en rupture d'équilibre.

Exemple T3.9 : Adiabatique vs. isotherme

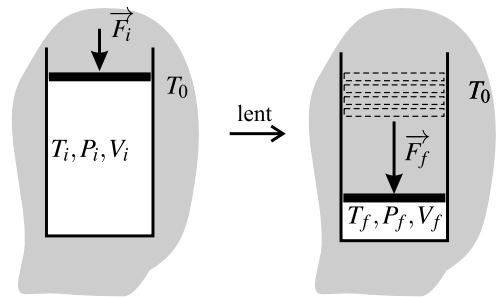
Un gaz est contenu dans un récipient fermé par un piston de surface S , sur lequel on exerce une force \vec{F} variable, avec \vec{F}_i et \vec{F}_f dans l'état initial et final. On impose donc une pression $P = \frac{F}{S}$ au gaz.

Isotherme

- ◇ Parois fines, **diathermanes** dans un milieu extérieur **thermostaté** à $T_{\text{ext}} = T_0$.
- ◇ On augmente **lentement** la force \vec{F} , laissant le gaz s'**équilibrer thermiquement** à chaque instant : c'est une **compression isotherme**.

D'où les paramètres d'état du gaz dans l'état final :

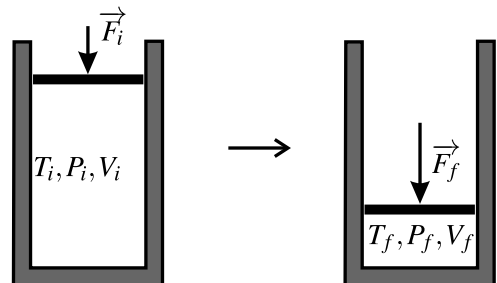
$$P_f = \frac{F_f}{S} \quad \text{et} \quad T_f = T_0 \quad \text{et} \quad V_f = V_i \frac{P_i T_0}{P_f T_i}$$



Adiabatique

Le récipient a des **parois épaisses**. On augmente **rapidement** la force \vec{F} , l'échange **thermique** n'a **pas le temps** de se faire : c'est une **compression adiabatique**.

Dans ce cas, l'équation d'état ne suffit pas pour trouver l'état final, on n'a pas de renseignement sur T_f .



♥ Propriété T3.5 : Loi de LAPLACE

Pour une transformation **adiabatique** et **mécaniquement réversible** d'un **gaz parfait**, les paramètres d'état sont reliés par les relations suivantes :

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad \Leftrightarrow \quad P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}' \quad \Leftrightarrow \quad TV^{\gamma-1} = \text{cte}''$$

où $\gamma > 1$ est le coefficient adiabatique du fluide. On la démontrera dans un chapitre ultérieur.

Démonstration T3.5 : Couples de variables pour LAPLACE

Pour $TV^{\gamma-1}$

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad \text{et} \quad P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{nRT}{V} V^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte}'$$

Pour $P^{1-\gamma}T^\gamma$

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad \text{et} \quad V = \frac{nRT}{P}$$

$$\Rightarrow P \left(\frac{nRT}{P} \right)^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}''$$

Important T3.3 : Pente d'une adiabatique en (P,V)

$$P^{\text{isoT}} \propto \frac{1}{V} \quad \text{or} \quad P^{\text{LAP}} \propto \frac{1}{V^\gamma} \quad \text{avec} \quad \gamma > 1 \quad \text{donc} \quad \text{plus raide}$$

Propriété T3.6 : $\mathcal{W}_p^{\text{LAP}}$

Avec LAPLACE

$$\mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i)$$

Démonstration T3.6 : $\mathcal{W}_p^{\text{LAP}}$

$$\mathcal{W}_p = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}}^{\text{tot}} dV \stackrel{\text{rév.}}{=} - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = - \int_{V_i}^{V_f} P_i V_i^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = - \frac{P_i V_i^\gamma}{1-\gamma} (V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma})$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = - \frac{1}{1-\gamma} (P_f V_f - P_i V_i)$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i)$$

$\left. \begin{array}{l} PV^\gamma \stackrel{\text{LAPLACE}}{=} P_i V_i^\gamma \\ P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \\ P_f V_f^\gamma V_f^{1-\gamma} = P_f V_f \\ PV \stackrel{\text{GP}}{=} nRT \end{array} \right\}$

Remarque T3.2 : $\mathcal{W}_p^{\text{LAP}}$

Ce genre de calcul avec $PV^\alpha = \text{cte}$ est à savoir faire, il est très classique. Il se trouve que **pour le cas adiabatique** $\alpha = \gamma$, on pourra faire un lien beaucoup plus direct grâce au premier principe de la thermodynamique, chapitre suivant ($\mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = \Delta u = C_V \Delta T$ et $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$ donc résultat immédiat). Il faudra donc choisir l'outil adapté à la situation.

Important T3.4 : Résumé des transformations

Transformation	Condition	Travail
Quasi-statique	Lent	$\delta \mathcal{W}_p^{\text{QS}} = -P dV$
Isochore	$dV = 0$	$\mathcal{W}_p^{\text{isoV}} = 0$
Monotherme	$T_{\text{ext}} = \text{cte}$	-
Isotherme	$dT = 0$	$\mathcal{W}_p^{\text{isoT}} = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$
Monobare	$P_{\text{ext}}^{\text{tot}} = \text{cte}$	$\mathcal{W}_p^{\text{monoP}} = -P_{\text{ext}}^{\text{tot}} \Delta V$
Isobare	$dP = 0$	$\delta \mathcal{W}_p^{\text{isoP}} = -d(PV)$
Adiabatique QS	$Q = 0$	$\mathcal{W}_p^{\text{LAP}} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i)$

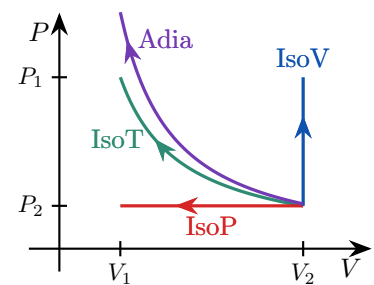


FIGURE T3.5 – Représenta° en (P,V)