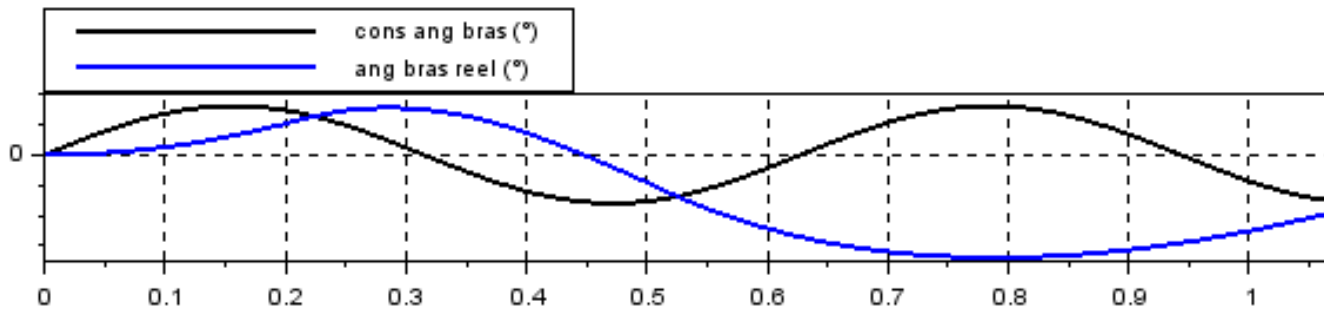


# Modélisation fréquentielle d'un système linéaire

## Support : Axe linéaire Control'X



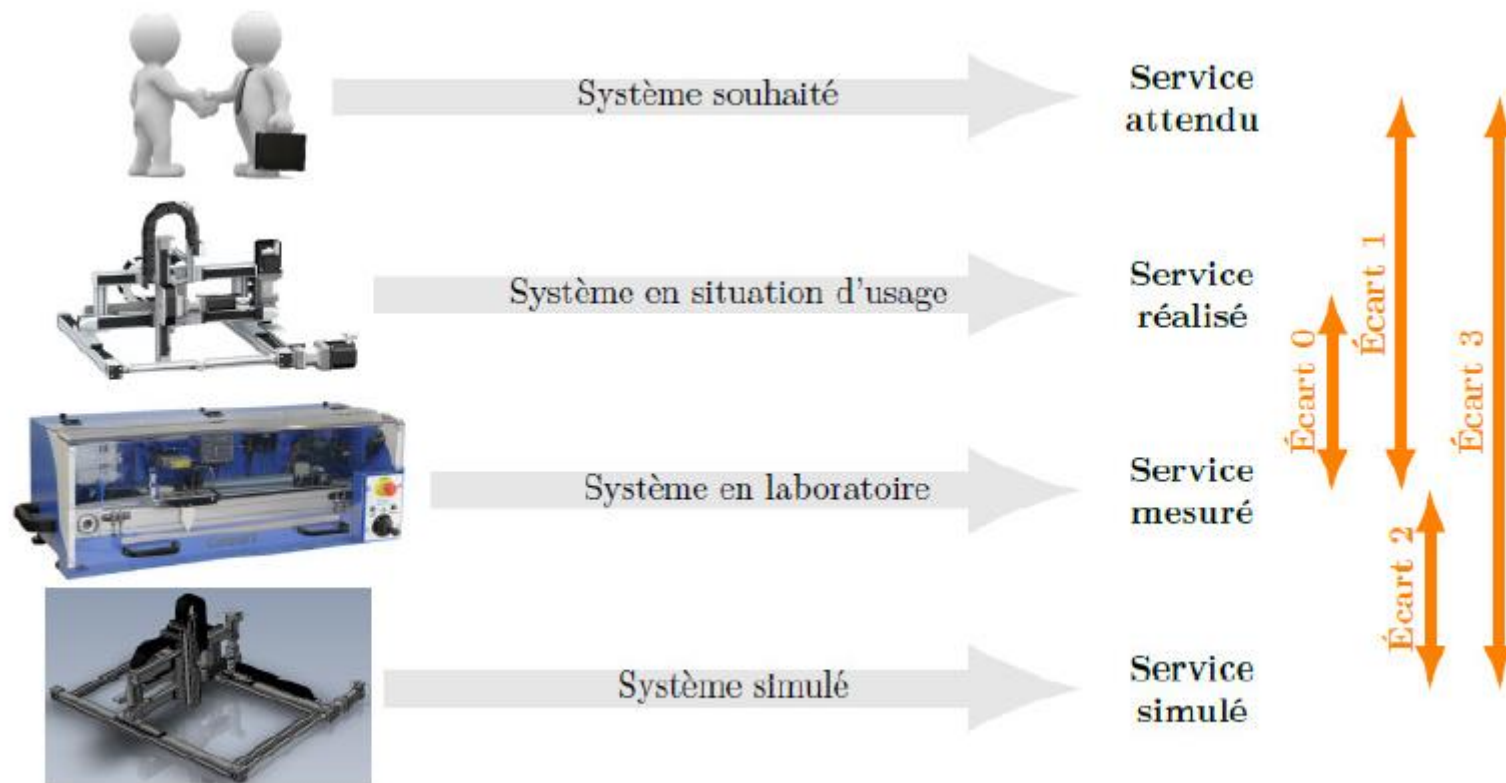
## Objectifs :

L'axe linéaire Control'X permet de positionner avec précision un chariot translatant. Il s'agit d'un système asservi en position.

Afin de confronter le modèle au réel, on se propose d'analyser et comparer la réponse fréquentielle du système réel au modèle simulé du chariot asservi.

**Durée : 2h00**

## Objectif de la démarche ingénieur : minimiser les écarts



## ***Introduction***

Le mathématicien Joseph Fourier (1768-1830), a démontré qu'un signal quelconque pouvait se décomposer en une somme (éventuellement infinie) de signaux sinusoïdaux.

Ainsi, en étudiant la réponse d'un système face à ces signaux élémentaires, il est possible d'en déduire sa réponse à un signal quelconque. En pratique, cette analyse dite « fréquentielle » ou « harmonique », n'est possible que sur un intervalle fini de fréquences. Il en résulte un modèle plus ou moins complexe et valable sur un domaine défini.

A l'instar de l'étude temporelle, l'étude fréquentielle permet donc d'établir un modèle de comportement du système.

L'objectif de ce TP est d'étudier les réponses harmoniques du bras automatisé puis de son moteur.

Ces réponses seront représentées à l'aide de *diagrammes de Bode* qu'il s'agira de savoir tracer et exploiter.

Afin de se placer dans une démarche ingénieur, les modèles théoriques, simulés et expérimentaux seront comparés et leurs écarts quantifiés.

*La linéarité du système implique en effet que la sortie de la somme de signaux soit égale à la somme des sorties de chaque signal envoyé séparément.*

# Travail écrit préliminaire à faire chez soi

- Lire l'ensemble du sujet

Pour un signal harmonique, rappeler les expressions mathématiques élémentaires de :

- La pulsation  $\omega$  en fonction de la période  $T$
- La fréquence  $f$  en fonction de  $\omega$
- le gain en déciBel,  $G_{dB}$ , en fonction de la variable de sortie  $X_{\text{chariot\_réel}}(j\omega)$  et de la variable d'entrée (consigne)  $X_{\text{chariot\_cons}}(j\omega)$ .
- le déphasage  $\varphi$  ( $^\circ$ ) en fonction du retard  $t$  (s) entre deux signaux harmoniques.

Pour le lieu fréquentiel de Bode d'une fonction de transfert d'ordre  $n$  et de classe  $\alpha$  :

- Quelle est la pente de l'asymptote de GdB en hautes fréquences
- Quelle est l'asymptote de la phase en hautes fréquences
- Quelle est la pente de l'asymptote de GdB en basses fréquences
- Quelle est l'asymptote de la phase en basses fréquence

# PARTIE I : détermination expérimentale de la réponse en fréquence de la boucle ouverte du Control'X

Etablissement des diagrammes de Bode de gain et de phase  
expérimentaux

## AVERTISSEMENT

VOUS DEVEZ DEPLACER TOUT DOCUMENT NUMERIQUE  
MODIFIABLE DANS UN DOSSIER PERSONNEL AVANT  
OUVERTURE ET MODIFICATION.

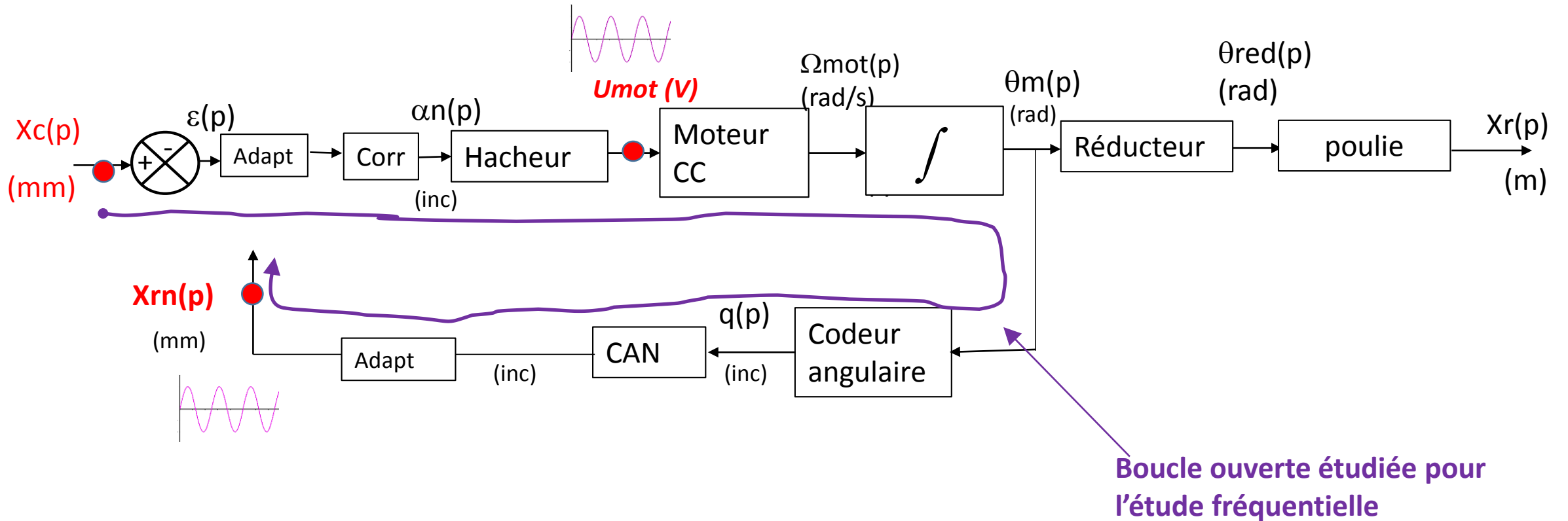
IL SAGIT ICI NOTAMMENT DU TABLEAU DE CALCUL ET DU  
FICHER SCILAB

Mettre Control'X en configuration de démarrage :

- Ouvrir « Control'Drive » l'appli permettant de piloter Control'X
- Système sous tension
- Vérifier que le bouton d'arrêt d'urgence n'est pas verrouillé
- Ouvrez le capot et déplacer à la main le chariot en position centrale. Fermez le capot.
- Armer le système : petit bouton vert + lumière
- Dans le menu « initialisation » choisir « Définir la position actuelle comme 0 »

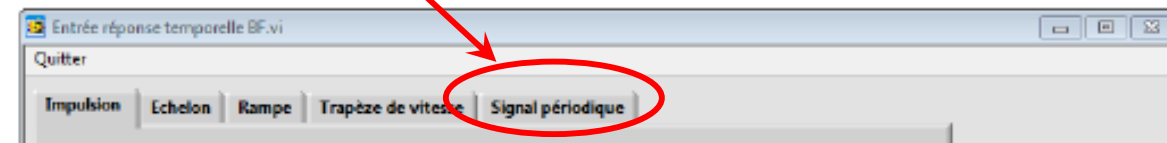
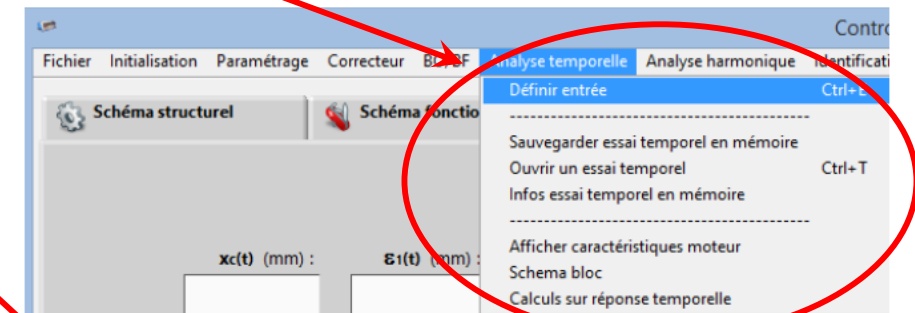
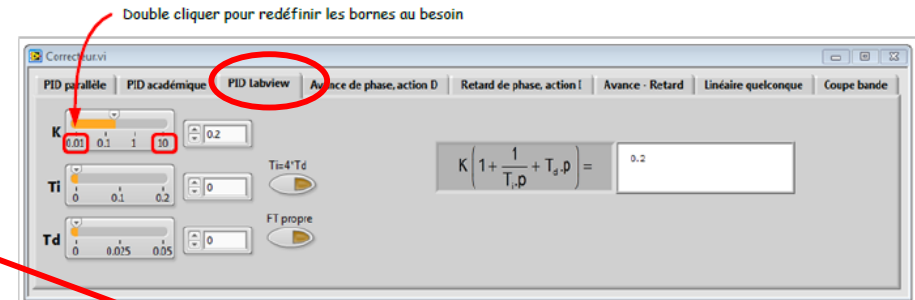
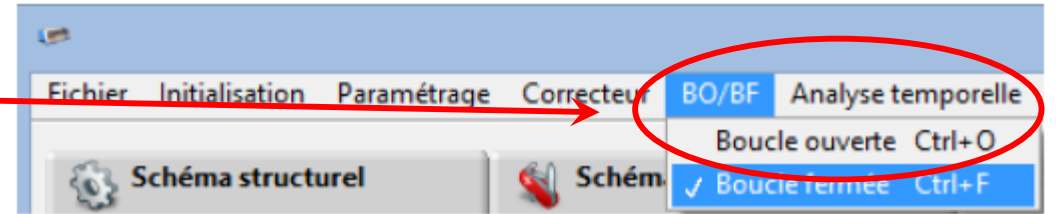
# Schéma bloc de Control'X

- Le schéma bloc simplifié de Control'X est donné ci-dessous : la **boucle ouverte** dont on va établir le lieu de Bode est mise en évidence



# Mesures sur le système

- Choisir le pilotage en **Boucle ouverte**
- Correcteur PID :  $K_p=1$   $K_i=K_d=0$
- Lancer une analyse temporelle
- Choisir l'onglet signal périodique
- Amplitude : 6V
- Lancer un essai pour  $f=1\text{Hz}$ , 4 périodes
- Visualiser les deux courbes suivantes : la position du chariot (mm) ET la consigne (mm)
- Avant le lancement d'un nouvel essai : cliquer « **retour à zéro** », pour que le chariot revienne en position centrale.





## Ouvrir le script Python « *Bode\_ControlX\_vierge* »

```
# Liste des fréquences (Hz) pour chaque essai sinus sur ControlX  
f=[0.5,2,5,11,16,20,27,33,38,44,49,55,61,64,74]
```

Pour chacune des fréquences (Hz) imposées ci-dessus :

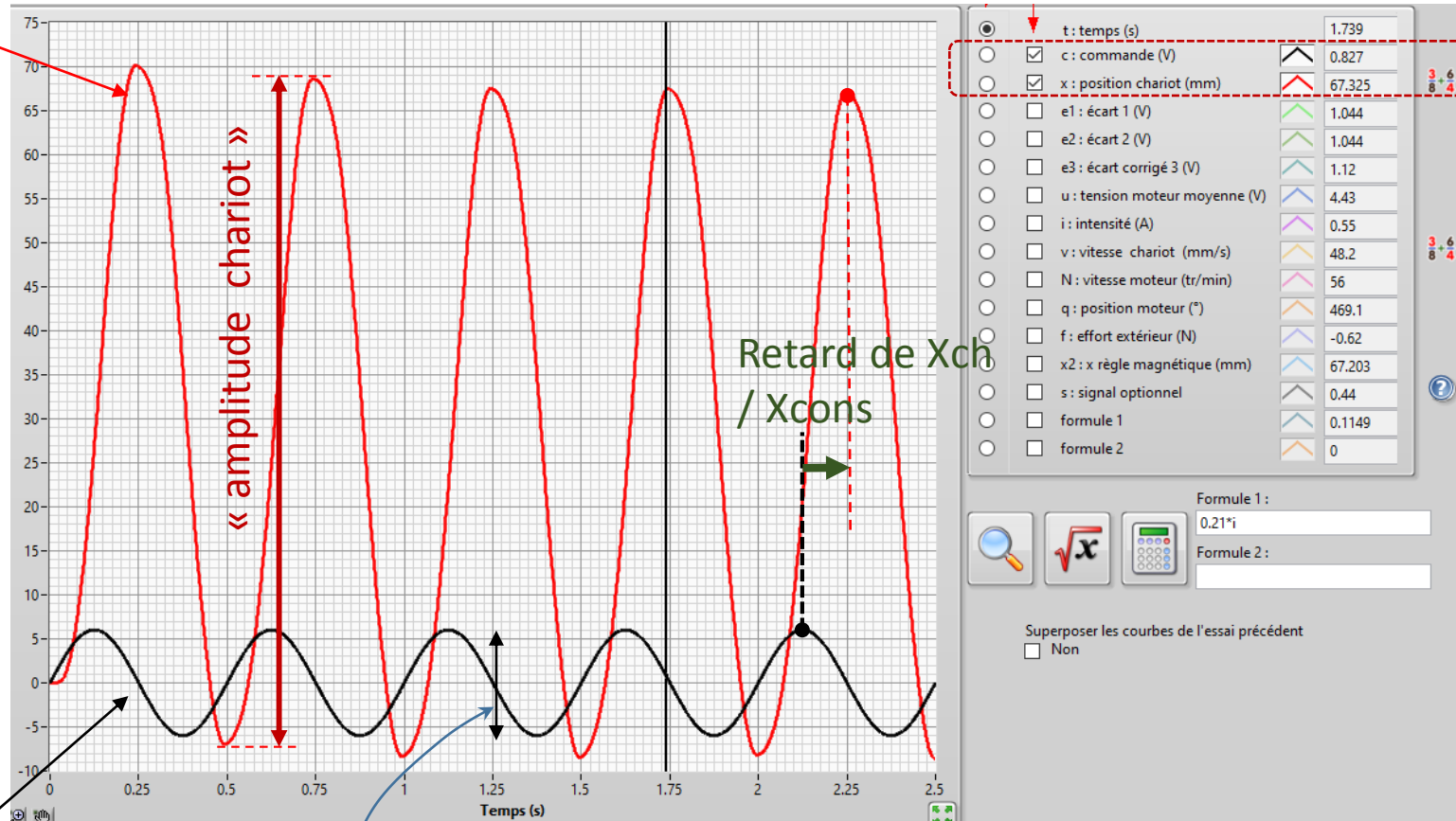
- Lancer un essai
- Mesurer « l'amplitude » du chariot en mm (= maxi – mini)
- Mesurer le retard de la position réelle par rapport à la position consigne
- Saisir chaque valeur dans les listes dédiées.
- **Il doit y avoir exactement 15 valeurs, rigoureusement dans l'ordre de la liste des fréquences !**

La diapo suivante donne la méthode pour lire le retard et « l'amplitude » sur les courbes de Control'X

```
#### saisir les deux listes ci-dessous : 15 valeurs par liste  
#Liste des "amplitudes" des oscillations chariot Xch(mm) = Xmax - Xmin  
Xch=[.....] #à saisir  
  
#Liste des retards mesurés (en secondes)  
ret=[.....] #à saisir retard position chariot par rappo
```

# Comment lire le retard et « l'amplitude » ?

Xchariot



« amplitude chariot »

Retard de Xch / Xcons

Xconsigne (mm)

« amplitude Xconsigne »

2 courbes à afficher : position chariot réelle et position consigne

# Analyse primaire de L'EXPERIMENTATION

- Amplitude des oscillations du chariot : que remarquez-vous quand la fréquence augmente ?
- Retard du chariot sur la consigne : que remarquez-vous quand la fréquence augmente ?

Conclusion primaire : Control'X se comporte-t-il comme « un filtre »

- Passe bande
- Bouchon
- Réjecteur
- Passe bas
- Passe haut

# Diagramme de Bode expérimental : analyse

## Asymptotes

- $\omega \rightarrow 0$  : décrire le comportement du chariot (valeur gain, phase) lorsque  $\omega$  est faible.
- $\omega \rightarrow \infty$  : décrire le comportement du chariot lorsque  $\omega$  est grand. Estimer la pente de l'asymptote du gain en dB/décade.
- Quel semble être l'ordre de ce système ? Comporte-t-il une résonance ?  
Comparez avec l'ordre que vous déduisez du schéma bloc.
- Si résonance : valeur de la pulsation, gain, etc.
- Si comportement sur-amorti : valeur des deux constantes de temps (si le spectre de fréquence étudié permet de voir les deux fréquences de cassures)

# Stabilité et rapidité par l'analyse fréquentielle

## Vérification du cahier des charges

Déterminer la marge de phase  $M\varphi^\circ$  et la marge de gain  $MG_{dB}$ .

- Conclusion 1 : stable ou pas ?
- Conclusion 2 : assez stable ou pas ? ... vis-à-vis du cahier des charges du Control'X en annexe.

Donnez la pulsation de coupure à 0dB :  $\omega_{C_{0dB}}$

- Conclusion : le critère de rapidité du cahier des charges est-il vérifié ? Suffisamment rapide ou pas ?

# PARTIE II : réponse en fréquence SIMULÉE du Control'X en boucle ouverte

Etablissement des diagrammes de Bode de gain et de phase à partir du modèle simulés sous Scilab/Xcos



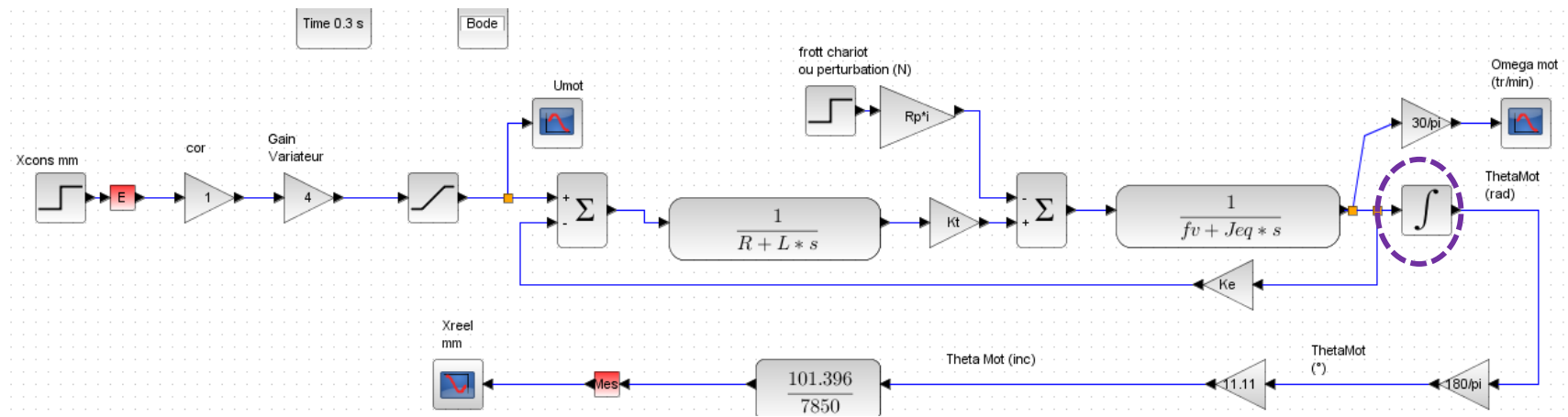
Placez-vous sur un PC de la salle partie « informatique ».

Un étudiant par PC.

Ouvrir le document scilab : « Schema\_bloc\_ControlX\_eleve »

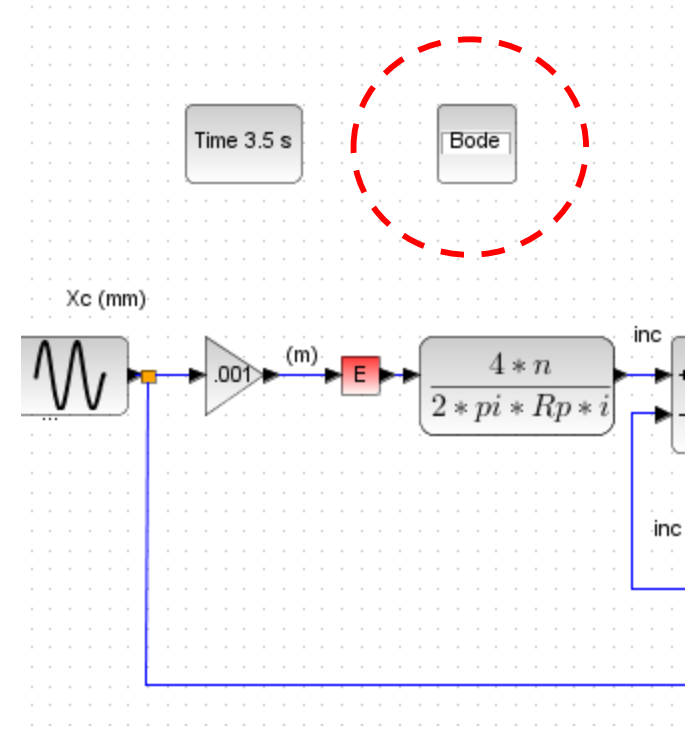


Vous découvrez le schéma bloc de la boucle ouverte de Control'X :



Question : quel est le rôle du bloc entouré en violet ?

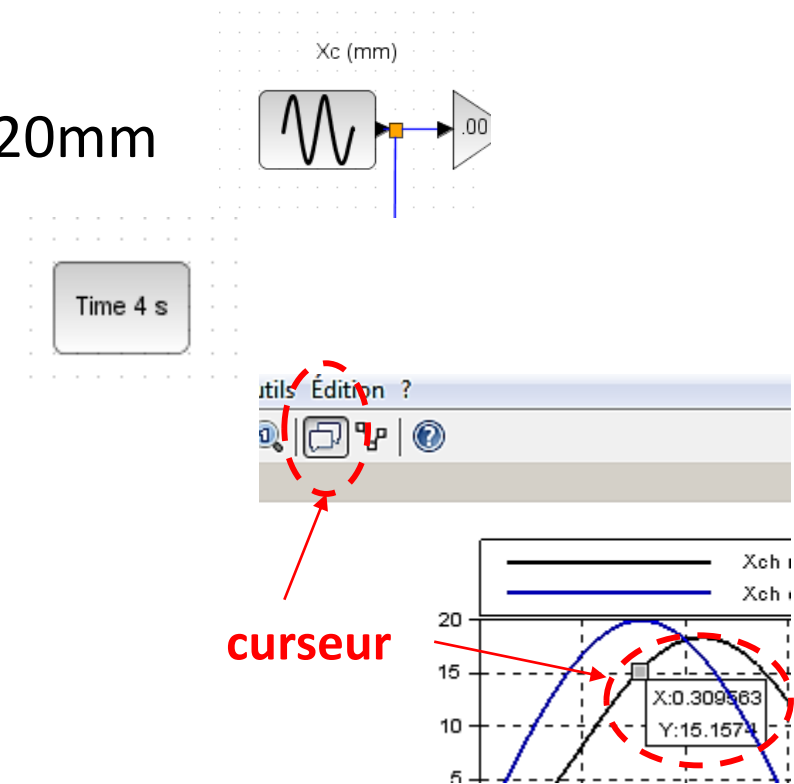
- Dans l'outil « Bode » valider la visualisation des asymptotes. Les entrées sont  $E$  et  $Mes$ . 2000 points de calculs. Spectre d'étude de pulsations... À vous de voir.
- Lancer la simulation. Le diagramme de Bode apparaît.
- Grâce au curseur, à partir des diagrammes de Bode gain et phase, déterminer le gain et le déphasage pour les deux valeurs de pulsations précédentes, qui étaient déterminés en analyse temporelle.
- Comparez : conclusion.



# Plus précisément: une simulation temporelles harmoniques

Saisir dans le bloc de la consigne d'entrée sinus, l'amplitude de 20mm et une pulsation de 5 Hz.

- Régler la durée de visualisation (bloc « Time ») de manière à visualiser 3 périodes par exemple
- Lancer la simulation
- Utiliser le curseur : noter **l'amplitude** du signal de sortie et le **retard**. Déduire le **gain(dB)** et le **déphasage°**  
( $Gain_{dB} = 20 \cdot \log(\text{sortie}/\text{entrée})$ ,  $\text{déphasage}^\circ = - \text{retard} \cdot 360/T$ )
- Comparer avec les valeurs expérimentales.



Conclusion.

# Analyse du diagramme de Bode simulé

Déduire :

- l'ordre
- résonance éventuelle
- Les asymptotes avec leur pente
- Les pulsations de cassure (si dans le spectre d'étude)

# Vérif cahier des charges

Comme pour l'expérimentation, vérifiez la stabilité et la rapidité du système en simulation, vis-à-vis du cahier des charges.

- Mphase et Mgain...
- Coupure à 0dB...

# Comparaison expérimentation / simulation

- Lister les différences entre les Bodes expérimental et simulé
- Expliquer les écarts

## Question finale

Refaites une simulation (avec le schéma bloc initial en boucle fermée) et avec une plage de pulsation de 1 à 10 000 rad/s.

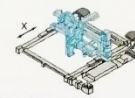
Lancer la simul : Vous remarquez la dernière cassure se produisant à haute fréquence (environ 1500 Hz)

Déduction : comment peut-on simplifier l'ordre du système ?

FIN DU SUJET DE TP

Annexe : dossier technique

# Cahier des charges Control'X



## Cahier des charges fonctionnel

[Ctrl + clic pour revenir au sommaire](#)

Les exigences propres aux opérations de "pick and place" concernent la cadence et la précision de positionnement.

On présente ci-dessous un cahier des charges typique dans le contexte d'utilisation qu'est le placement de composants électroniques :

Fonctions	Critères	Niveaux	Flexibilité
Permettre de positionner un composant électronique	Cadence de pose	3000 composants à l'heure	mini
	Précision (Répétabilité)	$\pm 0.1$ mm	maxi
	Course en X	300 mm	$\pm 10$ mm

Le cahier des charges précédent est le cahier des charges orienté client, il peut être retraduit dans le domaine du concepteur de la machine : Cela permet en particulier de donner naissance à un cahier des charges orienté "élève" qui peut être dégradé à loisir selon les objectifs pédagogiques visés.

On pourra commencer par exemple certains TP avec un cahier des charges peu contraignant du type ci-dessous :

Fonctions	Critères	Niveaux
Permettre de positionner une pièce.	<b>C1</b> Système asymptotiquement stable	
	<b>C2</b> Amortissement caractérisé par une marge de gain et une marge de phase dans le domaine fréquentiel ou encore par un premier dépassement dans le domaine temporel.	$M_G > 10$ dB $M_{\phi} > 45^\circ$ $D_1 < 25\%$
	<b>C3</b> Rapidité caractérisée par une pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte dans le domaine fréquentiel ou encore par son temps de réponse à 5 % dans le domaine temporel.	$\omega_{co-0dB} > 15$ rad/s $T_{5\%} < 500$ ms
	<b>C4</b> Précision caractérisée par son écart statique (écart permanent pour une entrée en échelon)	$\varepsilon_S < 0.5$ mm

Un dépassement de 25% est sans nul doute très supérieur à ce qui est attendu dans le contexte décrit.

# Moteur CC Sanyo du Control'X

## Attention piège généralisé :

En général les constructeurs de moteur CC ne donnent pas la constante de fem  $K_e$  (en  $rad.s^{-1}.V^{-1}$ ) mais son inverse  $K_e' = 1/K_e$  en  $V.s/rad$  ! Et en plus ils utilisent l'unité  $V.min$  ! Et en plus dans le tableau constructeur Sanyo ci-contre, ils se plantent à en écrivant  $V/min$  !! Alors qu'il s'agit de  $V.min$  bien sûr.

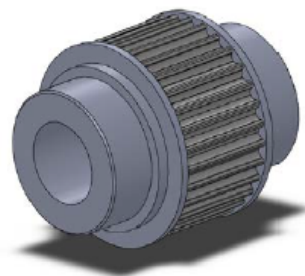
**2ème remarque** : ce qui est agréable c'est que  $K_e = K_t$  pour un moteur CC, et  $K_t$  est toujours donné « correctement ». Donc choisissez  $K_t$ ...

## 5.1.1 Caractéristiques moteur fournies par le constructeur

Caractéristique	Température	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Puissance nominale	**	$P_{nom}$	W	110	
Tension nominale	**	$U_{nom}$	V	75	
Couple nominal	**	$C_{nom}$	N.m	0.34	
Courant nominal	**				
Vitesse nominale					rad/s
Couple maxi en continu					
Couple maxi instantané					
Courant maxi en continu					
Courant maxi instantané					
Vitesse maximale					soit 523 rad/s
Couple de friction		$C_{frott-moteur}$	N.m	0.022	
Accélération instantanée	maxi	**	rad/s <sup>2</sup>	$91.9 \times 10^3$	
Coefficient de frottement visqueux	*	$f_{0-moteur}$	N.m/min	$0.013 \times 10^{-3}$	soit $0.124e-3$ N.m/(rad/s)
Constante de couple	*	k ou $k_c$	N.m/A	0.21	
Constante de force contre électromotrice	*	k ou $k_e$	V/min	$21.8 \times 10^{-3}$	soit $0.2083V/(rad/s)$
Moment d'inertie du rotor	*	$J_{mot}$	kg.m <sup>2</sup>	$0.037 \times 10^{-3}$	
Résistance d'induit	*	r	$\Omega$	5.1	
Inductance d'induit	*	L	mH	3.2	
Constante de temps mécanique	*	$T_{méca}$	ms	4.3	
Constante de temps électrique	*	$T_{élec}$	ms	0.63	
Constante de temps thermique	**		min	30	
Résistance thermique	**		K/W	2.4	
Température limite	**		°C	105	

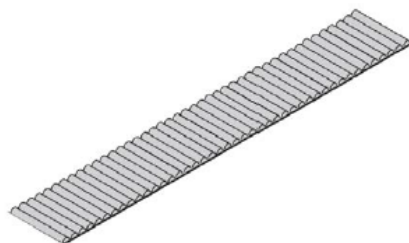
**Attention** : le moment d'inertie est celui du rotor moteur seul ! En tenant compte de l'inertie du chariot, poulies, courroie, réducteur à entraîner, le moment d'inertie équivalent à saisir dans le schéma bloc est :  $J_{eq} = 2,86e-4 \text{ kg.m}^2$

## 5.6 Poulies crantées



Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type				25 HTD 5M
Largeur		mm	25	
Pas	$p^*$	mm	5	
Nombre de dents	Z		31	
Rayon primitif	R	mm	24.67	Avance de 155 mm/tour
Avance par tour	a	mm	155	
Moment d'inertie	$J_p$	kg.m <sup>2</sup>	$4.2 \cdot 10^{-5}$	Calculé avec SolidWorks (aluminium)

## 5.7 Courroie



Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type				25 HTD 5M
Largeur		mm	25	
Pas	$p^*$	mm	5	
Longueur primitive de courroie	$l_c$	mm	1670	
Masse linéique	$\lambda_c$	kg/m	0.096	
Masse	$m_c$	kg	0.16	
Raideur spécifique	$r_s$	N	$0.572 \times 10^6$	*
Tension recommandée		N	[570, 710]	

## 5.3 Réducteur Neugart PLE 60



Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Nombre d'étage			1	Train épicycloïdal
Rapport de réduction	$1/i$		1/3	$(\omega_{sortie}/\omega_{entrée})$
Couple de sortie nominal		N.m	28	
Couple de sortie max		N.m	45	
Couple d'urgence		N.m	66	Autorisé 1000 fois
Jeu angulaire		arcmin	< 10	Ramené sur la sortie (à priori)
Vitesse d'entrée max		tr/min	13000	
$F_R$ max pour 300000 h		N	340	
$F_A$ max pour 300000 h		N	450	
$F_R$ max		N	700	
$F_A$ max		N	800	
Rigidité en torsion		N.m/arcmin	2.3	$7.907 \times 10^3$ N.m/rad
Masse		kg	0.9	
Moment d'inertie	$J_r$	kg.cm <sup>2</sup>	0.135	$0.135 \cdot 10^{-4}$ : ramené sur l'entrée
Rendement		%	97	